



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>





53

See 1771 d. 59
1775

Maps catalogued

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,
Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXVIII.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR le Projet d'amener à Paris l'eau de l'Yvette . . . Page 11

ANATOMIE.

Sur les effets des Vapeurs méphitiques 4
Sur une Hernie des membranes de la Vessie 6
Observation Anatomique 7

CHIMIE.

*Sur le Fluide qui se dégage des Chaux métalliques pendant
leur réduction* 9
Sur les Combinaisons salines du Zinc 10
Sur plusieurs Sels ammoniacaux 11
Sur la Revivification des Chaux de cuivre 15
*Sur la propriété de revivifier les Chaux métalliques, attribuée
à l'Électricité* 17
Sur l'Or fulminant 19
Sur la Pierre calaminaire 20
Observation 21

T A B L E.

HISTOIRE NATURELLE DES ANIMAUX.

<i>Observations.....</i>	23
--------------------------	----

B O T A N I Q U E.

<i>Sur la Famille des Cycas.....</i>	26
<i>Sur une Production monstrueuse trouvée sur un Pommier..</i>	27

M I N É R A L O G I E.

<i>Sur les Grès cristallisés de Fontainebleau.....</i>	28
--------------------------------------------------------	----

A S T R O N O M I E.

<i>Sur les Éléments de l'orbite de Mars.....</i>	30
<i>Occultations d'Étoiles par la Lune.....</i>	31
<i>Occultation de Saturne par la Lune.....</i>	Ibid.
<i>Conjonction de Saturne avec la Lune.....</i>	32
<i>Opposition de Jupiter & de Saturne.....</i>	33
<i>Observation de la Disparition de l'Anneau de Saturne, en 1773.</i>	34
<i>Sur les Comètes de 1769 & 1774.....</i>	Ibid.
<i>Sur la Longitude de Venise, de Kiell, & de la Grand-combe des Bois.....</i>	38

<i>Ouvrages présentés à l'Académie.....</i>	40
---------------------------------------------	----



T A B L E

POUR LES MÉMOIRES.

<i>NOUVELLES OBSERVATIONS sur la nature & les propriétés salines du Zinc, revêtu de sa forme métallique, ou réduit en Chaux. Deuxième Mémoire. Par M. DE LASSONE.....</i>	<i>Page 1</i>
<i>Nouveaux Détails relatifs à l'action des Alkalis volatils sur le Zinc. Troisième Mémoire. Par le même.....</i>	<i>8</i>
<i>Mémoire sur les moyens de conduire à Paris une partie de l'eau de l'Yvette & de la Bièvre. Par M. PERRONET. 21</i>	
<i>Mémoire sur plusieurs Sels ammoniacaux. Par M. DE LASSONE.</i>	<i>40</i>
<i>Observations de Jupiter, pour son opposition avec le Soleil, du 8 Décembre 1775; faites à l'Observatoire royal. Par M. JEAURAT.....</i>	<i>63</i>
<i>Nouvelles Observations sur les Grès cristallisés, faisant suite du Mémoire sur les Grès, en général, & particulièrement sur ceux de Fontainebleau. Par M. DE LASSONE.....</i>	<i>68</i>
<i>Recherches sur plusieurs points du Système du Monde. Par M. DE LA PLACE.....</i>	<i>75</i>
<i>Observation sur la manière de rendre une partie de la Pierre calaminaire, soluble dans l'eau comme le Beurre de Zinc Par M. SAGE.....</i>	<i>183</i>
<i>Observation sur une Hernie des Membranes de la Vessie, avec des Réflexions sur la formation de cette maladie. Par M. BORDENAVE.....</i>	<i>184</i>
<i>Observation de l'Occultation de Saturne par la Lune, faite à</i>	

T A B L E.

<i>L'Observatoire royal, le 18 Février 1775. Par M. CASSINI DE THURY,.....</i>	192
<i>Mémoire sur le procédé qu'on emploie aux Affinages de la Monnoie de Paris, pour la fonte de la Chaux de cuivre qu'on y retire des Eaux fortes, après l'opération du départ, &c. Par M. TILLET.....</i>	193
<i>Observation de l'Occultation de Saturne par la Lune, observée à Paris de l'Observatoire de la Marine, le 18 Février 1775, au soir. Par M. MESSIER.....</i>	213
<i>Oppositions de Mars observées à Paris depuis quelques années, & comparées avec les Tables. Par M. DE LA LANDE.</i>	223
<i>Éléments de l'orbite de Mars par les dernières oppositions, calculées par une Méthode plus simple que celles qu'on a employées jusqu'ici. Par le même.....</i>	232
<i>Mémoire sur les Longitudes de Venise, de Kiell, & de la Grand-combe des Bois. Par le même.....</i>	236
<i>Opposition de Jupiter & de Saturne, le 1.^{er} Novembre 1774 & le 25 Mars 1775. Par le même.....</i>	240
<i>Mémoire sur l'action du fluide électrique sur les Chaux métalliques. Par M.^{rs} BRISSON & CADET.....</i>	243
<i>Mémoire sur deux Conjonctions de Saturne à la Lune, en Février & Mars 1775; avec des Réflexions sur l'Erreur des Tables, Par M. LE MONNIER.....</i>	255
<i>Mémoire sur la Conjonction de la Lune avec Aldebaran, observée au Passage par le Méridien, le 4 Avril 1775. Par le même.....</i>	259
<i>Observations de Saturne en 1775, vers le temps de son opposition. Par M. CASSINI DE THURY.....</i>	260
<i>Nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les Éclipses de Soleil, &c. Douzième Mémoire. Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Equations des Mémoires précédens. Par M. DU SÉJOUR....</i>	265

T A B L E.

<i>Observation de l'occultation de Saturne, du 18 Février 1775, faite rue de l'Université, 2 secondes de temps à l'ouest du Méridien de Paris. Par M.^{rs} le Prédident DE SARON & DU SÉJOUR.....</i>	377
<i>Éclipse de Saturne par la Lune, avec les conséquences qui en résultent. Par M. DE LA LANDE.....</i>	378
<i>Observation sur la décomposition de l'Or fulminant. Par M. SAGE.....</i>	386
<i>Observation de l'occultation d'Aldebaran par la Lune, faite le 4 Avril 1775, à l'Observatoire de la Marine. Par M. MESSIER.....</i>	390
<i>Mémoire contenant les Observations de la x.^e Comète observée de Paris, de l'Observatoire de la Marine; depuis le mois d'Août jusqu'au 1.^{er} Décembre 1769. Par le même. 392</i>	392
<i>Mémoire contenant les Observations de la xvi.^e Comète observée à Paris, de l'Observatoire de la Marine; depuis le 18 Août jusqu'au 25 Octobre 1774. Par le même.....</i>	445
<i>Occultation de l'étoile double γ de la Vierge, par la Lune, le 1.^{er} Août 1775; conjonction de Saturne avec la Lune le même jour, & position d'une Étoile de la 7.^{me} grandeur, qui a dû être éclipsée le même soir par la Lune. Par le même.....</i>	477
<i>Suite du Mémoire imprimé en 1774, sur les plus grandes digressions observées de Mercure au Soleil, & principalement vers le Périhélie. Par M. LE MONNIER.....</i>	480
<i>Rapport sur la mort du sieur le Maire, & sur celle de son Épouse, Marchands de Modes, causée par la vapeur du Charbon, le 3 Août 1774. Par M. PORTAL....</i>	492
<i>Mémoire sur la disparition de l'Anneau de Saturne. Par M. LE GENTIL.....</i>	510
<i>Sur la classe où il convient de placer les Cycas. Par M. LINNÆUS.....</i>	515

T A B L E.

<i>Mémoire sur la nature du Principe qui se combine avec les Métaux pendant leur calcination, & qui en augmentent le poids.</i> Par M. LAVOISIER.....	520
<i>Observations Botanico-Météorologiques.</i> Par M. DU HAMEL.....	527
<i>Mémoire sur une production monstrueuse du Donnier Sommier.</i> Par le même.....	559
<i>Mémoire sur les Attérissemens des côtes du Languedoc.</i> Par M. POUGET, de la Société Royale de Montpellier.	562

F A U T E S À C O R R I G E R

Dans les Mémoires de 1774.

<i>PAGE</i>	<i>20, ligne</i>	<i>8, 6^h 25' 46", lisez 6^h 25' 1".</i>
	<i>Idem, ligne</i>	<i>9, 7^h 35' 42"¹/₂, lisez 7^h 35' 10"¹/₂.</i>
	<i>73, ligne</i>	<i>3, du Taureau, lisez 7 du Taureau.</i>
	<i>75, ligne</i>	<i>10, 3^h 35' 11", lisez 3^h 35' 37".</i>
	<i>Idem, ligne</i>	<i>12, 3^h 35' 6"¹/₂, lisez 3^h 35' 32"¹/₂.</i>
	<i>Idem, ligne</i>	<i>13, 3^h 35' 9"¹/₂, lisez 3^h 35' 35"¹/₂.</i>

Dans ce Volume.

Page 239 à la fin, ajoutez ce qui suit : Cette observation est en temps moyen ; ainsi ajoutant l'équation du temps, & ayant égard à l'augmentation du diamètre de la Lune, on trouve enfin 32' 1"¹/₂.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année. M. DCCLXXV.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LE
PROJET D'AMENER À PARIS
L'EAU DE L'YVETTE.

LE Projet d'amener à Paris une eau saine & abondante, v. les Mém.
avoit occupé les dernières années de M. de Parcieux. p. 21.
Il avoit établi dans plusieurs Mémoires, la possibilité de faire
Hist. 1775. A

venir à Paris l'eau de l'Yvette ; d'habiles Chimistes consultés par lui, avoient prouvé que cette eau étoit pure ; une foule d'objections, enfantées par la légèreté & l'indifférence, avoient été détruites : il les avoit combattues comme si elles n'avoient pas été futiles, sachant trop bien que souvent de pareilles objections avoient fait manquer les projets les plus utiles, parce qu'un zèle actif pour le bien public est une qualité rare, & que la maxime *l'on est bien comme on est*, est la maxime favorite de ceux qui se trouvent bien, & qui s'embarrassent peu que les autres soient mal.

M. de Parcieux espéroit que, quoique la principale utilité de son Projet fût pour le peuple, néanmoins comme il importe à tout le monde de boire de bonne eau, de respirer un air pur, d'habiter un pays où les épidémies sont plus rares, les gens riches s'intéresseroient à son Projet ; mais malheureusement la classe d'hommes à qui il s'adressoit, ne trouve mal sains que les pays où il n'y a ni fortune ni faveur à espérer.

Cependant M. de Parcieux parloit si souvent de son Projet, mettoit à le faire adopter tant de chaleur, d'activité & de suite, que l'importunité, qui a si souvent réussi à tant d'autres pour obtenir leur fortune, lui eût fait obtenir à la fin ce qu'il desiroit pour l'utilité publique ; mais il mourut. M. d'Invaux, alors Contrôleur général, ne voulut pas que ces vues fussent abandonnées : il chargea le corps des Ponts & Chaussées de suivre ce Projet ; la direction en fut donnée à M. Perronet, qui demanda & obtint M. de Chézy pour le seconder.

L'utilité du Projet étoit prouvée, on n'en contestoit point la possibilité ; mais il s'agissoit de se décider sur les meilleurs moyens de l'exécuter, & de s'assurer avec exactitude de ce qu'il devoit coûter.

M. Perronet a proposé de joindre à l'eau de l'Yvette une partie de celle de la rivière de Bièvre, pour se procurer dans les temps de sécheresse 1500 pouces d'eau au moins, & de former, pour diminuer la dépense, deux distributions principales, l'une pour les quartiers de Paris les plus élevés, l'autre pour le reste de la ville :

Il a nivelé avec soin tout le terrain où doivent passer ces eaux de l'Yvette & de la Bièvre, tantôt dans des aqueducs, tantôt dans un canal découvert : ces nivellemens sont constatés par des bornes numérotées & placées de distance en distance sur la ligne que l'on doit parcourir. M. Perronet a dressé des plans de tous les ouvrages, en a fait les devis les plus détaillés : tout ce travail est déposé dans la Bibliothèque de l'Académie, dans d'autres Dépôts publics, de manière que si jamais les circonstances permettent de faire exécuter ce grand Projet, il n'y aura plus qu'à l'ordonner, & que l'on trouvera tout ce qui dépend de l'art préparé d'avance.

Le Mémoire dont nous rendons compte, contient les résultats principaux de toutes ces opérations.

La dépense est évaluée à un peu moins de huit millions, sans y comprendre celle de la distribution dans les différens quartiers de Paris : cette dépense a paru excessive, & l'on a proposé de substituer ou des Pompes à feu, ou des Machines hydrauliques au Projet de M. de Parcieux. Plusieurs de ces nouveaux Projets, ou plutôt de ces renouvellemens de projets plus anciens, & combattus par M. de Parcieux, ont été examinés par l'Académie : en rendant justice à leurs Auteurs, elle a constamment donné la préférence au Projet d'amener l'eau de l'Yvette, comme au moyen le plus sûr, le plus durable, le moins sujet à des inconvéniens, & même à la longue le moins dispendieux, de tous ceux du moins qui jusqu'ici ont été ou soumis à son jugement, ou mis sous les yeux de la Nation.





ANATOMIE.

SUR LES EFFETS

DES VAPEURS MÉPHITIQUES.

V. les Mém.
p. 492.

LA vapeur du charbon, qu'un Baigneur avoit allumé sous une cheminée, pénétra dans une chambre voisine, dont la cheminée communiquoit avec celle du Baigneur; M. le Maire, Marchand de Modes, & sa femme, qui couchoient dans cette chambre, périrent par l'effet de la vapeur du charbon.

Cet accident, arrivé à Paris en 1774, a donné à M. Portal l'occasion de faire ce Mémoire. De tels malheurs sont fréquens; mais deux jeunes époux, enlevés en un même jour, inspirèrent plus d'attendrissement; leur jeunesse, les agrémens de leur figure, augmentèrent encore la pitié: séduits par les avantages extérieurs, nous sommes naturellement portés à croire qu'ils sont un moyen de bonheur, & que ceux qui les possèdent, perdent plus que d'autres en perdant la vie. M. Portal, appelé, mais trop tard, pour les sauver, gémit de l'inutilité de ses soins, & voulut, en publiant ce que ses observations lui avoient appris sur les accidens de ce genre, assurer à ceux à qui le même malheur arriveroit, des secours prompts, & dirigés suivant une bonne méthode.

Ceux qui périssent étouffés par la vapeur du charbon, conservent long-temps de la chaleur, la flexibilité des membres, le visage plus coloré même que dans l'état de santé: on trouve, en les ouvrant, les veines pulmonaires, les vaisseaux de la

partie gauche du cœur vides de sang; ceux du côté droit en sont pleins; ceux du cerveau sont gorgés : ces désordres sont la suite naturelle & ordinaire du défaut de respiration. C'est donc faute de respirer que périssent ceux qui sont suffoqués par les vapeurs méphitiques, soit du charbon, soit des substances en fermentation : la saignée, l'exposition à un air frais & renouvelé, l'application de l'eau froide, l'insufflation de l'air dans les poumons, l'usage des stimulans, sont les remèdes indiqués & ceux que propose M. Portal. Il veut sur-tout que l'on essaye de souffler l'air par un tuyau adapté à l'une des narines, tandis que l'autre est bouchée, l'air pénètre plus sûrement alors dans le poumon, tandis qu'en introduisant un tuyau dans la bouche, on risqueroit de rabaisser l'épiglotte, qui dans cet état est naturellement ouverte, & d'aggraver le danger, au lieu de guérir. Si ce moyen est insuffisant, M. Portal conseille l'ouverture de la trachée-artère : la répugnance que cette opération inspire aux assistans est un préjugé; mais les malheurs qu'elle peut causer si un Chirurgien peu exercé ose l'entreprendre, sont un inconvénient réel : aussi cette opération ne doit être tentée qu'après l'inutilité reconnue des premières tentatives. Il ne faut pas se rebuter si les efforts pour ranimer le malade paroissent d'abord infructueux; souvent les apparences de la mort ont duré des jours entiers.

M. Portal blâme l'usage de l'émétique, celui d'introduire dans les intestins de la fumée de tabac : ces remèdes lui paroissent même dangereux, parce que c'est la circulation qu'il faut ranimer, & sur-tout la respiration qu'il faut rappeler.

Tels sont les principaux moyens indiqués par M. Portal; & c'est d'après l'inspection des cadavres qu'il les indique : l'efficacité de quelques-uns a cependant été contestée, mais aussi celle de quelques autres, comme de l'aspersion successive & continuée de l'eau froide, a été constatée par plusieurs observations. Enfin, quoique les Médecins soient bien éloignés d'être entièrement d'accord sur la meilleure méthode de soulager les Asphyxiques, les méthodes publiées par eux dans

ces derniers temps, ont, depuis un petit nombre d'années, sauvé bien des hommes qu'on n'eût pas même tenté de secourir; & M. Portal est un des premiers qui aient tourné sur cet important objet les regards des Médecins & du Public.

SUR UNE HERNIE DES MEMBRANES DE LA VESSIE.

V. les Mém.
p. 184.

ON avoit placé une pierre dans la vessie d'un cadavre destiné à des démonstrations chirurgicales: en introduisant la sonde, on rencontra cette pierre; mais lorsqu'après les incisions nécessaires dans l'opération du grand appareil, on voulut la retirer avec des tenettes, on fut étonné de ne plus la trouver. On changea le cadavre de situation, & la pierre se fit sentir encore; mais quand on voulut tenter l'extraction, elle disparut de nouveau.

Surpris de cet accident, M. Bordenave disséqua le cadavre: il trouva que la vessie paroissoit double, ou formée de deux poches qui se communiquoient par une ouverture latérale; mais il s'assura qu'une seule de ces poches étoit la vessie, que l'autre poche, privée des membranes extérieures, étoit formée par une hernie des membranes intérieures de la vessie, à travers ses membranes extérieures, dont les fibres formoient une espèce d'anneau élastique autour de l'endroit par lequel les membranes intérieures s'étoient échappées, & où se trouvoit l'orifice de cette seconde poche.

Le Sujet sur lequel M. Bordenave a observé cet accident, étoit un Soldat invalide, sujet à des rétentions d'urine, mais qui mourut d'une autre maladie.

M. Bordenave développe la manière dont cette hernie a pu se former, indique les endroits de la vessie où il est plus à craindre qu'elle ne se forme, les maladies qu'elle peut causer, les embarras où elle jetteroit les Chirurgiens, si dans une opération la pierre disparoissoit, comme cela est arrivé sur le cadavre qui fait le sujet de son observation.

Il ne dit rien ni sur les moyens de s'assurer de l'existence de cet accident, ni sur la possibilité de prévenir les dangers auxquels il peut exposer; tel est l'ordre de la Nature, que la connoissance d'un mal doit devancer, & souvent de beaucoup, la connoissance du remède, & même des symptômes du mal; mais c'est du moins un premier pas, pour la curation d'une maladie, que d'en connoître la possibilité.

OBSERVATION ANATOMIQUE.

UN homme de cinquante-un ans, d'un tempérament sain & robuste, & de complexion maigre, sentit un craquement subit à la région des *lombes*, dans un effort qu'il fit en travaillant à la terre: ce craquement fut suivi d'une douleur si forte, qu'il tomba malade sans connoissance. Revenu de cet état, il ne s'aperçut plus que d'un sentiment de pesanteur & d'engourdissement à la partie où il avoit éprouvé de la douleur: cet engourdissement ne l'empêchoit pas de vaquer à ses occupations ordinaires, & d'avoir ses mouvemens libres, seulement, lorsqu'il étoit assis, il étoit obligé de prendre quelques précautions, & de s'appuyer sur ses mains pour se relever: deux mois & demi après cet accident, il eut des douleurs vives; il étoit forcé de s'appuyer sur un domestique pour faire quelques pas.

Dans cet état, il fit une chute & tomba sur les fesses; dès ce moment, les extrémités inférieures, le *rectum* & la vessie ont été frappés de paralysie; ses excréments & ses urines, après avoir été retenus pendant quelques jours, sont sortis involontairement; la gangrène est survenue à l'endroit de l'os *sacrum*, & le malade, encore plein de force & sain d'esprit, s'est épuisé peu-à-peu, & est péri au bout de quarante-quatre jours.

A l'ouverture de son corps, on a trouvé le corps de la seconde vertèbre des lombes, en comptant de haut en bas, presque entièrement détruit, de sorte qu'elle paroïssoit comme

fracturée en travers; & celui de la quatrième, profondément corrodé du côté gauche, & rempli, ainsi que le lieu qu'avoit occupé la seconde, par une matière putréfiée qui n'avoit affecté que le périoste & l'enveloppe ligamenteuse, dont ces os sont couverts, sans s'étendre à leurs cartilages intermédiaires & aux parties osseuses. Une personne digne de foi, qui a connu le malade, pendant tous les temps de sa vie, & qui n'ignore rien de tout ce qui le concerne, a assuré M. Sabatier, Auteur de cette observation, que le malade n'avoit jamais eu d'humeur extérieure, ni de maladie vénérienne, & qu'il avoit constamment joui de la santé la plus ferme & la plus vigoureuse: l'espèce de fracture aux vertèbres lombaires, dont il est mort, paroît cependant devoir être attribuée à un vice intérieur, sans lequel il n'est pas probable qu'elle ait pu survenir à l'occasion de l'effort que le malade a fait en bêchant; autrement, cet accident seroit aussi commun qu'il est extraordinaire. Mais quel est ce vice capable d'altérer & de détruire la substance des os, sans s'être jamais annoncé par aucun symptôme extérieur, & comment s'est-il porté sur la seconde & sur la quatrième vertèbre des lombes, sans avoir affecté les autres os? Cette question paroît à M. Sabatier, du nombre malheureusement infini de celles auxquelles il est impossible de répondre d'une manière satisfaisante.





CHIMIE.

SUR LE FLUIDE

QUI SE DÉGAGE DES CHAUX MÉTALLIQUES PENDANT LEUR RÉDUCTION.

Nous avons rendu compte, dans l'histoire de 1774, d'un Mémoire où M. Lavoisier avoit prouvé que les métaux, en se calcinant, absorboient de l'air, & que c'étoit à cet air qu'ils devoient l'augmentation réelle de leur poids; mais M. Lavoisier n'avoit prouvé cette vérité, qu'en montrant qu'une partie de la portion du fluide de l'atmosphère dans laquelle s'étoit faite la calcination avoit été absorbée, & que le poids de cette partie absorbée, étoit égal à l'excès du poids qu'avoit acquis le métal calciné. Ainsi, comme on ne peut point regarder le fluide de l'atmosphère comme un fluide absolument pur, ou comme un élément simple, il restoit à déterminer quelle est parmi les substances qui entrent dans la composition de l'atmosphère, celle qui se combine avec les métaux lorsqu'ils passent à l'état de chaux. Tel est l'objet du nouveau Mémoire de M. Lavoisier; en revivifiant des chaux métalliques par l'addition d'une matière phlogistique, M. Lavoisier vit qu'il s'en dégageoit un fluide expansible qui avoit toutes les propriétés de l'air fixe; mais ce même air fixe se dégage du charbon lorsqu'il brûle: ainsi ce résultat ne pouvoit donner aucune lumière. M. Lavoisier imagina alors de réduire, dans des vaisseaux clos, du mercure

V. les Mém.
p. 520.

Hist. 1775.

B

précipité, *per se*, espèce de chaux métallique qui se revivifie sans addition. Il s'en dégagait un fluide aëriiforme, plus propre à la respiration des animaux que l'air commun de l'atmosphère, plus propre aussi à entretenir la combustion.

Cet air est le même à qui M. Lavoisier a donné le nom d'*air éminemment pur*, que M. Priestlei appelle *air déflogistiqué*, & qui, mêlé avec l'air nitreux, a la propriété de le précipiter sous la forme d'esprit de nitre.

SUR LES

COMBINAISONS SALINES DU ZINC.

V. les Mém. P. 1 & 8. M. DE LASSONE examine, dans ces deux Mémoires, la combinaison de l'alkali volatil avec le zinc, soit dans l'état métallique, soit dans l'état de chaux, & les divers phénomènes qui résultent de cette combinaison.

La dissolubilité du zinc dans l'alkali volatil, étoit plutôt soupçonnée que connue des Chimistes : quelques-uns l'avoient niée, d'autres, en plus grand nombre, l'avoient admise; mais aucun ne l'avoit constatée par des expériences précises & détaillées.

M. de Lassone prouve d'abord que l'alkali volatil en liqueur, dissout la limaille du zinc avec effervescence, & les fleurs du zinc sans effervescence, mais cependant d'une manière plus prompte & plus parfaite: il faut que la liqueur alkaline soit saturée, & qu'on l'emploie immédiatement après que l'alkali volatil a été tiré du sel ammoniac, par l'intermède de l'alkali fixe.

Ces deux conditions sont nécessaires, non pour que l'alkali volatil dissolve quelques portions du zinc, mais pour que la dissolution soit parfaite, & que ces deux substances forment une véritable combinaison.

La première est si essentielle, que si la dissolution étant parfaite, on l'étend dans de l'eau distillée, elle se trouble & dépose une partie du zinc.

Lorsqu'on fait évaporer la dissolution du zinc par l'alkali volatil, il s'y forme des cristaux soyeux. Si l'on a employé le zinc dans l'état de métal, il nage dans la dissolution des cristaux brunâtres qu'il faut en séparer par le filtre, & les cristaux sont d'un blanc un peu sale; si l'on a employé les fleurs de zinc, la dissolution est parfaitement claire, & les cristaux soyeux sont très-blancs.

Cette nouvelle combinaison du zinc a fourni à M. de Lassone une occasion de faire des recherches sur ce demi-métal : quelques Chimistes célèbres l'ont regardé comme une combinaison particulière du fer, fondés sans doute sur ce que l'on tire du fer, soit des mines de zinc, soit du zinc préparé dans les mines. M. de Lassone a tenté de former du bleu de Prusse en précipitant le zinc de sa dissolution dans l'alkali volatil, & il en a formé quelquefois, mais seulement lorsqu'il a employé pour cette opération ou le zinc du commerce, ou des acides qui contenoient un peu de fer; le zinc déjà purifié dans son laboratoire, les acides préparés avec soin n'ont point produit de bleu de Prusse. M. de Lassone en conclut que le zinc n'est pas du fer, quoique souvent il soit mêlé avec ce métal, & qu'il ait d'ailleurs avec lui quelques traits de ressemblance.

L'alkali volatil caustique n'agit point sur les fleurs du zinc, mais il dissout le zinc précipité du vitriol de zinc par l'alkali fixe : ce sont toutes ces bizarreries apparentes qui avoient égaré les Chimistes, & fait naître des doutes sur la dissolubilité du zinc dans l'alkali volatil.

SUR PLUSIEURS SELS AMMONIACAUX.

M. DE LASSONE examine, dans ce Mémoire, les combinaisons de l'alkali volatil avec l'acide du vinaigre, avec la crème de tartre, avec l'acide nitreux, avec l'arsenic, avec le sel sédatif. V. les Mém. P. 40.

Le sel ammoniacal acéteux, étoit connu sous le nom

d'esprit de Minderet ; mais la possibilité d'obtenir ce sel en cristaux & sous une forme concrète étoit encore douteuse : M. de Laffone donne ici les moyens de s'en procurer. Il faut, pour y réussir, employer de l'alkali volatil tiré du sel ammoniac, par l'alkali fixe ordinaire ou par la craie ; celui qu'on tire par l'intermède de la chaux ou de l'alkali fixe caustique ne réussiroit pas : il faut ensuite se servir du vinaigre radical ; alors la combinaison mise au point d'évaporation, donne des cristaux ; ce sel attire très-promptement l'humidité de l'air ; il est du nombre de ceux que les Anciens ont nommés *incérés*, ce qui signifie qu'ils se fondent à peu-près au même degré de chaleur que la cire ; ces cristaux ne sont pas d'une blancheur parfaite, il reste dans le vinaigre radical une substance extractive qui les colore ; mais si on distille le sel ammoniacal acéteux préparé de cette manière, il se sublime sous une forme concrète, & ce sublimé est très-blanc : ce sel est alors moins déliquescent, moins fusible & peut se conserver dans des flacons bien bouchés.

M. de Laffone donne un autre moyen de préparer sur le champ ce sel ammoniacal : il suffit de distiller dans deux vases de l'alkali volatil & du vinaigre radical, de manière que leurs vapeurs se rencontrent dans un même récipient ; elles s'y combinent & déposent une substance concrète sur ses parois.

L'union que contracte l'acide tartareux avec l'alkali volatil est très-foible ; cependant on forme avec ces substances un sel parfaitement neutre qui se cristallise, & que l'on peut conserver sous cette forme. Si on dissout ces cristaux, & qu'on veuille évaporer de nouveau pour se procurer une nouvelle cristallisation, il se développe une odeur d'alkali volatil qui prouve l'évaporation d'un peu de cet alkali, & la dissolution dépose une substance presque insoluble dans l'eau, très-peu acide, n'ayant presque aucun caractère salin : ce dépôt se renouvelle à chaque solution, & l'on pourroit, en le répétant, détruire tout le tartre ammoniacal qu'on a formé. On sait que la crème de tartre n'est rien moins qu'un

acide pur, qu'elle contient de l'alkali fixe tout formé & une substance inflammable; ainsi il n'est pas étonnant que l'alkali volatil décompose, en quelque sorte, la crème de tartre, & emporte, en s'évaporant, une partie de ses principes. En général, le plus grand nombre des sels s'altèrent & se décomposent par ces dissolutions & ces évaporations répétées; l'alkali fixe même s'altère par ce moyen & perd de son caractère salin, ce qui s'accorde avec l'observation que nous venons de rapporter; les corps regardés comme les plus simples, les plus élémentaires, sont peut-être bien éloignés de l'être, & au-delà de la Chimie que nous connoissons: il y en a sans doute une autre dont les secrets sont réservés pour d'autres siècles.

Les cristaux du sel ammoniacal nitreux, présentent un phénomène singulier que Borrichius avoit observé dans ceux du sel ammoniac ordinaire; ils deviennent flexibles; il ne faut pas même, pour acquérir cette propriété, qu'ils aient subi plusieurs cristallisations répétées, comme le croyoit Borrichius, une seule suffit, pourvu qu'elle soit ménagée de manière à se procurer des cristaux un peu alongés.

M. Macquer avoit combiné le nitre ammoniacal avec l'arsenic, & en avoit tiré un sel arsenical, formé par la combinaison de l'arsenic avec l'alkali volatil, parce que ce demi-métal décompose le nitre ammoniacal, de même que le nitre à base d'alkali fixe: M. de Laffone a tenté avec succès la combinaison immédiate de l'alkali volatil & de l'arsenic.

La dissolution de l'arsenic dans un alkali volatil très-concentré, se fait aisément à l'aide de la chaleur, & se change en une masse solide par le refroidissement; si on l'étend ensuite dans un plus grand volume d'eau, la dissolution reste claire, ne dépose rien sur le filtre, & on obtient des cristaux par une douce évaporation: toutes ces opérations sont nécessaires pour les obtenir; si l'on se servoit d'un alkali volatil moins concentré, la dissolution seroit très-imparfaite.

Si on emploie l'alkali volatil caustique, la dissolution ne

14 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

se change point par le refroidissement en une masse saline, mais on obtient également des cristaux.

Le régule d'arsenic ne se dissout point parfaitement dans l'alkali volatil; la dissolution dépose sur le filtre une partie du régule sous une couleur plus foncée.

M. Baron avoit annoncé que le sel sédatif se combinait immédiatement avec l'alkali volatil; mais il n'avoit pas été plus loin.

M. de Laffone a examiné ce qui se passe dans cette combinaison: si on mêle du sel sédatif dans une dissolution d'alkali volatil, il se fait souvent une vive effervescence, & durant cette effervescence le mélange se refroidit. Mais alors le sel sédatif employé dans l'expérience n'étoit point pur: ce sel retient ordinairement une partie de l'acide vitriclique employé à le séparer du borax; M. de Laffone l'en a dépouillé, & alors sa combinaison avec l'alkali volatil s'est faite sans une effervescence bien sensible.

Si, au lieu de l'alkali volatil ordinaire, on emploie l'alkali volatil tiré par la chaux, il n'y a point d'effervescence; mais le mélange s'échauffe, au lieu de se refroidir, pendant la combinaison.

Lefevre, Chimiste célèbre du dernier siècle, avoit observé que l'union de la crème de tartre avec le borax, forme un sel qui a l'apparence d'une gomme; le borax ammoniacal s'unit de même à la crème de tartre & forme une gomme pure, transparente au point de ressembler au plus beau cristal; & cette gomme attire moins l'humidité de l'air que le sel gommeux de Lefevre.

Tels sont les faits principaux détaillés dans le Mémoire de M. de Laffone: il n'a point cherché à expliquer les phénomènes singuliers qui se sont offerts à lui dans le cours de ses expériences; il sait combien les explications des phénomènes particuliers sont incertaines, sujettes à être démenties par d'autres phénomènes, & combien elles apprennent peu de chose. Ce n'est qu'après avoir rassemblé un grand nombre de faits, les avoir rapprochés, qu'on peut

en tirer un fait général, & voir si ce fait général est la conséquence de quelques-uns de ces faits généraux déjà connus, & qui, embrassant des classes de corps très-étendues, & n'étant point ou presque point sujets à des exceptions, sont regardés comme des loix de la Nature.

SUR LA

REVIVIFICATION DES CHAUX DE CUIVRE.

SI on met dans de l'eau forte, des lames de métal qui contiennent trois parties d'argent sur une d'or, l'or se précipite au fond du vase, & l'on a une dissolution d'argent par l'esprit de nitre; pour en retirer l'argent; on étend cette dissolution dans beaucoup d'eau, & on y plonge des lames de cuivre, l'argent se précipite alors, & il reste une dissolution de cuivre dans l'eau forte; on retire l'eau forte par la distillation, & on a pour résidu une chaux de cuivre: l'expérience a montré que cette chaux de cuivre se revivifie en la faisant fondre avec du charbon; mais il ne s'agit pas seulement de retrouver le cuivre, il faut le retrouver avec la moindre dépense possible. Voici quel est le moyen employé dans les ateliers du raffinage, au nouvel hôtel de la Monnaie. On a construit un fourneau auquel on a donné la forme la plus propre à faciliter ce travail: ce fourneau est terminé par une casse de forme hémisphérique; on remplit le fourneau de charbon, on l'allume; quand la casse paroît rouge, on jette sur les charbons de la chaux de cuivre qu'on recouvre d'un nouveau lit de charbon, & ainsi de suite, jusqu'à ce que le fourneau soit plein; le cuivre se revivifie, se fond, & par son poids gagne le fond de la casse; à mesure que le charbon baisse dans le fourneau, on ajoute de nouvelle chaux de cuivre & de nouveau charbon, jusqu'à ce que l'on s'aperçoive que le métal est en pleine fusion dans la casse; alors on ôte ce qui reste de charbon dans le fourneau, on enlève les charbons, & les scories qui nagent sur le métal

V. les Mém.
P. 193

qui est en bain dans la casse: on prend le cuivre dans des cuillers de fer, & on le verse dans des moules destinés à le former en lames propres à précipiter l'argent de la dissolution dans l'eau forte; lorsque la casse est presque vide, on remet dans le fourneau le charbon qu'on a ôté; on y ajoute de nouvelle chaux de cuivre, & on recommence l'opération.

M. Tillet a suivi une de ces opérations, dans laquelle on a fondu en 17 heures environ plus de trente-un quintaux de chaux de cuivre. Il faut voir dans le Mémoire même, la description du fourneau, la manière ingénieuse dont toutes ses parties ont été combinées pour que le service fût moins fatigant pour les Ouvriers, qu'on pût saisir facilement les momens où il faut retirer le métal fondu, ôter les charbons, nettoyer la surface du bain de cuivre: on verra dans les figures la forme ingénieuse qu'on a donnée aux moules destinés à former sur le champ le cuivre en lames.

Les trente-un quintaux de ces chaux de cuivre n'ont rendu que dix-sept cents livres de métal; ce déchet est considérable: M. Tillet a voulu connoître ce qui, dans ce déchet, étoit occasionné, soit par des matières étrangères, mêlées à la chaux de cuivre, soit par une portion d'acide qu'elle retiendrait encore, soit par une quantité de chaux de cuivre, devenue trop réfractaire, soit enfin par la perte de poids qui arrive par le dégagement de la substance qui s'unit à la terre métallique pendant la calcination.

Le reste du déchet doit être attribué alors aux défauts inséparables de toute opération en grand, où ne considérant que le produit de l'opération, on néglige tous les soins qui coûtent plus qu'ils ne rapportent. M. Tillet a suivi différentes méthodes pour retirer tout le cuivre existant dans la chaux, & la plus exacte lui a laissé un peu plus de vingt-deux pour cent de perte; la perte de l'opération en grand est environ quarante-quatre, c'est donc vingt-deux & demi pour cent de perte sur la totalité de la chaux, & plus de vingt-huit pour cent du métal revivifiable qu'elle contenoit.

M. Tillet avoit voulu examiner, plusieurs années auparavant, ce que

ce que par la même méthode on retireroit du résidu du blanchiment des pièces de billon ; ces pièces sont composées de cuivre & d'environ un cinquième d'argent : pour les blanchir, on les fait bouillir dans une liqueur qui contient en dissolution du tartre & du sel marin ; l'acide du tartre, ou peut-être une partie de celui du sel marin qui se décompose dans cette opération, attaque le cuivre à la surface, & laisse paroître une couche d'argent : le résidu de cette opération est donc du cuivre mêlé nécessairement d'un peu d'argent. M. Tillet a employé pour revivifier ce résidu, le procédé employé alors pour revivifier les chaux de cuivre, procédé moins parfait que celui dont il a rendu compte dans ce Mémoire, & il en a retiré trois pour cent des matières soumises au blanchiment d'un métal qui contenoit un douzième d'argent.

Ce résidu a été négligé dans la fabrication des billons qui se fit en 1728, & le produit en eût été environ soixante-douze mille livres.

On voit dans ce Mémoire, comment la théorie & la pratique concourent aux progrès des Arts : il faut revivifier les chaux de cuivre, & la chimie en indique les moyens ; mais il faut que ces moyens coûtent le moins qu'il est possible, & alors, les hommes, occupés de la pratique, apprennent à perfectionner les procédés : si l'Art est défectueux, & qu'il emploie une mauvaise méthode, la théorie pourra le corriger ; mais s'il ne s'agit que du meilleur emploi des moyens, alors la théorie trouvera presque toujours que la pratique l'aura devancée.

*SUR LA PROPRIÉTÉ
DE REVIVIFIER LES CHAUX MÉTALLIQUES,
ATTRIBUÉE À L'ÉLECTRICITÉ.*

DE savans Physiciens, & entr'autres le P. Beccaria, avoient publié des expériences qui leur paroissoient prouver que l'action de l'électricité revivifie les chaux métalliques.

Hist. 1775.

V. les Mém.
p. 243.

C

Un fait aussi extraordinaire a paru à M.^{rs} Briffon & Cadet, mériter d'être examiné de nouveau. En effet, l'application du feu électrique, comme celle de tout feu violent, paroïssoit plus propre à calciner les métaux qu'à les revivifier : on avoit vu plus d'une fois des métaux calcinés par le tonnerre ; les pointes des barres destinées à préserver les édifices de la foudre, ont été trouvées dans cet état ; enfin, si on décharge un appareil électrique un peu fort à travers un fil d'archal, ce fil rougit, se brise & se disperse, partie en globules fondus, partie en petites scories. Il étoit possible d'ailleurs que les Physiciens dont nous avons parlé, eussent été séduits par une apparence trompeuse ; on sait que les chaux métalliques se revivifient en les jetant dans le feu à travers les charbons, mais le charbon est un intermède nécessaire pour cette revivification ; il seroit donc possible que l'électricité revivifiât une chaux métallique, mais ce seroit aux dépens d'autres substances voisines qu'elle auroit brûlées ou calcinées, alors elle ne feroit que ce que fait le feu dans des circonstances semblables.

M.^{rs} Cadet & Briffon ont déchargé des appareils électriques à travers différentes chaux métalliques, contenues entre des cartes ou entre des lames de verre : les extrémités des conducteurs qui touchoient à ces chaux, ont été tantôt des corps métalliques, tantôt des corps tirés du règne végétal & dans un état d'humidité.

Ils n'ont aperçu dans aucun cas aucune preuve de revivification : s'ils ont trouvé quelquefois des parcelles de métal, c'étoit seulement lorsque les extrémités des conducteurs métalliques avoient été fondues, & ces parcelles n'appartenoient pas au métal dont on avoit employé la chaux, mais à celui dont les conducteurs étoient formés. Les chaux ont été souvent noircies, mais ce phénomène n'a plus eu lieu lorsqu'on s'est servi de conducteurs humides, & que ces conducteurs n'ont pas été altérés ; & les mêmes taches ont paru lorsqu'on a laissé entre les conducteurs métalliques un espace vide ; enfin, lorsqu'on y a mis de la craie ou

du gypse, ils ont été noircis de même que les chaux métalliques. Une petite partie du mercure précipité, *per se*, a été revivifiée, mais on sait que cette substance se revivifie toute entière sans addition dans les vaisseaux clos; ainsi il ne paroît pas étonnant qu'elle se soit revivifiée en partie, étant serrée entre deux plaques de verre, & se trouvant soumise à l'action d'une très-forte chaleur. Il n'y a donc ici rien qui semble indiquer un effet propre de l'électricité.

Aussi M.^{rs} Cadet & Briffon concluent que l'électricité ne revivifie point les chaux métalliques, du moins en l'employant comme l'avoient employée les Physiciens dont ils combattent ici l'assertion. En supposant en effet que les émanations des corps électriques fussent propres à revivifier les chaux, l'analogie porteroit à croire que ce ne seroit pas en les employant avec cette violence; on sait qu'il y a des chaux métalliques qui se revivifient par une chaleur très-foible, ce seroit peut-être à celles-là qu'il faudroit appliquer l'électricité, soit en faisant passer à plusieurs reprises dans des vaisseaux clos qui contiendroient ces chaux, une électricité trop foible pour fondre ou altérer les conducteurs, soit en leur appliquant continuellement l'électricité pendant un long-temps.

Il faut cependant avouer que quand même ces expériences réussiroient, elles ne nous apprendroient rien sur la théorie de la calcination des métaux; les émanations lumineuses & odorantes des corps électrisés, les étincelles brûlantes qui en sortent, sont des substances dans l'état d'ignition; elles entraînent comme ces substances, ou elles produisent un air qui, comme celui qui se dégage des charbons, donne des indices d'acide. Ainsi quand l'électricité, ainsi employée, pourroit revivifier ces chaux, ce phénomène paroîtroit rentrer dans les phénomènes connus qui accompagnent cette opération chimique.

SUR L'OR FULMINANT.

LES Chimistes connoissent depuis long-temps la propriété qu'ont certains précipités d'or de détonner avec une violence

V. 1.^{re} Mém.
p. 386.

terrible, à un degré de chaleur même assez foible : les recherches de M. Bergman nous ont appris que l'or n'acquiert cette propriété que par la combinaison avec l'alkali volatil, ou, ce qui est plus vraisemblable, avec un des principes dont cet alkali est composé. M. Sage décrit, dans ce Mémoire, un phénomène singulier qui accompagne la détonnation de l'or fulminant : si l'on fait détonner de l'or fulminant sur une lame d'argent, de cuivre, de zinc, de kobalt, l'or y paroît incrusté sous la forme métallique ; mais si cet or fulminant est placé sur de l'étain, du plomb, du bismuth, de l'antimoine, du régule d'arsenic, l'or ne se retrouve plus sous la forme métallique ; & on obtient une chaux d'or d'une couleur plus ou moins foncée : cette chaux d'or, fondue avec du verre blanc, produit du verre violet, comme le précipité de Cassius ; mais l'intensité de la couleur varie selon l'espèce de métal sur lequel l'or a détonné. Si l'on précipite l'or dissout dans l'eau régale, avec les métaux sur lesquels l'or reparoît après la détonnation sous la forme métallique, l'or est précipité sous la même forme ; mais l'or est précipité sous la forme de chaux, par les mêmes métaux sur lesquels on le retrouve après la détonnation, privé de la forme métallique, analogie singulière & qui n'est pas la seule que les opérations chimiques aient fait remarquer entre les effets que produit l'action du feu sur les métaux, & ceux qu'ils éprouvent par leur dissolution dans les acides & leur précipitation.

M. Sage a observé également que l'or qui fulmine dans des cornets de carte ou entre deux feuilles de papier, s'y retrouve après la détonnation sous la forme de chaux.

SUR LA PIERRE CALAMINAIRE.

V. les Mém. P. 183. **S**I on distille de la Pierre calaminaire non calcinée, avec un mélange de limaille de fer, il monte dans le récipient une substance semblable au beurre de zinc, c'est-à-dire, à la substance saline que produit la combinaison du zinc.

avec l'acide marin : pour réussir dans cette expérience , il faut opérer avec un feu gradué ; si la distillation est trop prompte , on n'obtient que du zinc en nature & de l'acide marin volatil.

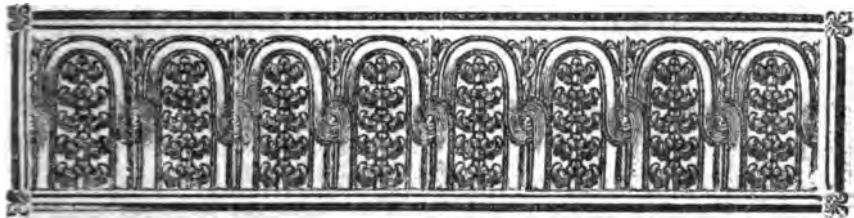
Il résulteroit de cette observation de M. Sage , que dans la pierre calaminaire , ce seroit en partie l'acide marin , ou du moins l'acide marin volatil , qui , par son union avec le zinc , l'auroit privé de sa forme métallique ; mais l'acide marin volatil produit dans cette expérience , est-il vraiment de l'acide marin volatil , tel qu'on l'obtiendrait en distillant de l'acide marin sur des substances inflammables , ou bien n'est-il que cet air , ce gaz acide , que la propriété de faire cristalliser les alkalis & de former des sels qui décrépitent , a pu faire regarder comme une espèce d'acide marin sous une forme gazeuse ? Il ne paroît pas que M. Sage ait fait des recherches pour constater la nature de l'acide qui se sépare du zinc dans la cristallisation de la pierre calaminaire ; & c'est sans doute ce qu'il se propose de faire dans d'autres Mémoires.

OBSERVATION.

LES Eaux de Brecourt en Normandie , sont conseillées depuis quelque temps par des Médecins célèbres , qui ont prié M. Cadet le jeune d'en faire une analyse détaillée ; ils ont cru que cette analyse pourroit les éclairer dans leur pratique. L'utilité de ces analyses a été contestée par d'habiles Praticiens , & s'il ne s'agissoit que des analyses faites jusqu'à ces derniers temps , peut-être auroient-ils raison : mais l'art de faire les analyses s'est perfectionné : & sur-tout depuis que l'on a connu la nécessité d'examiner la nature , & de déterminer la quantité des principes aëriiformes qui sont combinés dans une grande partie des eaux minérales , & que l'on a trouvé des moyens sûrs de remplir cet objet , il n'est plus permis de douter de l'utilité de ces analyses chimiques.

La fontaine qui fournit les eaux de Brecourt , se trouve dans un vallon peu éloigné de la mer, dont le terrain ochreux leur communique une saveur ferrugineuse : sur les lieux , elles sont limpides & inodores , mais dans le transport elles contractent une légère odeur de foie de soufre : la présence du soufre n'a pu cependant y être manifestée, ni par les acides , ni par l'exposition des feuilles d'argent , ni par la calcination des précipités faits par l'alkali fixe ; M. Cadet a seulement observé que cette eau , mêlée avec le mercure dissout dans l'acide nitreux , donnoit un précipité jaune , indice de l'acide vitriolique : avec le vinaigre de Saturne , il a eu un précipité gris ; l'argent dissout dans l'acide nitreux , lui a donné un précipité sous forme de caillé , moitié blanc , moitié noir , ce qui , d'un côté , confirme l'existence du soufre , & annonce de l'autre celle de l'acide marin. La présence du fer est aussi indiquée par la teinte noirâtre que prennent ces eaux , lorsqu'elles tiennent des parties végétales en macération , & par le résidu des distillations , qui contient quelques particules attirables à l'aimant. M. Cadet admet de plus , dans les eaux de Brecourt , un air fixe qui les rend spécifiquement plus pesantes que l'eau simple distillée , & leur donne une qualité spiritueuse , & enivrante ; lorsque l'eau a été balottée dans une bouteille , cet air s'en dégage & sort en sifflant par l'ouverture que l'on pratique au bouchon , il fait même sauter le bouchon s'il n'est retenu par quelque lien ; il se dégage encore sous forme de bulles , lorsqu'on verse sur l'eau quelques gouttes d'huile de vitriol. Si l'on évapore l'eau de Brecourt , son dépôt offre des aiguilles soyeuses , cristallisation particulière à la selenite ; il contient encore du sel marin , du sel de glauber , & une partie terreuse. De cette analyse , M. Cadet conclut que cette eau minérale tient en dissolution beaucoup d'air fixe , une petite quantité de soufre , du fer , de la selenite , du sel marin , du sel marin à base terreuse , & une portion de terre calcaire : ces principes , à l'exception de l'air fixe , y sont en très-petite quantité & dans une division extrême.





HISTOIRE NATURELLE

DES ANIMAUX.

OBSERVATIONS.

I.

LE 26 Janvier 1775, un Fermier a apporté à M. de la Tournelle, Secrétaire de l'Académie d'Agriculture de Soissons, un agneau né de la veille, mort & à terme : cet agneau n'a qu'une tête qui a quatre oreilles, deux sur les parties latérales; les deux autres sont jointes ensemble, & ne sont attachées qu'aux tégumens de la partie supérieure du coronal : il n'a qu'un cou, quatre pattes de devant, un seul abdomen qui se termine antérieurement au nombril, & postérieurement à la dernière vertèbre du dos; de-là, se séparant en deux, l'animal forme deux agneaux d'égale force.

Il a quatre cuisses, quatre pattes de derrière, deux queues & deux moitiés de ventre : ces deux agneaux sont mâles.

M. de la Tournelle a gardé cet agneau dans de l'eau d'alun, comptant trouver une occasion de l'envoyer à l'Académie des Sciences; mais enfin, craignant une trop grande putréfaction des intestins, il se détermina à en faire l'ouverture le 25 Février : les viscères de l'abdomen, tels que le foie, la rate, l'estomac, le pancréas, les reins & les intestins, se trouvèrent doubles.

Ceux de la capacité de la poitrine étoient simples, à l'exception des poumons qui étoient doubles.

Le cœur s'est trouvé simple, mais un peu plus gros qu'il n'est ordinairement.

Il n'y avoit de trachée-artère à aucun des deux poumons.

Les os étoient doubles depuis la première vertèbre cervicale, jusqu'à la dernière vertèbre du dos, où la séparation se faisoit, de sorte que la colonne étoit double & séparée dans toute sa longueur : près de la dernière vertèbre cervicale, ces deux colonnes décrivent une S, principalement la droite, & elles deviennent ensuite convergentes pour aller se terminer à la partie postérieure de l'occiput.

M. de la Tournelle voulut dilater les intestins pour les injecter de cire, & les envoyer aussi à l'Académie, mais il étoit trop tard, ces parties étoient putréfiées, au point que l'air s'ouvroit passage en les crevant à mesure qu'on l'y comprimait.

Il paroît que la seule cause de la mort de cet agneau, est le défaut de trachée-artère : lorsqu'il naquit, l'air n'a pu parvenir dans les poumons.

I L

UNE jeune poule fit en 1774, lors de sa première ponte, un œuf moins gros qu'un œuf de pigeon; on ne remarqua que la petitesse de cet œuf, parce qu'on ne l'examina pas peut-être avec l'attention qu'il exigeoit: cette poule a pondu depuis un assez grand nombre d'œufs de la grosseur ordinaire. Au mois d'Avril 1775, elle en pondit un fort petit; c'est celui qu'on a mis sous les yeux de l'Académie: la longueur de cet œuf étoit de 13 lignes; la plus grande circonférence de 3 pouces 6 lignes, & la plus petite de 3 pouces 2 lignes. En le faisant tourner sur une table, on s'étoit aperçu qu'en cessant de se mouvoir, il prenoit toujours la même position, & s'asseyoit sur le bout le plus pointu; quand, avec la main, on le tiroit de cette position, on sentoît qu'il faisoit des efforts pour la reprendre, & livré à lui-même, il la reprenoit effectivement; à force de le faire tourner sur la table & de le
mettre

mettre, pour ainsi dire, en expérience, il tomba à terre & se fendit dans une partie de sa longueur : cette fente n'empêcha pas pourtant qu'il ne conservât la même situation. Huit jours après la chute de cet œuf, on l'ouvrit, & on n'y trouva aucune humeur soit blanche, soit jaune; il peut se faire qu'elle se fût écoulée par la fente, qui s'étoit agrandie durant cet intervalle de temps : mais, on vit alors que ce petit œuf renfermoit la moitié de la coque d'un autre œuf plus petit encore; cette moitié de coque ressemblant assez à une tasse, étoit couverte d'une membrane fine & déliée, qui servoit à la séparer de la coque de l'œuf dans lequel elle étoit renfermée : le bout pointu sur lequel cet œuf s'asseyoit toujours, étoit opposé à celui où a été trouvée la moitié de la coque d'un autre œuf.

III.

FEU M. Morand a donné, dans le volume de 1770, un Mémoire très-étendu sur les sexdigitaires de l'espèce humaine. La même monstruosité doit s'offrir également dans les différentes espèces d'animaux qui ont des doigts; elle y seroit même plus intéressante à observer, sur-tout dans les espèces communes, par la facilité qu'on auroit alors de multiplier les expériences, & de voir comment cette difformité peut ou se conserver, si on unit ensemble des individus où elle se rencontre, ou se perdre en croisant les races. Qui sait même si dans quelques espèces cette conformation, devenue permanente, ne seroit pas un avantage? mais nous n'avons encore que très-peu de faits, & il est intéressant de les recueillir. M. de Fougereux a montré à l'Académie un poulet qui, au lieu d'un pouce & trois doigts, avoit à chaque patte trois doigts & deux pouces; ces deux pouces avoient chacun les os qui leur sont propres.





BOTANIQUE.

SUR LA FAMILLE DES CYCAS.

V. les Mém.
P. 515.

CE Mémoire de M. Linnæus, le seul dont ce Naturaliste célèbre que nous venons de perdre, ait enrichi nos Mémoires, contient la description du Cycas, espèce de plante qui, par sa grandeur, par sa forme extérieure, semble s'approcher de la classe des palmiers. M. Linnæus croit cependant devoir le placer dans la classe des fougères, à laquelle il appartient par des caractères qui lui paroissent plus essentiels : les cycas, comme les fougères, ont les parties de la fructification attachées au dos des feuilles, & ces feuilles se développent dans l'une & dans l'autre plante de la même manière ; non-seulement la feuille elle-même, mais les barbes dont la feuille est composée, sont roulées en spirales avant leur développement ; caractère particulier aux fougères, & qui n'appartient à aucune espèce de palmier. Les étamines des cycas n'ont point d'anthers, & leur poussière est à découvert, & c'est une observation que M. Linnæus croit devoir s'étendre généralement aux plantes cryptogames, c'est-à-dire, à celles où les phénomènes de la fructification sont cachés à nos regards. La pillulaire rangée, par M. Jussieu, dans la classe des fougères en est la plus petite espèce ; les cycas que M. Linnæus y range, en seroient la plus grande. Telles sont les réflexions qu'a fournies à M. Linnæus, l'avantage peu commun dans nos climats, & sur-tout dans le sien, d'avoir pu observer des cycas mâles & femelles dans l'état de floraison.

*SUR UNE
PRODUCTION MONSTRUEUSE
TROUVÉE SUR UN POMMIER.*

M. DUHAMEL rend compte, dans ce Mémoire, d'une monstruosité singulière qu'il a observée sur un pommier greffé en écusson : à l'endroit de l'insertion, il s'est montré un bouton qui a produit des feuilles & une tige ; le pédicule des feuilles, la tige elle-même se sont trouvés d'une substance charnue, absolument semblable, pour le goût & l'odeur, à la chair d'une pomme verte.

V. les Mém.
P. 559.





MINÉRALOGIE.

SUR LES GRÈS CRISTALLISÉS DE FONTAINEBLEAU.

V. les Mém.
p. 68.

M. DE LASSONE a destiné ce Mémoire à donner une description plus complète des grès cristallisés de Fontainebleau.

De nouvelles observations lui ont confirmé que ces cristaux se forment au milieu de lits de sable très-fins, sans qu'ils aient contracté aucune adhérence avec les grains de ce sable, sans qu'on trouve aucun indice qu'ils aient jamais été attachés à la masse de grès dans laquelle on trouve ces amas de sable. Le sable qui forme les cristaux, & celui qui les entoure, ne sont point d'une substance homogène; ils sont en partie calcaires & en partie vitrifiables, & cette condition paroît nécessaire pour la cristallisation.

Souvent ces cristaux sont des rhombes parfaits, d'autres fois des amas de rhombes, & dans ceux qui paroissent s'éloigner le plus de cette forme, il est toujours facile de l'y reconnoître.

M. de Lassone a observé des cristallisations d'une autre espèce, formées aussi par la combinaison de deux substances, l'une vitrifiable & l'autre calcaire: le grain de ces corps est plus gros que celui des cristaux en rhombes, ils sont en boules, & il est aisé, à l'inspection, de voir qu'ils ne sont pas des morceaux de grès roulés.

On les trouve dans la partie des blocs de grès supérieure à celle où se forment les cristaux en rhombes, & ces cristaux arrondis se trouvent également au milieu d'un sable mobile, & n'ont aucun signe d'adhérence au banc solide.

M. de Laffone décrit aussi d'autres grès cristallisés, trouvés par M. Bezout auprès de Nemours : les couches de sable & de craie ont à Nemours la même disposition qu'à Fontainebleau. Il étoit naturel qu'il en résultât les mêmes effets : les grès cristallisés de Nemours sont en boules, mais la surface de ces boules est couverte de petits cristaux ; d'autres morceaux paroissent irréguliers, mais on y remarque la même forme de cristaux ; elle est pyramidale & a trois côtés. M. de Laffone observe que n'ayant pu trouver aucun de ces cristaux isolés, ces pyramides qu'on aperçoit ne sont peut-être qu'une portion de rhombe.

M. Bezout a trouvé des blocs & même des bancs entiers de ces grès cristallisés ; les grès de Nemours sont composés, comme ceux de Fontainebleau, d'un sable spathique & d'un sable vitrescible ; mais la partie calcaire s'y trouve dans une proportion plus grande que dans ceux de Fontainebleau.

Dans des blocs de grès d'un grain fort gros & faciles à ségrainer, M. de Laffone a observé des corps pierreux d'un grain plus fin ; d'une consistance plus dure ; ces corps étrangers sont aussi du grès, & ils ont la forme de vers terrestres. M. de Laffone conjecture que ces vers ont été surpris dans le sable lorsqu'il a commencé à se former en grès, qu'ils y ont péri, & que ces concrétions pierreuses qui ressemblent à des vers pétrifiés, ont été formées par l'union du sable avec le résidu de la putréfaction de ces animaux.

M. de Laffone semble avoir épuisé tout ce qu'il y avoit à dire sur l'origine, la position, la forme, la variété des grès cristallisés ; il lui reste à en faire l'examen chimique, & ce sera le sujet d'un nouveau Mémoire.





ASTRONOMIE.

SUR LES

ÉLÉMENTS DE L'ORBITE DE MARS.

V. les Mém. p. 223 & 232. **SI** une Planète est supposée parcourir une ellipse autour d'un centre, on entend par élémens de son orbite, la distance des deux foyers de l'ellipse, la moitié de son grand axe ou la distance moyenne de la planète au foyer, la position de ce grand axe sur le plan de l'orbite ou le lieu des apsides, l'angle que fait avec l'écliptique le plan de l'orbite, & l'angle que fait avec une ligne fixe donnée de position sur l'écliptique, l'intersection de ces deux plans ou la position de la ligne des nœuds, enfin la durée d'une révolution.

Ces élémens ont été déterminés d'après les observations ; & ensuite, c'est d'après ces élémens, qu'on a dressé des tables qui servent à représenter le mouvement de la Planète. Or il peut arriver, ou qu'une petite erreur dans les observations qui ont servi à déterminer les élémens, ait fait commettre dans les Tables des erreurs, qui deviennent sensibles pour des observations éloignées, ou bien que ces élémens aient réellement changé, par l'attraction de quelqu'autre corps céleste. Dans le premier cas, en comparant les observations aux Tables, on peut en trouver les erreurs, & ensuite chercher à corriger les élémens, de manière que ces erreurs disparaissent, & l'on pourra perfectionner les Tables par ce moyen. Mais si les erreurs des Tables sont l'effet des dérangemens dans le mouvement de la Planète, alors les Tables nouvelles

ne seront plus parfaites en elles-mêmes ; elles seront meilleures seulement pour les observations plus voisines de celles qui ont servi à la correction des Tables.

M. de la Lande se propose, dans le premier de ces Mémoires, de comparer à ses Tables les observations des oppositions de Mars, & de déduire ensuite de ces observations, la correction qu'il convient de faire dans les élémens de l'orbite : mais, dans cette correction, il suppose que l'orbite est une ellipse invariable, & par conséquent il n'a point égard aux dérangemens que Mars peut éprouver de la part des Planètes.

Les élémens déduits par cette méthode, ne sont donc pas invariables, & les Tables ne peuvent servir que pour l'espace du temps où l'effet des perturbations sur l'orbite peut être négligé.

OCCULTATIONS D'ÉTOILES PAR LA LUNE.

M. LE MONNIER a donné dans le plus grand détail V. les Mém. cette observation, qui est très-utile pour déterminer la plus P. 249. grande variation de la Lune dans les distances moyennes de la Terre au Soleil : la conjonction de la Lune avec Aldébaran s'est faite le 4 Avril. Le même jour, M. Messier a observé l'occultation de la même étoile, par la Lune. Page 390.

Le 1.^{er} d'Août, M. Messier a observé l'éclipse de deux Page 477. étoiles de la Vierge, par la Lune ; l'occultation de ces deux étoiles est un phénomène peu commun : il avoit été cependant observé en 1720 par M. Cassini, & en 1762 par M. Messier.

OCCULTATION DE SATURNE PAR LA LUNE.

M. MESSIER rend compte, dans ce Mémoire, de son Page 213. observation de l'occultation de Saturne par la Lune, du 18. Février 1775.

C'étoit pour la première fois qu'il observoit ce phénomène, & il l'a fait avec toutes les précautions qu'une longue habitude de faire des observations délicates a pu lui suggérer.

La lumière de Saturne lui a paru s'affoiblir un peu par la proximité de la lumière de la Lune; au moment de l'immersion, le bord de la Lune ne parut point entamé; l'émergence se fit par la partie non éclairée du disque de la Lune; Saturne ne fut point précédé par l'apparition d'une lumière qui annonçât sa sortie.

M. Messier rend compte, dans ce Mémoire, des observations faites le même jour, soit à Paris, soit dans d'autres villes de l'Europe.

Il y ajoute une liste des occultations de Saturne observées jusqu'à présent.

V. les Mém. M. Cassini a fait à l'Observatoire la même observation, P. 192. & il trouve la durée plus courte de 23 secondes environ.

Page 377. M. du Séjour a observé le même phénomène, conjointement avec M. de Saron; la durée du phénomène a été 8 secondes plus courte que dans l'observation de M. Messier.

Page 378. Enfin, M. de la Lande a observé également cette éclipse, & la durée a été la même que dans l'observation de M. Cassini.

M. de la Lande remarque que la distance de l'immersion de l'anneau à celle du globe de Saturne, a dû être plus grande que celle de leurs émergences, & il détermine la différence de ces deux durées. L'éclipse a été observée à Utrecht par M. Hennert, & en comparant ces deux observations, M. de la Lande trouve la longitude d'Utrecht de 11' 40" à l'orient de Paris; M. Hennert ne l'avoit conclue que de 11' 15",

CONJONCTIONS DE SATURNE AVEC LA LUNE.

Page 255. M. LE MONNIER donne, dans ce Mémoire, l'erreur des Tables de Saturne de Halley, pour deux conjonctions de cette Planète avec la Lune.

Il joint à son Mémoire une remarque importante : il compare les erreurs des Tables, formées d'après la théorie de Képler, pour Jupiter & pour Saturne, avec les observations de quatre configurations semblables de Jupiter & de Saturne, faites à peu-près à un demi-siècle les unes des autres ; quatre autres configurations, aussi semblables entre elles, lui fournissent une nouvelle comparaison, & il trouve également dans les deux cas, que les secondes différences des erreurs des Tables de Halley sont constantes ; ce qui offre un moyen facile de corriger ces Tables.

M. Messier a donné aussi une observation détaillée d'une de ces deux conjonctions de Saturne avec la Lune. V. les Mém.
P. 477.

OPPOSITION DE JUPITER ET DE SATURNE.

MESSIEURS Cassini, de la Lande & Jeaurat, ont publié séparément leurs Observations des oppositions de Jupiter & de Saturne, & ils les ont comparées aux Tables, pour en déterminer l'erreur.

M. Jeaurat compare avec les Tables de Wargentin, de Halley & de Cassini, l'opposition de Jupiter du 8 Décembre 1775 : l'erreur des Tables de Wargentin est beaucoup moindre que celles des autres Tables ; mais aussi, ces Tables sont-elles plus nouvelles.

V. les Mém.
page 63.

M. Cassini a comparé les Observations de l'opposition de Saturne du 26 Mars 1775, avec les Tables de son père & avec celles de Halley ; & il en résulte cette conséquence importante, que les Tables de Halley qui, lorsque M. Cassini le père publia les siennes, s'écartoient considérablement des observations, s'en sont rapprochées singulièrement, tandis que celles de M. Cassini qui, à la même époque, s'accordoient avec les observations, s'en écartoient dès 1775, avec des erreurs presque aussi grandes que celles qu'on trouvoit en 1761 dans les Tables de Halley. Page 260.

Hist. 1775.

E

34 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

La grandeur de l'erreur des Tables de Halley étant connue ainsi que le temps après lequel ces erreurs disparaissent, il devient facile de trouver l'équation empirique, qui doit être employée pour corriger les Tables de Halley, de manière qu'elles puissent répondre aux observations avec exactitude.

V. les Mém.
P. 240.

M. de la Lande a donné la comparaison des observations des oppositions de Jupiter & de Saturne, avec les Tables qu'il a publiées dans son *Astronomie*.

O B S E R V A T I O N

DE LA DISPARITION DE L'ANNEAU DE SATURNE,

EN 1773.

V. les Mém.
P. 510.

M. LE GENTIL a inséré dans ce Volume les détails de l'observation de la disparition de l'Anneau de Saturne, faite à Cadiz, par M.^{rs} Tosiño & Varelas : la lunette employée pour ces observations, étoit à peu-près de la même force que celle avec laquelle le phénomène a été observé ici à l'Observatoire.

M.^{rs} Tosiño & Varelas fixent pour époque de la disparition la nuit du 6 au 7 Octobre; cependant la nuit suivante, l'un d'eux crut apercevoir encore quelques points lumineux : ainsi cette observation s'accorde avec celle que M.^{rs} Cassini & le Gentil ont faite à l'Observatoire.

Le climat de Cadiz rend cette observation précieuse. Les Astronomes Espagnols ont aussi observé sur les anses de l'Anneau, les points lumineux annoncés à l'Académie par M. Messier, & dont il a donné une description détaillée.

S U R L E S C O M È T E S

DE 1769 & 1774.

Pages 392
& 445.

LA Comète de 1769, est une de celles qui ont été le plus long-temps visibles.

M. Messier l'a observée, depuis le 8 Août jusqu'au 1.^{er} Décembre.

Une lunette de 2 pieds de foyer, très-claire & armée de larges oculaires, qui faisoit découvrir à M. Messier un espace de 5 à 6 degrés d'étendue, lui a servi à trouver cette Comète, qui étoit alors sous le ventre du Bélier, & qui ne paroissoit qu'une nébulosité: le 9, elle étoit visible à la vue simple: le 15, M. Messier en distingua le noyau, dont il trouva le diamètre de 1' 26": la queue avoit alors 6 degrés. La Comète continua à s'approcher de la Terre, jusque vers le milieu de Septembre: la grandeur de la queue étoit de 60 degrés le 9 du même mois; & le 5, M. Messier avoit estimé de 4 minutes le diamètre du noyau.

La Comète se perdit ensuite dans les rayons du Soleil, & M. Messier ne la revit que le 24 Octobre: le diamètre du noyau n'étoit plus alors que d'environ 1' 22", & la queue, de 6 degrés.

M. Messier donne dans son Mémoire une Table des observations de la Comète, & des Étoiles qui lui ont servi à en déterminer la position: trente-deux de ces étoiles étoient nouvelles; M. Messier a déterminé depuis la position de ces étoiles, & on la trouve dans une autre Table, qui fait aussi partie de ce Mémoire.

La queue de la Comète, vue avec une lunette qui grossissoit vingt fois, n'offroit pas une lumière continue; elle paroissoit formée de plusieurs jets composés de rayons, qui sembloient sortir de différens points du noyau: ces jets étoient séparés par des bandes obscures.

Ces apparences varioient beaucoup: M. Messier en a rendu dans son Mémoire, un compte très-détaillé, qu'il accompagne de dessins faits avec la plus grande fidélité. La cause des queues lumineuses qui accompagnent les comètes est encore incertaine; & les systèmes imaginés pour les expliquer, sont fondés sur des principes trop peu prouvés, & rendent raison des phénomènes d'une manière trop vague, pour ne pas être regardés comme des hypothèses plus ou moins ingénieuses.

Les détails que renferment ce Mémoire, pourront peut-être ou nous approcher de la vérité, ou du moins servir à exclure quelques-unes des hypothèses, & à réduire le nombre de celles qui méritent d'être examinées. Cette méthode de comparer successivement avec les détails des phénomènes, toutes les hypothèses qui semblent pouvoir les expliquer, est la seule qui puisse nous conduire à la vérité dans la recherche des causes physiques. Du moment où l'on a rassemblé un certain nombre de faits, il est aisé de trouver des hypothèses qui les expliquent en gros d'une manière satisfaisante ; & la véritable théorie confondue avec ces hypothèses, ne paroît au premier coup-d'œil qu'un système, souvent moins simple, moins piquant que les autres ; mais, en rapprochant les détails des phénomènes de chaque hypothèse, bientôt les erreurs s'évanouissent, & la vérité reste seule.

L'homme du génie le plus sûr, a souvent une imagination aussi féconde en systèmes que ceux qui ont dû leur célébrité à des hypothèses hardies & brillantes : mais il fait apprécier les systèmes même qu'il a produits ; ne les regarde que comme autant de méthodes de chercher la vérité, de projets d'expériences liées entr'elles, de manières de rapprocher & de combiner les observations ; & il ne montre aux autres ses idées qu'après en avoir constaté la vérité par l'observation & par l'expérience.

La Comète de 1769 a été observée par un grand nombre d'Astronomes, & on pouvoit craindre que leurs observations dispersées dans des Ouvrages particuliers, dans des Journaux, dans de simples Feuilles, ne fussent pas toutes conservées, M. Messier les a recueillies avec soin, & les a jointes à son Mémoire.

Il étoit impossible qu'une Comète si long-temps visible, n'eût pas excité le zèle des calculateurs, & qu'ils ne se fussent pas empressés de chercher à en déterminer l'orbite. M. Messier donne ici le résultat de leurs calculs, & douze déterminations des élémens de l'orbite de la Comète. Ces déterminations sont assez d'accord, une seule s'écarte des

autres, de manière à ne pouvoir être conciliée ; & si, comme il a dû arriver nécessairement, ces Calculateurs ont choisi pour base de leur calcul des observations différentes, ces déterminations doivent être regardées comme exactes, ou du moins comme pouvant le devenir par de simples corrections.

La Comète ayant été vue dans les deux branches de son orbite, & long-temps dans chacune, il étoit naturel de rechercher si cette seule apparition ne pouvoit pas suffire pour déterminer l'orbite elliptique, & prédire par conséquent le retour de la Comète ; c'est ce qu'a tenté M. Lexell, sous les yeux de l'illustre M. Léonard Euler. Il a trouvé la période de quatre cents quarante-neuf à cinq cents dix ans ; & pour produire cette énorme différence, il ne faudroit qu'une erreur d'une minute dans les observations. A la vérité, comme l'observe M. Messier, ce travail n'ayant été fait que sur le nombre d'observations nécessaires pour déterminer l'orbite, peut-être seroit-il possible, en comparant les résultats du calcul avec les autres observations, de resserrer l'incertitude entre des limites beaucoup plus rapprochées.

Le second Mémoire de M. Messier sur la Comète, contient le détail des observations sur une Comète découverte le 1^{er} Août 1774, à Limoges, par M. Montaigne : cette Comète étoit très petite & son mouvement étoit très-lent. M. Messier a été obligé, pour en dresser la Table, de déterminer la position de soixante-treize Étoiles ou nouvelles, ou déterminées avec peu d'exactitude dans les Catalogues.

Il joint à ses observations le résultat de huit Calculateurs, qui ont cherché l'orbite de la Comète par des observations différentes : leurs résultats se rapprochent assez pour que l'on puisse espérer, de même que pour la Comète de 1769, qu'en corrigeant ces résultats pour les faire cadrer, le plus qu'il est possible, avec toute la suite des observations, on obtiendrait la véritable valeur des élémens avec une exactitude suffisante.

Le 26 Octobre, M. Messier a vu passer la Comète assez

près d'une Étoile pour qu'elles parussent même se toucher : le 18 Août, il avoit vu paroître à côté de la Comète une Étoile que, trois heures auparavant, il n'avoit pu découvrir, ce qui annonce que la Comète la lui cachoit alors; mais il n'a point observé le phénomène de l'occultation. M. Montaigne, en observant le 23 Octobre, a vu qu'une étoile du Verseau lui paroissoit passer derrière la Comète, qu'alors celle-ci disparut, & que l'Étoile seule étoit visible: le diamètre du noyau de la Comète étoit très-petit & la lumière très-foible. Il a donc pu arriver, comme l'observe M. Messier, que l'Étoile n'ait pas réellement été éclipsée, mais que seulement elle ait approché de la Comète assez près, pour qu'étant plus éclairée qu'elle, elle ait pu la faire disparaître: il a pu arriver aussi que la lumière de l'Étoile, refractée par l'atmosphère de la Comète, soit toujours parvenue à nos yeux, même durant l'instant où l'Étoile a été éclipsée. L'Étoile que M. Messier a jugé avoir été éclipsée par la Comète le 18 Août, étoit beaucoup plus petite que celle qui a été observée par M. Montaigne.

SUR LA LONGITUDE DE VENISE,

DE KIEL,

Et de la Grand-combe des Bois.

V. les Mém.
p. 236.

LA connoissance exacte de la longitude des lieux où l'on fait des observations astronomiques, est une des plus importantes pour les progrès de l'Astronomie: elle peut seule rendre utiles les observations, & suppléer par le nombre des Observateurs, à ce que les détails immenses de l'Astronomie ne permettent presque plus d'espérer d'un seul.

D'ailleurs il est important que tous les phénomènes sujets à la parallaxe soient observés dans des lieux différens, & dont la position soit donnée. A la vérité, on peut, lorsque ces observations ont été faites dans deux endroits, en chercher

la position exacte; mais il arrive souvent que la peine qu'il faudroit alors se donner, les obstacles qu'il faudroit vaincre, empêchent ce travail & font négliger le fruit des Observations : il est donc utile que la longitude des lieux se trouve toute calculée d'avance. Ainsi on ne doit pas être surpris que des Astronomes d'un ordre distingué, s'occupent de recherches qui paroissent si faciles, & qu'ils attachent le même prix à ce qui est utile pour trouver des choses difficiles, qu'à faire des choses difficiles en elles-mêmes.

LE Mémoire de M. de la Place, sur les Oscillations d'un fluide qui recouvre un sphéroïde, & celui de M. du Séjour, sur l'inflexion des rayons solaires, ne sont que la première partie de leur travail, & nous remettons à en rendre compte dans l'Histoire de l'année où ils en donneront la fin.

V. les Mém.
p. 75, 265.

Le Mémoire de M. le Monnier, sur Mercure, est une suite de celui dont nous avons rendu compte dans l'Histoire de 1774.

Page 480.





O U V R A G E S P R É S E N T É S À L' A C A D É M I E.

P R I X.

L'ACADÉMIE avoit proposé pour le sujet du Prix de 1775, la question suivante :

Quelle est la meilleure manière de fabriquer les Aiguilles aimantées, de les suspendre, de s'assurer qu'elles sont dans le vrai méridien magnétique ; enfin, de rendre raison de leurs variations diurnes régulières !

Quelques-unes des Pièces qui ont concouru, ont paru contenir des vues ingénieuses & utiles même à certains égards ; on a sur-tout distingué la Pièce n.^o 2, qui a pour devise :

Etiam non assecutis, voluisse abundè pulchrum & magnificum est ;
& qui suppose beaucoup de connoissances, de travail & d'observations.

Cependant, l'Académie ayant trouvé qu'aucune des Pièces ne remplissoit suffisamment les conditions du Problème, elle a cru devoir remettre le Prix, & proposer le même sujet pour l'année 1777.

P R I X E X T R A O R D I N A I R E.

UNE Compagnie zélée pour l'art de la Teinture, ayant remis à l'Académie, une somme de douze cents livres pour

un Prix extraordinaire, relatif à l'art de la Teinture; l'Académie a proposé pour sujet de ce Prix:

L'analyse & l'examen chimique de l'Indigo qui est dans le Commerce, pour l'usage de la Teinture.

M. CASSINI s'étoit proposé dans son voyage en Allemagne, dont il a publié la relation cette année, de prolonger jusqu'à Vienne la perpendiculaire à la Méridienne de Paris.

Une telle entreprise, qu'il falloit suivre à travers des Pays soumis à des Souverains différens, eût été impossible dans un autre siècle: l'amour éclairé des Sciences qui animoit, à l'époque de ce voyage, presque tous les Princes de cette partie de l'Allemagne, l'a emporté heureusement sur les craintes politiques, ou plutôt ces craintes n'existent plus. On fait à présent qu'il est impossible de cacher ni son pays, ni ses forces, ni sa foiblesse, à quiconque peut avoir intérêt de les connoître; & s'il paroît rester en Europe quelques vestiges de cette politique mystérieuse, si long-temps contraire aux progrès des Arts & des lumières, c'est moins l'opinion de l'utilité, que l'habitude, qui les ont conservés.

M. Cassini a donc librement suivi ses opérations en Allemagne, accueilli, encouragé par tous les Princes, dont il parcouroit les États, & à qui il a pu quelquefois apprendre à mieux connoître leur propre Pays.

Les savans Astronomes allemands, se firent également un honneur de le seconder: il étoit question d'opérations relatives à la mesure de la Terre; les grands travaux exécutés en France, pour cet objet, sembloient avoir donné une sorte de supériorité à notre Nation, & le petit-fils de Dominique Cassini avoit droit aux hommages des Savans de toutes les Nations.

On peut déterminer la position des différens lieux, & leur distance de la perpendiculaire à la méridienne, soit par des observations astronomiques, soit par des mesures géométriques.

L'erreur qui peut résulter des observations astronomiques, est la même pour des lieux très-éloignés ou très-voisins; elle n'est jamais que celle qui a pu être commise dans des observations correspondantes, faites dans les deux points qu'on veut comparer: il n'y a donc pas lieu de craindre que de petites erreurs produisent une erreur considérable, en s'accumulant, dans le même sens; enfin, de nouvelles observations astronomiques peuvent corriger les erreurs des anciennes, & pour peu que l'erreur soit sensible, elle ne peut être durable.

Mais d'un autre côté, les erreurs des mesures géométriques sont moins sensibles pour de petites distances; on peut même, pour de grandes distances, atteindre à beaucoup de précision, en employant de bons instrumens, en connoissant les erreurs de ces instrumens & en les corrigeant, en mesurant les bases avec une grande précision: en effet, ces bases sont liées entr'elles par une suite de triangles; deux des angles de chaque triangle, étant mesurés, donnent le troisième, & il faut que la grandeur mesurée de cet angle soit la même que celle qu'on a conclue de la mesure des deux autres. L'une des bases étant donnée, l'autre se conclut par le calcul, & il faut que cette longueur calculée s'accorde avec la longueur mesurée: si tout est d'accord, l'exactitude des opérations devient presque certaine; enfin, nous ignorons si à la même latitude, les degrés de longitude sont absolument égaux, & tant que cette incertitude ne sera point levée, les mesures géométriques seront encore utiles, même pour déterminer la position de lieux séparés par de longues distances.

M. Cassini, accoutumé depuis long-temps à ce genre de travaux, avoit acquis l'expérience nécessaire pour atteindre à la plus grande précision: les changemens que la différente température fait éprouver aux mesures qu'on emploie, le recul qu'éprouve nécessairement une perche, lorsqu'on veut en placer une autre bout-à-bout, les petites inégalités du terrain sur lequel on opère, telles sont les principales causes d'erreurs, & les deux dernières sont d'autant plus importantes,

qu'elles tendent toutes deux continuellement à faire trouver la mesure plus grande qu'elle n'est réellement.

M. Cassini rend compte, avec détail, des moyens qu'il a pris pour éviter toutes ces causes d'erreurs.

Il a joint à ce voyage d'Allemagne, la relation de celui qu'il a fait en Flandre, pendant les campagnes de 1746, 1747 & 1748.

C'étoit un essai qu'il faisoit sous les yeux du feu Roi, du grand projet de la Carte de France, que M. Cassini avoit déjà formé, & présenté au Ministère.

Déterminé à rendre ses conquêtes, le Roi vouloit avoir une Carte exacte des pays qu'elles renfermoient, afin que s'il étoit obligé de les reconquérir encore une fois, les Généraux ne fussent plus exposés à être trompés par de mauvaises Cartes, & M. Cassini observe que dans le courant de cette guerre, un Général moins vigilant & moins actif que le Maréchal de Saxe, y eût été exposé plus d'une fois.

C'est au milieu de deux grandes armées que M. Cassini suivit toutes les opérations; obligé souvent d'attendre pour déterminer la position d'une ville qu'elle fût prise, & pour lever la Carte d'un pays qu'une bataille en eût écarté les ennemis. Il assista à la bataille de Raucoux, à côté de M. le Comte de Clermont, qui attaqua les Alliés à la tête de notre aile gauche; le suivit à la tranchée au siège de Namur, assista à la bataille de Laufeld, & traversa un pays rempli d'ennemis pour être témoin de l'assaut de Bergopzoom, dont le clocher devoit être le sommet d'un de ses triangles.

Le feu Roi vouloit qu'il lui rendit compte en détail de toutes les opérations: à peine maître d'Anvers, il y fit établir un Observatoire pour apprendre de M. Cassini la méthode de déterminer les longitudes par les occultations d'Étoiles par la Lune. Quelquefois il s'amusoit à faire à ses Courtisans de ces questions sur l'Astronomie, auxquelles les Astronomes ne savent pas répondre, les Courtisans étoient moins timides: *Ils ont mieux aimé, disoit le Roi, parler de ce qu'ils ne savoiènt pas, que de rester sans réponse.* Ce fut pendant ces campagnes,

que le Roi chargea M. Cassini de l'entreprise immense de la Carte de la France , après avoir examiné sur le terrain la Carte qu'il avoit dressée des environs de Raucoux.

M. Cassini n'avoit le plus souvent pour travailler sous lui que de jeunes Officiers pleins d'intelligence & d'activité , animés par l'exemple de l'intérêt que le Roi prenoit à ces travaux , & se trouvant heureux de pouvoir remplir par des occupations utiles pour leur état , le temps où il ne leur étoit point permis de combattre.

M. Cassini voudroit que , d'après cet exemple , on employât les jeunes Officiers à des travaux de ce genre , qui leur donneroient des connoissances utiles , l'habitude plus utile de s'occuper & qui joignant beaucoup de mouvement de corps au travail de l'esprit , conviennent à presque tous les hommes.

Cet Ouvrage de M. Cassini , qui contient une Carte exacte de la route de Paris à Vienne , d'une partie des pays qui se trouvent sur cette route , & de la Flandre entière , est un monument précieux pour la perfection de la Géographie.

IL arrive rarement que les hommes qui ont approfondi les Sciences , n'aiment pas mieux y ajouter quelques découvertes nouvelles , que de s'occuper du soin pénible de rendre compte des découvertes d'autrui ; & cependant l'histoire des Sciences n'est utile que lorsqu'elle est écrite par des Savans , capables eux-mêmes de contribuer à leurs progrès. L'Astronomie va jouir de cet avantage , puisque M. Bailly , connu par un savant ouvrage , sur une des matières les plus importantes & les plus difficiles de l'Astronomie théorique , vient d'entreprendre l'histoire de cette Science.

Le premier volume , le seul qu'il ait publié jusqu'ici , s'étend jusqu'à l'établissement de l'École d'Alexandrie. On peut le regarder comme divisé en deux parties. La première a pour objet l'histoire de ce qui nous reste sur les connoissances astronomiques des anciens Peuples , jusqu'à l'époque

où cette science s'est établie dans la Grèce. La seconde contient l'histoire des progrès de l'Astronomie chez les Grecs, avant l'établissement de l'École d'Alexandrie.

M. Bailly fait remonter l'origine de l'Astronomie, ou du moins de notre Astronomie, à un Peuple antérieur à ceux dont nous connoissons l'histoire. Ce Peuple avoit porté cette Science à un degré de perfection fort supérieur à celui où les monumens nous l'ont montrée chez les Nations anciennes. Il a été détruit; ses connoissances se sont perdues avec lui; & il en est resté chez des peuples soumis à toutes sortes de servitude, ce que leurs Maîtres, ou civils ou sacrés, ont cru nécessaire à l'ordre public & à leur autorité sur les esprits. Cette idée est ingénieuse, & les preuves sur lesquelles M. Bailly l'établit, forment un ensemble imposant.

Selon M. Bailly, ce Peuple étoit placé au nord de l'Asie, vers le 50.^e degré de latitude. Le froid excessif de ce climat est une objection que M. Bailly ne se dissimule point: mais il observe qu'on trouve à cette latitude des ruines de villes considérables; qu'on y rencontre, en fouillant la terre, une immense quantité d'ossements d'animaux qui ne peuvent plus subsister que dans les climats chauds. La température de ce climat a donc changé, soit qu'il existe au centre de la Terre une cause de chaleur qui diminue successivement, opinion adoptée par M. Bailly & par des Savans célèbres, mais rejetée par le plus grand nombre des Physiciens; soit que l'inclinaison de l'écliptique, changée continuellement par l'effet de l'attraction des corps célestes, change en même temps la position des différentes parties de la Terre par rapport au Soleil; soit que la position de l'axe de la Terre ait été dérangée par l'attraction de quelque Comète. Cette dernière hypothèse paroît même plus favorable à l'opinion de M. Bailly, puisqu'alors la révolution causée dans la température des différentes régions de la Terre ayant été momentanée, il est plus aisé de concevoir comment la mémoire du Peuple à qui nous devons les lumières a été anéantie avec lui. Au reste, quand même les ossements trouvés dans le nord de

l'Asie appartiendroient à des espèces détruites, & qui pouvoient vivre dans les climats froids; quand même la température de cette partie du globe n'eût pas changé, il n'en résulteroit pas une objection bien forte contre le système de M. Bailly. En effet, la Sibérie est habitée actuellement, la terre n'y est point stérile, on y cultive les Arts, & rien n'empêcheroit que les Sciences y fussent cultivées.

L'idée que les Sciences viennent du Nord étoit déjà connue; la vanité nationale l'avoit inspirée à des Savans Suédois & Danois, qui ont attribué aux Scandinaves la gloire d'avoir éclairé le genre humain: d'autres Savans ont fait le même honneur aux Celtes; mais l'opinion de M. Bailly est plus vraisemblable. En effet, puisque nos Sciences sont certainement venues de l'Asie, il est plus naturel que les Chinois & les Indiens aient été éclairés par les Tartares, que par les Scandinaves ou les Celtes.

Passons à la partie historique. Les Orientaux & les Égyptiens, que nous joignons ici ensemble, connurent nos sept Planètes; les Égyptiens avoient même découvert que Vénus & Mercure tournent autour du Soleil; ils avoient déterminé avec assez de précision le mouvement du Soleil & de la Lune, mesuré le diamètre de l'un & de l'autre, donné des méthodes pour calculer les éclipses, & trouvé des périodes lunifolaires, ingénieuses & exactes: ils avoient déterminé l'obliquité de l'écliptique, observé le mouvement en longitude des Étoiles, & même ils en avoient déterminé la période avec assez d'exactitude. Ils connoissoient l'usage des gnomons, savoient tracer des cadrans solaires, mesurer le temps avec des clepsidres, & déterminer la position des Astres par de grands cercles: telle est à peu-près la liste de leurs connoissances, & il n'en falloit point d'autres pour les usages civils & religieux de l'Astronomie.

Les progrès de l'Astronomie ont été à peu - près les mêmes chez ces peuples; on y trouve les mêmes divisions du Zodiaque, les mêmes périodes, soit qu'ils aient eu une origine commune, ou qu'ils aient tiré leurs connoissances du

même peuple ; soit que les phénomènes célestes étant les mêmes pour tous, tous aient dû, sans même se rien communiquer, parvenir aux mêmes résultats, diviser le Zodiaque de la même manière, puisque le cours de la Lune & du Soleil étoit le même pour tous, & inventer les mêmes périodes, puisque les révolutions des Astres avoient pour eux les mêmes rapports. Chez tous ces peuples, l'Astronomie fut l'occupation d'un corps d'hommes séparés du reste de la Nation ; chez tous, elle se trouva liée à la politique & à la religion ; & c'en étoit assez pour que l'Astronomie s'arrêtât au point où elle cesse d'être absolument nécessaire pour régler l'année.

Ces connoissances réelles des anciens Peuples, ne se retrouvent point telles que nous venons de les exposer ici, dans les ouvrages qui nous parlent d'eux, dans ce qu'ont bien voulu nous communiquer les descendans des Peuples qui n'ont pas été détruits : il a fallu en rechercher la trace au milieu des fables & des idées superstitieuses ; retrouver des périodes astronomiques données par ces peuples pour des époques historiques ; démêler leurs véritables opinions cachées sous des expressions figurées, sous des allégories, enfin dénaturées souvent par les Écrivains peu éclairés qui nous les ont transmises. Ce travail immense disparoît dans l'Ouvrage de M. Bailli, on n'y voit que les résultats ; il a mieux aimé être clair & instructif que de paroître savant.

Dans la deuxième Partie, M. Bailli rend compte des découvertes des Grecs & de leurs systèmes. En général, il croit que les Grecs ont dû beaucoup aux autres peuples, & que l'orgueil national leur a fait dissimuler ce qu'ils avoient appris des Barbares. Les Grecs sont un peuple nouveau, si on les compare aux Nations orientales : lorsqu'ils ont commencé à cultiver les Sciences, ils étoient entourés de peuples plus éclairés ; leurs premiers Philosophes ont voyagé dans l'Orient. Si on juge de l'état des Sciences dans ces pays par celui où elles y étoient peu de temps après, & par ce qui nous en reste, les Grecs n'ont pu en rapporter que les résultats d'observations long-temps continuées, l'invention de

quelques instrumens, quelques méthodes d'observer & de calculer, en un mot tout ce qui peut être l'ouvrage du temps, de la patience, tout ce qu'on peut trouver avec de l'adresse & de la sagacité; mais les théories qui doivent être l'ouvrage du génie, le fruit d'une méditation profonde qui exigent une grande force de tête, ces théories paroissent dûes aux Grecs: ce peuple a profité de ce que l'avantage d'exister depuis longtemps avoit appris à ses voisins. Il a fait ce que l'avilissement de l'esclavage & de la superstition ne leur permettoit plus de faire: il est entré dans la carrière des Sciences avec toute l'énergie d'un peuple nouveau, & les connoissances d'un peuple déjà vieilli: le climat, les mœurs, les gouvernemens, tout contribuoit à faire de la Grèce un peuple à part, & tandis que le reste des Occidentaux, libres comme la Grèce, restoit dans l'ignorance, les Grecs ont profité du voisinage des Nations savantes: dispensés de faire ces premiers pas qui demandent le plus de temps, ils ont fait les seconds, qui peut-être exigent le plus de force.

Plus on observe les Grecs, plus on leur trouve un caractère qui les distingue de tous les Peuples anciens, & qu'on ne retrouve que chez les Nations modernes de l'Europe, le talent de l'invention dans ce qui dépend de la méditation. Les Chinois, les Indiens ont connu la célèbre proposition de Pythagore, & leurs connoissances géométriques se sont arrêtées à ce point, depuis une longue suite de siècles: chez les Grecs, elles firent en peu de temps des progrès rapides. L'Algèbre inventée, dit-on, par les Arabes, a fait plus de progrès en un demi-siècle entre les mains des Savans Italiens, qu'elle n'en avoit fait dans tout le temps que les Arabes la cultivèrent. Un seul homme tel qu'Archimède, Hipparque, Descartes, Galilée, Newton, a plus avancé l'esprit humain dans le court espace d'une vie humaine, que tous les Savans des Nations orientales dans l'espace de plusieurs milliers d'années. Quelle est la cause de cette différence? Faut-il la chercher dans l'organisation, dans l'influence du climat, ou plutôt dans l'éternel esclavage des peuples de l'Orient?

Thalès,

Thalès, chef de l'école Ionienne, savoit que la Lune n'est lumineuse, que parce qu'elle réfléchit les rayons du Soleil; il connoissoit la cause des éclipses & savoit même les prédire, ou plutôt deviner si elles pouvoient arriver à une certaine époque : il avoit dû aux Égyptiens ces connoissances astronomiques, mais il leur apprit à mesurer la hauteur des pyramides par la mesure de la longueur de l'ombre, & il est regardé comme l'inventeur de la proposition de Géométrie qui sert à trouver cette méthode. C'est la première proposition de Géométrie qui ne soit pas absolument nécessaire pour les usages civils, qui contienne une sorte de théorie, & qui ne soit pas démontrée à l'inspection seule d'une figure bien faite : si ce trait est vrai, il suffit pour montrer que les Grecs n'ont guère pu devoir aux peuples plus anciens que des observations.

La mesure des diamètres apparens du Soleil & de la Lune, l'opinion que la Lune est une terre semblable à la nôtre, que les Étoiles sont des Soleils, les premières idées de la grandeur, & par conséquent de la distance des Astres, sont les principales connoissances qu'ait dûes la Grèce aux Philosophes de l'école Ionienne. Anaximandre inventa les Cartes géographiques, découverte qui dut naître de la proportion découverte par Thalès entre les côtés des triangles semblables. Les Grecs attribuoient aussi à ces Philosophes l'invention du Gnomon & des Cadrans, qu'il est très-probable qu'ils avoient pris chez les Orientaux.

C'est de Pythagore que nous avons reçu l'idée du mouvement de la Terre sur elle-même, & de son mouvement annuel autour du Soleil. Il avoit appris en Égypte ou dans l'Inde le mouvement de Vénus & de Mercure autour du Soleil : cette connoissance suffisoit à un homme d'un grand génie pour découvrir le système solaire; & peut-être M. Bailly accorde-t-il trop aux Orientaux, en supposant que Pythagore trouva chez eux tout formé ce système, dont ils n'ont conservé aucun souvenir. Ce Philosophe regardoit les Comètes comme des planètes invisibles pour nous dans une grande

partie de leurs orbites; il paroît avoir aussi connu la révolution de la Lune sur son axe à peu-près égale à sa révolution autour de la Terre: selon Pythagore, la Terre étoit sphérique, & ses antipodes étoient habitables; les mouvemens des Astres étoient réglés par des nombres, c'est-à-dire, par des loix calculées, idée sublime dont les disciples de Pythagore abusèrent pour lui attribuer des opinions superstitieuses.

Pythagore dut sans doute cette idée à sa découverte célèbre sur le quarré de l'hypothénuse, découverte qui, en lui apprenant l'existence des nombres sourds, lui fit sentir la possibilité d'une infinité de loix exprimées par des nombres. Ces idées de Pythagore bleissoient les idées communes, & il n'osoit les exposer ouvertement. Philolaüs, un de ses disciples, fut plus hardi, & il fut persécuté pour les mêmes vérités qui firent persécuter Galilée tant de siècles après.

Les découvertes de Pythagore trop opposées aux témoignages des sens, avoient été plutôt devinées par l'instinct du génie qu'établies sur des preuves. Les observations les auroient confirmées; mais les Grecs n'observoient point; puisque, comme le remarque M. Bailly, plusieurs siècles après les commencemens de leur Astronomie, ils donnoient encore aux Étoiles la même longitude, la même ascension droite qu'elles avoient lorsqu'ils reçurent de leurs voisins les premières notions de l'Astronomie. Les découvertes de Pythagore furent donc bientôt oubliées, & on n'en parloit plus que comme de l'un de ces systèmes sortis de l'imagination féconde des Grecs.

Démocrite regardoit la voie lactée comme un amas d'Étoiles trop petites pour être distinguées, opinion la plus vraisemblable de toutes, & qui est même appuyée sur une analogie très-forte, depuis que l'on a découvert que les nébuleuses sont formées aussi d'Étoiles très-petites.

Mais Démocrite établit la Physique corpusculaire, & cette Physique, plus simple en apparence que celle de Pythagore, plus à la portée de tous les esprits, plus faite pour ceux qui aiment mieux deviner la Nature que de l'étudier, & donner.

des loix aux phénomènes que rechercher celles qu'ils ont reçues de la Nature, cette Physique fit oublier l'idée de Pythagore, la seule juste, la seule qui puisse nous conduire à des connoissances réelles. Descartes a renouvelé cette Philosophie corpusculaire, en substituant ses cubes & ses tourbillons aux atomes. Mais Newton a renouvelé celle de Pythagore; il a montré comment une loi simple, susceptible de calcul, suffit pour expliquer tous les phénomènes du mouvement des corps célestes; & en prouvant ce que Pythagore avoit soupçonné, il a établi la véritable méthode d'étudier la Nature sur des fondemens que ni le temps, ni les opinions, ni les systêmes ne pourront plus ébranler.

Nous venons d'exposer, d'après M. Bailly, les connoissances réelles des Grecs sur le systême du Monde : ils perfectionnèrent peu la connoissance des mouvemens célestes. Meton imagina cependant un cycle de dix-neuf ans pour concilier les années lunaires & les années solaires, & ce cycle est encore en usage. Callipte le quadrupla, moins peut-être pour le rendre plus exact, que pour le faire cadrer avec la période civile des jeux olympiques. Eudoxe eut le premier, ou du moins développa le premier l'idée de représenter les mouvemens célestes par les révolutions de sphères concentriques. Ce systême, purement hypothétique, pouvoit représenter le mouvement des astres, & servir à les retrouver dans le Ciel : trois sphères suffisoient pour le Soleil, ou la Lune; il en falloit quatre pour représenter le mouvement apparent des Planètes. Considéré comme une hypothèse physique, ce systême est absurde; mais considéré comme purement astronomique, il étoit à peu-près le même que celui des épicycles, il pouvoit représenter le mouvement des Planètes, de la même manière que nous le représentons aujourd'hui par des équations, & c'étoit un trait de génie, que d'avoir imaginé de réduire des mouvemens si compliqués à des mouvemens circulaires & uniformes !

On rapporte qu'Aristote, Callipte, Polimarque s'assemblèrent à Athènes, pour délibérer s'il ne falloit pas ajouter une

sphère, ou plutôt comment il falloit en ajouter une au système proposé par Eudoxe. Cette idée, qui nous paroît puérile, ne l'étoit pas : c'est ainsi que nous proposons aujourd'hui d'examiner, si une Planète a ou n'a pas une équation séculaire.

Les auteurs Grecs ont parlé de la mesure d'un degré du Méridien, qu'ils évaluoient à 1111 stades, c'est-à-dire, onze cents. M. Bailly observe, avec raison, que cette mesure n'avoit pas été exécutée par les Grecs : en effet, depuis le temps où ils avoient été en état de faire une opération semblable, leur histoire nous est connue. Cette opération n'eût pu s'exécuter en Grèce, sans le concours d'un grand nombre de Peuples ; elle seroit devenue une époque remarquable, même dans l'histoire politique : il faut donc l'attribuer à d'autres Nations.

Tels furent à peu-près les travaux astronomiques des Grecs, jusqu'à l'École d'Alexandrie, où l'on vit peu de temps après fleurir le célèbre Hipparque. C'est à cette époque que l'Astronomie Grecque commence à être dégagée de fables : jusqu'à ce moment, M. Bailly n'a trouvé, pour faire son histoire, que bien peu de ressources : il ne nous reste de ces temps reculés, aucun ouvrage suivi sur l'Astronomie Grecque : quelques détails tirés des Ouvrages d'Aristote, de Platon & de Ptolomée, sont les seuls Écrits où l'on puisse espérer de trouver des notions exactes. Diogène Laërce ignoroit les Sciences dont il a écrit l'histoire ; le sage Plutarque lui-même ne connoissoit pas l'Astronomie ; dans ce qu'il rapporte des opinions des anciens Philosophes, il mêle de vains systèmes à leurs connoissances, ou ces connoissances y sont déguisées, souvent au point d'être presque entièrement méconnoissables.

M. Bailly termine ce volume de son histoire par une dissertation historique & philosophique sur l'Astrologie, l'une des maladies les plus générales de l'esprit humain, & qui quelquefois a été utile à l'Astronomie, en lui procurant des Protecteurs parmi les hommes ignorans & crédules.

L'Auteur a senti que son Ouvrage devoit intéresser tous les hommes dont l'esprit est cultivé, & que cependant, pour

le mettre à leur portée, il seroit obligé de sacrifier les détails de ses recherches & de ses preuves, c'est-à-dire, ce qui devoit le plus intéresser les Savans, pour qui un Ouvrage de ce genre est particulièrement destiné. Il a donc supprimé les détails qui, dans le cours de l'ouvrage, en auroient interrompu le fil & rendu la lecture pénible, & les a renvoyés dans des éclaircissémens qu'il place à la fin.

LA double disparition de l'Anneau de Saturne & sa double réapparition, depuis le mois d'Octobre 1773 jusqu'au mois de Juillet 1775, ont excité le zèle des Astronomes-observateurs. Nos Mémoires contiennent un grand nombre d'observations de ces phénomènes; & ils ont donné à M. du Séjour l'idée de faire un ouvrage particulier sur la théorie de l'Anneau de Saturne.

Ce corps singulier avoit été aperçu par Galilée, mais il n'a été bien décrit & bien connu que par Huyghens, qui montra le premier qu'on satisfaisoit à tous les phénomènes qu'il présente, en supposant autour de la Planète de Saturne un anneau plat, séparé entièrement du globe de la Planète, & se mouvant avec elle dans l'espace, toujours parallèlement à lui-même.

L'anneau de Saturne peut disparaître dans deux circonstances : la première, lorsque le Soleil se trouve dans le plan de l'anneau, alors la tranche de l'anneau est trop étroite pour être visible : la deuxième, lorsque l'intersection de ce plan avec l'écliptique passe entre la Terre & le Soleil, l'anneau ne présente alors à la Terre que sa surface non éclairée.

Les élémens de l'anneau étant donnés, on peut en déduire le temps de ses disparitions; & l'on peut également déduire les élémens de l'anneau, d'après des disparitions observées.

M. du Séjour renferme toutes ces quantités dans des équations: il enseigne à résoudre ces équations, d'abord, dans le cas où l'on suppose circulaires les orbites de la Terre &

de Saturne : il montre ensuite les changemens qu'apporte à ces solutions, la considération de l'ellipticité des orbites de la Terre & de Saturne, & les changemens qui doivent aussi résulter des perturbations de ces orbites.

Le plan de l'anneau paroît conserver son parallélisme; mais ce parallélisme est-il rigoureusement conservé? M. du Séjour donne des formules, au moyen desquelles on pourra reconnoître & calculer, d'après les observations, les mouvemens du plan de l'anneau.

Ces mouvemens sont très-petits, & il en est de même des changemens que produit dans les phénomènes de l'anneau la considération de l'ellipticité des orbites de Saturne & de la Terre, ou de leurs perturbations; & la méthode analytique de M. du Séjour est générale, pour tous les cas où le problème étant résolu dans l'hypothèse la plus simple, les changemens que les élémens négligés peuvent introduire dans la solution sont très-petits. Cette méthode est sûre, & elle donne des résultats approchés à l'infini; en sorte que son exactitude sera toujours égale ou plus grande que celle qu'on peut attendre des observations, quelque progrès que l'art d'observer puisse faire jamais.

M. du Séjour rapporte & discute en très-peu de mots, les différentes hypothèses des Savans sur l'origine de l'anneau de Saturne, sur les forces qui l'empêchent d'être détruit par l'effet continuel de l'attraction qu'exerce sur l'anneau le globe de Saturne.

Enfin il a joint à son ouvrage un tableau de toutes les observations des disparitions & des réapparitions de l'anneau faites jusqu'ici; tableau qu'il accompagne de discussions importantes sur plusieurs de ces observations.

On peut regarder cet Ouvrage, ainsi que celui sur les Comètes, dont nous avons rendu compte dans l'Histoire de 1774, comme des morceaux détachés du grand Ouvrage dont M. du Séjour a déjà donné plusieurs parties dans nos Mémoires. Cet Ouvrage, qui doit renfermer un Traité complet d'Astronomie, où toutes les questions seront résolues

par des formules analytiques, sera utile aux progrès de cette Science, peut-être même y est-il nécessaire; mais l'entreprise est immense; elle pourroit rebuter le courage d'un Savant uniquement occupé de l'Astronomie; & ce sera une époque singulière dans l'histoire des Sciences, qu'elle ait été le fruit des momens de loisir d'un Magistrat, que son zèle pour le bien public enlève aux Sciences, qui regrettent sans doute qu'un temps si bien employé ne soit tout entier pour elles, mais qui ne peuvent s'en plaindre.

M. L'ABBÉ BOSSUT a publié, cette année, une troisième édition de son *Traité élémentaire de Mécanique*: nous nous bornerons ici à renvoyer à l'Histoire de 1763 & de 1772, où l'on trouve un compte détaillé des deux premières éditions de cet Ouvrage; cette nouvelle édition renferme quelques additions, telle est une solution nouvelle, synthétique & directe du Problème, où l'on propose de déterminer le mouvement du centre de gravité de plusieurs corps qui se meuvent semblablement dans des courbes semblables, quelles que soient ces courbes, & la loi selon laquelle ces corps les parcourent: telle est encore une théorie des mouvemens variés en général.

M. l'abbé Bossut a donné cette même année des *élemens de Géométrie*: cet Ouvrage contient, outre la Géométrie ordinaire, un *Traité élémentaire de Trigonométrie*, & un *Traité de l'application de l'Algèbre à la Géométrie*. Dans la Géométrie, M. l'abbé Bossut donne la solution de plusieurs questions sur les *maxima* & les *minima*, & entr'autres sur la détermination des polygones d'un nombre donné de côtés, & d'une même circonférence, qui renferment le plus grand espace, où réciproquement de ceux qui ayant une même surface, ont la circonférence la plus petite. Ces problèmes sont résolus par une méthode élémentaire: quelques-uns l'avoient été déjà par Symphon; la solution des autres appartient à M. l'abbé Bossut. Il donne aussi une méthode pour déterminer la solidité

des parties d'un cône ou droit & oblique, coupé par un plan quelconque, & si le cône est droit, la surface de ces mêmes parties; pour quarrer la surface d'un triangle sphérique; enfin pour trouver sur un cône droit des espaces absolument quarrables. Ce dernier Problème est absolument nouveau; il est pour le cône droit, ce qu'étoit pour la sphère le Problème de la voûte quarrable, proposé aux Géomètres dans le dernier siècle, par le célèbre Viviani, & qu'il avoit résolu par les méthodes de la Géométrie ancienne. Ces Problèmes, qui paroissent pour la première fois dans des élémens de Géométrie, sont résolus ici par des méthodes simples, élémentaires même, qui n'exigent point une attention supérieure aux forces de ceux pour qui les élémens sont destinés; & ces questions ont, par leur nature, par l'élégance des solutions, l'avantage de piquer la curiosité des jeunes gens, & d'accoutumer leur esprit à appliquer les principes de la Géométrie, de leur en inspirer le goût, en leur en montrant l'étendue & les ressources.

Le traité de l'application de l'Algèbre à la Géométrie, est très-court, & cependant très-complet: il renferme les principes généraux de la théorie des courbes, ceux de la construction géométrique des équations, & une théorie des sections coniques, qui en fait connoître, & les propriétés essentielles & celles qui sont utiles pour la Mécanique, l'Astronomie, la Physique; ce volume renferme enfin la solution d'un Problème très-curieux sur les voûtes à anses de panier: on donne ce nom à des voûtes dont la courbe est composée de plusieurs arcs-de-cercle de différens rayons. M. l'abbé Bossut cherche, pour le cas où l'on emploïroit trois arcs-de-cercle, quels en doivent être les rayons, & quelle doit être la position des centres, pour que la voûte soit construite de la manière la plus avantageuse? On suppose donnés dans ce problème, les deux points qui terminent la voûte, celui du sommet & la direction de la voûte aux deux naissances. Ce problème, dont M. l'abbé Bossut s'est occupé le premier, a donné lieu, depuis la publication de son

Ouvrage,

Ouvrage, aux recherches de plusieurs Géomètres. La Géométrie de M. l'abbé Bossut a été réimprimée en 1777.

C'est ici le lieu de réparer l'omission que nous avons commise dans l'Histoire de 1773. M. l'abbé Bossut avoit donné cette année un *Traité élémentaire d'Algèbre*, dont il a paru, en 1776, une nouvelle édition. Cet Ouvrage contient, outre les règles élémentaires de l'Algèbre, une Théorie très-étendue des équations déterminées; la solution des Équations du 3.^e & du 4.^e degré; des Principes généraux pour des équations de tous les ordres; la manière d'en trouver les racines commensurables, celle de déterminer les racines égales; la Méthode d'approximation de Newton, pour les équations de tous les degrés; la Théorie générale des éliminations; la solution des Équations indéterminées du 1.^{er} & du 2.^e degré; la Théorie des suites de nombres figurés, étendue & généralisée; celle des suites récurrentes; enfin un *Traité des logarithmes*. En renfermant tous ces objets dans des élémens d'Algèbre, M. l'abbé Bossut a été obligé de simplifier, d'éclaircir des méthodes qui, dans les Ouvrages de ceux qui les ont données, ne peuvent être entendues que par les Géomètres; souvent il a été obligé d'en donner de nouvelles. Nous n'en citerons qu'un seul exemple.

Toute fonction algébrique ou logarithmique ou exponentielle, est égale à une quantité réelle, plus, une autre quantité réelle multipliée par la racine quarrée de *moins un*. M. d'Alembert a démontré le premier cette proposition, dans les *Mémoires de Berlin*, 1746; mais sa démonstration étoit fondée sur le Calcul intégral, sur la connoissance des quantités d'une forme particulière, qu'on tire de la considération du cercle: elle ne pouvoit donc être employée dans un *Livre élémentaire d'Algèbre*. M. Euler & M. de Foncenex avoient prouvé par des méthodes différentes, que la racine de toute équation algébrique étoit de cette même forme; mais les Géomètres desiroient encore une démonstration directe, & tirée des seuls principes de l'Algèbre, de cette proposition, que toute fonction algébrique, quels que soient le nombre &

la formé des radicaux qu'elle contient, est toujours égale à une quantité réelle; plus, une autre quantité réelle multipliée par la racine quarrée de *moins un*; & M. l'abbé Bossut donne ici cette démonstration directe, rigoureuse, & cependant assez simple pour ne pas être déplacée dans des élémens.

LES Arts, dont l'Académie a publié la description depuis Pâques 1774, sont au nombre de cinq.

Le premier est l'art de l'*Ébéniste*, troisième section de l'art du Menuisier, par M. Roubo fils. L'Auteur en commence la description par l'énumération des bois, soit de France, soit étrangers: il en fait l'énumération la plus détaillée, il donne la manière de les teindre, de les refendre; celle de former les bâtis qui doivent recevoir le placage & celle de l'appliquer sur ces bâtis, pour former les différentes pièces de ce genre: il passe ensuite à l'espèce d'ébénisterie appelée *mosaïque* ou *peinture en bois*, celle de toutes qui exige le plus d'entente & de dessin de la part de l'Ouvrier, & il en indique tous les principes. L'Ébénisterie pleine, qui ne diffère presque de la Menuiserie que par les bois plus précieux qu'elle emploie, suit la mosaïque, & il finit par la marqueterie, proprement dite, qui emploie pour l'embellissement de ses ouvrages, les métaux, l'ivoire, l'écaille & beaucoup d'autres matières. Tous ces travaux y sont décrits avec la plus grande précision & il y joint la composition du vernis Anglois, propre à donner aux ouvrages de cuivre la plus belle couleur d'or.

Le second est l'art du *Distillateur-Liquoriste*, par M. de Machy: la description en est divisée en trois parties: dans la première, l'Auteur donne dans le plus grand détail tout ce qui concerne l'opération de brûler ou distiller le vin pour en tirer l'eau-de-vie: il décrit les vaisseaux & les fourneaux qui y sont nécessaires, les matières combustibles qui servent à les chauffer, & indique toutes les précautions nécessaires pour en assurer le succès: il y fait même mention des autres

substances desquelles on tire l'eau-de-vie en les distillant après les avoir amenées au degré de fermentation spiritueuse, comme le sucre, la mélasse, certains fruits, diverses graines, &c.

La deuxième Partie contient la fabrique de tous les ratafiats, tant ceux qui se font par distillation, que ceux qui se font par infusion. L'Auteur y donne la manière d'y employer le sucre, de le clarifier & de donner aux liqueurs le coup d'œil, le brillant, la bonté & la transparence : il passe ensuite aux liqueurs qui se font par la fermentation, comme le vin de cerises : il y indique la manière de colorer les liqueurs, & termine cette Partie par enseigner à confire à l'eau-de-vie les fruits qui en sont susceptibles.

Dans la troisième & dernière Partie, M. de Machy enseigne tout ce qui concerne les Débitans de liqueurs, connus sous le nom de *Limonadiers*, comme la manière de brûler le café, de le préparer, la fabrique des différentes espèces de chocolat, des glaces, &c. & cette description est terminée par celle des glaciers : tout cet ouvrage est d'autant plus précieux que tous les procédés que M. de Machy y énonce ont été soigneusement examinés & rappelés aux principes de la Chimie la plus éclairée.

Le troisième est l'art du *Treillageur*, suite de celui du Menuisier, par le même M. Roubo, dont nous venons de parler. Cet Art, destiné à l'utilité & à l'embellissement des jardins, est naturellement divisé en deux parties ; les treillages d'utilité & ceux d'agrément ; les premiers, servent aux espaliers, contr'espaliers, treilles, &c. Les seconds sont les berceaux, les coquilles, les portiques dans lesquels on a besoin de toute la décoration de l'Architecture. M. Roubo enseigne la manière de travailler les uns & les autres : il indique le choix des bois propres à cet usage, décrit les outils propres à les préparer & enseigne à les mettre en œuvre. Son ouvrage est même accompagné de plans & de dessins de quelques morceaux choisis, qui donnent une idée de ce genre de travail & du goût qui doit y régner.

Le quatrième est l'art du *Savonnier*, par M. du Hamel. Cette singulière substance dûe premièrement au hasard, est, comme on fait, le produit d'une huile & d'une lessive alcaline très-caustique, qui forment ensemble un corps solide dissoluble dans l'eau : l'Auteur donne toutes les connoissances nécessaires sur la qualité des huiles, sur la manière de donner à quelques-unes l'espèce de viscosité qui leur manque, sur l'action du feu nécessaire pour opérer cette transformation : il décrit avec le plus grand soin les ateliers, les fourneaux & les instrumens qu'on y emploie : il donne la préparation des huiles & des alkalis, les proportions du mélange, le degré de la cuite, la manière de sécher le Savon & de le mettre en pains : il enseigne à faire le choix des différentes cendres & des différentes soudes qu'on emploie, & même de la chaux qu'on mêle dans les lessives; en un mot, on peut dire qu'il n'a rien négligé pour rendre complète la description de cet Art important.

Le cinquième & dernier art est celui de l'*Amidonnier*, par le même M. du Hamel : cet art singulier enseigne à tirer du son, par le moyen de la fermentation, l'amidon contenu dans une partie de farine que tout l'art de la mouture n'a pu séparer; on emploie à cet usage les sons, les recoupes, les grains qui ont contracté une mauvaise odeur, & que les Amidonniers achettent & font moudre grossièrement; ils mettent ensuite ces matières dans des tonneaux, avec une suffisante quantité d'eau, & les laissent tremper assez de temps pour que la partie qui forme l'amidon s'en sépare : ils les passent ensuite dans un sac de toile claire & en pressant & maniant ce sac, ils en font sortir cette partie qui tombe dans une fûtaille à moitié pleine d'eau; l'Amidon se précipite au fond, & après avoir changé plusieurs fois cette eau, on le retire des tonneaux & on le fait sécher.

M. du Hamel ne laisse pas ignorer que les grains ne sont pas les seules substances avec lesquelles on puisse faire de l'amidon; on y emploie les pommes de terre, la bryone, les marrons d'Inde, l'asphodèle & une grande quantité d'autres

plantes ; on trouve ici la manière de les préparer & de les employer à cet usage.

L'ACADÉMIE a pris , cette année , la résolution de ne plus examiner aucune solution des Problèmes de la duplication du cube , de la trisection de l'angle , ou de la quadrature du cercle , ni aucune machine annoncée comme un mouvement perpétuel.

Nous avons cru devoir rendre compte ici des motifs qui l'ont déterminée.

Le Problème de la duplication du cube a été célèbre chez les Grecs. On prétend que l'oracle de Délos , consulté par les Athéniens , sur les moyens de faire cesser la Peste , leur prescrivit de consacrer au Dieu de Délos , un autel cubique , double de celui qu'on voyoit dans son temple , soit que le Prêtre qui rendoit les oracles fût Géomètre , & qu'il eût voulu embarrasser les Athéniens , soit qu'il eût rendu au hasard cette réponse , comme tant d'autres , ce qui est plus vraisemblable. La première solution de ce Problème fut donnée par Platon ; après avoir montré qu'elle se réduit à trouver la première de deux moyennes proportionnelles , entre le côté du cube donné & le double de ce côté , Platon proposa une méthode de trouver cette moyenne proportionnelle : cette méthode se réduisoit à décrire une courbe par un mouvement continu : l'intersection de cette courbe avec une ligne droite , donnoit la moyenne proportionnelle cherchée ; mais cette courbe étoit du troisième ordre , & les Géomètres ne connoissoient alors d'autres courbes que le cercle. La solution de Platon fut donc regardée comme purement mécanique ; on en chercha de nouvelles , & lorsque les sections coniques eurent été découvertes , on vint bientôt à bout de résoudre le Problème de deux moyennes proportionnelles , par l'intersection de deux sections coniques ; mais on n'eut & l'on ne put avoir d'analyse complète du Problème , que lorsqu'on eut trouvé les principes de l'application de l'Algèbre à la Géométrie ; on vit alors ,

que le Problème se réduisoit à la solution d'une équation du troisième degré, qui avoit deux racines imaginaires, que l'on ne pouvoit le construire que par l'intersection d'une ligne droite, & d'une courbe du troisième degré, ou par l'intersection de deux courbes du second; que dans la première méthode, la ligne droite ne coupoit la courbe qu'en un point; que dans la seconde, les deux courbes se coupoient en deux points, qu'une seule de ces intersections donnoit la solution cherchée, que l'autre intersection étoit étrangère au Problème, que l'une des deux courbes employées pouvoit être un cercle: dès ce moment, on fut tout ce qu'on pouvoit savoir sur ce Problème; on connut les méthodes les plus simples, & on vit qu'on chercheroit inutilement à le résoudre, en n'employant que le cercle & la ligne droite.

Le Problème de la trisection de l'angle fut également célèbre chez les Anciens; on le résolut d'abord par une construction qui renfermoit la description d'une courbe du troisième degré, par un mouvement continu, & ensuite, par l'intersection de deux sections coniques: les Modernes ont démontré que ce Problème, comme celui des deux moyennes proportionnelles, dépend de la solution d'une équation du troisième degré, que cette équation a trois racines réelles; que si l'une de ces racines est la corde du tiers de l'angle proposé, la seconde exprimera la corde du tiers de cet angle, plus le tiers de la circonférence, & la troisième la corde du tiers de cet angle, plus les deux tiers de la circonférence, & qu'on ne peut construire ce Problème que par l'intersection d'une ligne droite avec une courbe du troisième degré, ou par l'intersection de deux courbes du deuxième degré; l'analyse qu'ils ont donnée de ce Problème est complète & ne laisse rien à désirer depuis long-temps.

Cependant, comme les Anciens ne regardoient comme géométriques que les solutions où l'on n'employoit que la ligne droite & le cercle, la règle & le compas, cette expression a fait naître un préjugé, qui règne encore chez des hommes peu éclairés; ils continuent de s'appliquer à chercher

des solutions *géométriques* de ces Problèmes ; les uns , en n'employant que la ligne & le compas , donnent des solutions erronées ; d'autres en donnent de vraies , mais , sans le savoir , ils emploient des courbes , & leurs solutions rentrent dans celles qui sont connues ; tout examen est donc inutile.

Le Problème de la quadrature du cercle est d'un ordre différent : la quadrature de la parabole trouvée par Archimède , celle des lunules d'Hippocrate de Chio , donnèrent des espérances de quarrer le cercle , c'est-à-dire , de connoître la mesure de sa surface : Archimède montra que ce Problème , & celui de la rectification du cercle , dépendoient l'un de l'autre , & depuis ils ont été confondus.

On ne connoît encore que des méthodes d'approximation pour quarrer le cercle , la première est dûe à Archimède : un grand nombre de Géomètres célèbres en ont proposé de nouvelles , très - ingénieuses , très - simples , très - commodés dans la pratique ; il est possible encore de perfectionner ces méthodes ; l'Académie n'exclut pas ce genre de recherches ; mais ce ne sont pas des méthodes d'approximation , que prétendent donner ceux qui s'occupent de la quadrature du cercle , ils aspirent à la solution rigoureuse du Problème.

On peut considérer cette solution sous deux points de vue : en effet , on peut chercher ou la quadrature du cercle entier , ou la quadrature d'un secteur quelconque , dont la corde est supposée connue ; le second de ces Problèmes est regardé comme absolument insoluble. Gégori, Newton, dont l'autorité est si grande , même dans une Science où l'autorité a si peu d'empire , ont donné des démonstrations différentes de l'impossibilité de cette quadrature indéfinie. Jean Bernoulli a prouvé que le secteur cherché étoit exprimé par une fonction logarithmique réelle , mais qui , dans sa forme , renferme des imaginaires , il en résulte qu'aucune fonction réelle , soit algébrique , soit logarithmique , & sous une forme réelle , ne peut représenter la valeur d'un secteur de cercle indéfini ; que l'équation entre le secteur & la corde ne peut être construite par l'intersection de branches de surfaces courbes ou réelles , ou

mises sous une forme réelle, & on peut conclure, de cette réflexion, l'impossibilité absolue de la quadrature indéfinie.

Les Géomètres sont moins d'accord sur l'impossibilité du premier Problème, parce qu'il arrive souvent de trouver pour des valeurs particulières, des quantités dont l'expression est impossible en général; mais une expérience de plus de soixante-dix ans, a montré à l'Académie qu'aucun de ceux qui lui envoyoient des solutions de ces Problèmes, n'en connoissoient ni la nature ni les difficultés, qu'aucune des méthodes qu'ils employoient n'auroit pu les conduire à la solution, quand même elle seroit possible. Cette longue expérience a suffi pour convaincre l'Académie du peu d'utilité qui résulteroit pour les Sciences, de l'examen de toutes ces prétendues solutions.

D'autres considérations ont encore déterminé l'Académie. Il existe un bruit populaire que les Gouvernemens ont promis des récompenses considérables à celui qui parviendrait à résoudre le Problème de la quadrature du cercle, que ce Problème est l'objet des recherches des Géomètres les plus célèbres; sur la foi de ces bruits, une foule d'hommes beaucoup plus grande qu'on ne le croit, renonce à des occupations utiles pour se livrer à la recherche de ce Problème, souvent sans l'entendre, & toujours sans avoir les connoissances nécessaires pour en tenter la solution avec succès: rien n'étoit plus propre à les désabuser que la déclaration que l'Académie a jugé devoir faire. Plusieurs avoient le malheur de croire avoir réussi, ils se refusoient aux raisons avec lesquelles les Géomètres attaquoient leurs solutions, souvent ils ne pouvoient les entendre, & ils finissoient par les accuser d'envie ou de mauvaise foi. Quelquefois leur opiniâtreté a dégénéré en une véritable folie. Tout attachement opiniâtre à une opinion démontrée fausse, s'il s'y joint une occupation perpétuelle du même objet, une impatience violente de la contradiction, est sans doute une véritable folie; mais on ne la regarde point comme telle, si l'opinion qui forme cette folie ne choque pas les idées connues des hommes, si elle n'influe pas sur la conduite de

de la vie, si elle ne trouble pas l'ordre de la Société. La folie des Quadrateurs n'auroit donc pour eux aucun autre inconvénient que la perte d'un temps souvent utile à leur famille; mais malheureusement la folie se borne rarement à un seul objet, & l'habitude de déraisonner se contracte & s'étend comme celle de raisonner juste; c'est ce qui est arrivé plus d'une fois aux Quadrateurs. D'ailleurs ne pouvant se dissimuler combien il seroit singulier qu'ils fussent parvenus sans étude à des vérités, que les hommes les plus célèbres ont inutilement cherchées, ils se persuadent presque tous que c'est par une protection particulière de la Providence qu'ils y sont parvenus, & il n'y a qu'un pas de cette idée à croire que toutes les combinaisons bizarres d'idées qui se présentent à eux, sont autant d'inspirations. L'humanité exigeoit donc que l'Académie, persuadée de l'inutilité absolue de l'examen qu'elle auroit pu faire des solutions de la quadrature du cercle, cherchât à détruire, par une déclaration publique, des opinions populaires qui ont été funestes à plusieurs familles.

La construction d'un mouvement perpétuel est absolument impossible: quand même le frottement, la résistance du milieu ne détruiroient point à la longue l'effet de la force motrice, cette force ne peut produire qu'un effet égal à sa cause: si donc on veut que l'effet d'une force finie dure toujours, il faut que cet effet soit infiniment petit dans un tems fini. En faisant abstraction du frottement & de la résistance, un corps à qui on a une fois imprimé un mouvement le conserveroit toujours; mais c'est en n'agissant point sur d'autres corps, & le seul mouvement perpétuel possible, dans cette hypothèse, (qui d'ailleurs ne peut avoir lieu dans la Nature) seroit absolument inutile à l'objet que se proposent les Constructeurs des mouvemens perpétuels. Ce genre de recherches a l'inconvénient d'être coûteux, il a ruiné plus d'une famille, & souvent des Mécaniciens qui eussent pu rendre de grands services, y ont consumé leur fortune, leur temps & leur génie.

Tels sont les principaux motifs qui ont dicté la délibération de l'Académie: en statuant qu'elle ne s'occupera plus de ces

objets, elle n'a fait que déclarer son opinion sur l'inutilité des travaux de ceux qui s'en occupent. On a dit souvent qu'en cherchant ces solutions chimériques, on trouvoit des vérités utiles, opinion qui a pu être fondée dans le temps où la méthode de découvrir la vérité étoit également ignorée dans tous les genres; mais à présent qu'elle est connue, il est plus que probable que la vraie manière de découvrir des vérités, c'est de les chercher. D'ailleurs la quadrature définie du cercle est le seul des Problèmes rejetés par l'Académie, qui puisse donner lieu à des recherches utiles, & si un Géomètre venoit à la trouver, la délibération de l'Académie ne feroit qu'augmenter sa gloire, en montrant quelle opinion les Géomètres ont, de la difficulté, pour ne pas dire de l'insolubilité du Problème.

LES Mémoires que l'Académie a jugé cette année dignes d'entrer dans le Recueil des Savans étrangers, sont au nombre de sept :

Sur la cristallisation du Fer : Par M. de Morveau.

Observations astronomiques : Par M. Pigot.

Observations astronomiques, faites pendant le Voyage aux Terres Australes : Par M. Dagelet.

Observation de la phase ronde de Saturne, faite à Toulouse : Par M. d'Arquier.

Sur la Molibdène ou Plombago : Par M. de l'Isle.

Sur l'air fixe : Par M. le Duc de Chaulnes.

Sur les Sels ammoniacaux : Par M. Cornet.



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE.

MEMOIRES



M É M O I R E S

D E

MATHÉMATIQUE

E T

D E P H Y S I Q U E ,

T I R É S D E S R E G I S T R E S

de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXXV.

NOUVELLES OBSERVATIONS

*Sur la nature & les propriétés Salines du Zinc, revêtu
de sa forme métallique, ou réduit en chaux.*

Deuxième Mémoire.

Par M. D E L A S S O N E.

DANS un premier Mémoire sur le Zinc, j'ai déjà fait Lû le 18
apercevoir, par un concours de faits liés & comparés, Janv. 1775.
qu'ainsi que l'arsenic, le zinc participe à la fois & des pro-
priétés métalliques & des propriétés salines.

Mém. 1775.

A

Sans doute, la nature saline de l'arsenic paroît d'abord plus marquée, en ne considérant que les observations, d'où l'on déduit jusqu'à présent ce point particulier d'analogie respective entre ces deux substances. Mais revenant ici sur cet article essentiel, par rapport au zinc, je me propose de rendre bien plus sensible encore & plus évident, par de nouveaux traits, le caractère salin de ce minéral: caractère applicable à d'autres substances métalliques & déjà soupçonné, comme je l'ai fait observer, par quelques célèbres Chimistes, anciens & modernes.

On verra que le zinc, dans la nouvelle combinaison qu'il va subir, paroît absolument agir, & même plus que l'arsenic, à la manière d'un acide, en s'unissant par la voie humide, de lui-même & sans un intermède, avec une pure substance alcaline: combinaison totale, immédiate & prompte, qui s'opère avec effervescence, qui, rigoureusement, n'auroit pas même besoin d'être favorisée par une chaleur étrangère, & qui produit après l'entière dissolution une espèce de sel neutre qui cristallise.

Le simple énoncé de cette opération, prouve d'abord que les résultats en sont uniques; puisque je me suis assuré par une suite d'expériences, dont je rendrai compte ailleurs, qu'ils n'ont lieu d'une manière aussi complète avec aucun des métaux & des minéraux, sans en excepter l'arsenic; soit qu'ils aient été employés sous leur forme métallique, ou dans l'état de chaux. On seroit disposé, par conséquent à présumer que pour obtenir de tels effets il faut avoir recours à quelque mélange peu connu, on se tromperoit. Ces résultats, que j'annonce comme extraordinaires, ne sont dûs pourtant qu'à la même expérience, que quelques Chimistes déclarent avoir tentée inutilement, qui n'a produit à d'autres que des effets à peine sensibles, variables, dont on ne donne que peu de détails vagues, incertains, & même contradictoires. Les défauts des procédés sont d'avoir négligé certains moyens, certaines précautions essentielles, qui rendent à volonté les résultats constans & invariables, qui les font ensuite différer

si fort les uns des autres, selon les circonstances. Il faut toujours, dans les procédés chimiques, examiner le même fait par toutes les voies possibles; ce n'est qu'alors que l'on parvient à bien distinguer quand & pourquoi les agens employés opèrent en plus ou en moins. C'est ainsi que j'ai pu déterminer avec exactitude & précision ce qui est constant & ce qui est variable dans les expériences, dont je dois rendre compte dans ce Mémoire & les suivans; & d'abord je vais beaucoup mieux faire connoître la puissance & la force du principal & du premier des agens dont j'ai fait usage, qui m'a produit des phénomènes intéressans, qu'à peine on avoit entrevus, & que je vais décrire.

Sur une partie de zinc en limaille je versai six parties d'alkali volatil en liqueur, dégagé du sel ammoniac par l'alkali fixe; cette liqueur saline étoit parfaitement saturée. Dans le flacon d'où je l'avois tirée elle surnageoit une bonne quantité d'alkali volatil concret, & j'eus soin de l'employer d'abord après qu'elle eut été préparée dans mon laboratoire: l'action & les effets surprenans de ce dissolvant, tels que l'on va les voir, dépendent si bien de la saturation complete, de la concentration & de son emploi, immédiatement après sa préparation, quand il possède encore toute la subtilité, la force & son énergie, que sans ces conditions absolues on n'obtient jamais les résultats que je vais décrire, & que j'ai bien constatés par des épreuves répétées & variées.

A l'instant même du mélange, la liqueur alkaline claire & limpide devient trouble & laiteuse; quelques momens après il s'établit un vrai mouvement d'effervescence; je crus devoir l'aider par une digestion très-tempérée. Alors, cette effervescence, sans être pourtant ni bruyante, ni trop rapide, s'accrut au point, que l'écume formée remplit toute la capacité du vaisseau de verre, & qu'elle eût même surmontée le col assez élevé, si je n'eusse agité souvent la liqueur pour dissiper les bulles. On voyoit des molécules de zinc attaquées, agitées & disparaître enfin par leur dissolution. Aux bulles d'air que je détruisois par les secousses répétées, il en succédoit sans

cesse de nouvelles, & la dissolution du zinc continuoît toujours à s'opérer; les parcelles du minéral, qui n'étoient pas encore entièrement dissoutes, paroissoient plus divisées & d'une couleur noirâtre; la liqueur elle-même, en se chargeant de plus en plus, prit une teinte semblable à de l'encre: cette effervescence, uniquement produite par l'action soutenue & réciproque de l'alkali volatil & du zinc, & de laquelle dépendoit le dégagement continuel d'une très-grande quantité d'air combiné, dura long-temps en présentant les mêmes phénomènes. Elle ne cessa, après plus de sept heures, que lorsque le zinc eut été totalement dissout; alors la liqueur, qui pendant la dissolution avoit toujours été trouble & d'une couleur noire homogène, commença à s'éclaircir en une infinité de points, & cette noirceur ainsi divisée ne parut plus dépendre que d'une multitude de flocons noirs & légers, nageans & suspendus dans le fluide. A mesure qu'ils se déposèrent, la liqueur reprit sa première transparence; il ne lui resta qu'une teinte jaune, qui devint ensuite plus foncée. Pendant la dissolution on pouvoit distinguer assez sensiblement une odeur d'ail parmi celle d'un alkali volatil très-pénétrant; les flocons bruns, épargnés par le dissolvant, furent la seule matière que le papier retint en filtrant la liqueur, qui passa bien claire & chargée de tout le zinc parfaitement dissout: ces flocons réunis & lentement séchés ne pesèrent qu'environ vingt-quatre grains; c'est la quantité qu'en fournit une once & demie de zinc.

J'examinerai ailleurs le caractère de cette substance brune épargnée, & je rechercherai ce qui résulte du mélange de la liqueur saline saturée de zinc, avec plusieurs substances appropriées. Il me suffit pour l'objet actuel d'exposer les faits essentiels, qui rapprochent par une vraie similitude cette combinaison, de celle qui s'opère en général entre un acide & un alkali. Voici une nouvelle marque de cette analogie.

La dissolution filtrée & claire fut très-doucement évaporée; bientôt à la surface de la liqueur il se forma des cristaux en forme de végétations, ou de rainceaux, ou de barbes de

plumes, qui se précipitoient ensuite au fond de la capsule. Par le progrès de l'évaporation insensible la cristallisation se fit successivement, tant qu'il resta de matière saline; les cristaux mis sur le papier gris pour les égouter, d'abord plus ou moins empreints d'une teinte jaune, quand ils étoient encore humides, devinrent en séchant d'un blanc un peu sale: examinés alors à la loupe ils me parurent entièrement foyeux & éclatans; ils se conservent tels sans éprouver aucune altération; c'est un vrai sel de zinc ammoniacal.

Il s'agit à présent d'examiner ce que produit l'action du même alkali volatil sur la chaux absolue ou les fleurs subtiles du zinc.

Je fis le mélange de ces matières en mêmes proportions que dans l'expérience précédente. Un instant après, tenant encore le vaisseau de verre dans mes mains, je sentis qu'il s'échauffoit considérablement, sans néanmoins qu'il parût dans la liqueur aucun mouvement sensible. Il n'en survint pas davantage par l'effet de la digestion sur un bain de sable tempéré; il ne se développa aucune bulle d'air; la dissolution n'en fut ni moins facile, ni moins rapide, ni moins entière. Au contraire, en beaucoup moins de temps qu'il n'en fallut pour la dissolution complète du zinc en limaille, ou plutôt en quelques instans, la totalité des fleurs de ce minéral disparut à la manière d'un sel très-fusible dans la liqueur dissolvante, dont la transparence ni la couleur ne furent point altérées, même avant la filtration; je la filtrai pourtant: rien ne resta sur le filtre. J'obtins par l'évaporation un sel ammoniacal plus blanc, mais foyeux comme le précédent.

Cette seconde expérience, plus singulière & plus frappante, offre encore une particularité très-remarquable; car puisque la dissolution des fleurs de zinc, toute prompte & presque instantanée qu'elle soit, ne produit nulle effervescence, il semble évident que la déflagration, quand le zinc métallisé passe à l'état de chaux, détruit entièrement la prodigieuse quantité d'air, combiné sans doute comme principe constituant de ce minéral encore revêtu de la forme métallique.

Et peut-être le phénomène de l'inflammation spontanée particulière à ce mixte, dans la classe des substances auxquelles il appartient, dépend-il en bonne partie du dégagement & du développement facile & prompt de cet air en concours avec le principe inflammable. Ne pourroit-on pas dire aussi que la nouvelle dissolution est d'abord déterminée & favorisée par l'effet de cet air, qui s'échappant avec une telle abondance, & par une sorte d'explosion répétée, devient propre à rompre & à détruire plus exactement & plus profondément l'agrégation & la liaison de toutes les molécules intégrantes, en les réduisant pour ainsi dire à leur unité. En effet, la chaux du zinc, beaucoup plus atténuée & subtilisée par ce premier agent, n'en doit être ainsi que mieux disposée à s'unir ensuite avec l'alkali volatil par une pénétration mutuelle, dont apparemment ils sont capables à la manière des sels. Car, de quelque façon que l'on considère le fait, il n'est guère possible, ce me semble, de méconnoître ici dans le nouveau mixte qui se forme, l'action & la réaction réciproques de deux substances très-subtiles & de nature saline, se saisissant l'une & l'autre rapidement par la voie humide, en vertu d'une affinité, qui dans ce cas, ne sauroit exister à ce point entre une liqueur purement alkaline & une autre matière uniquement douée des propriétés terreuses.

Dans d'autres Mémoires je discuterai de nouveau ces faits, par rapport à plusieurs variations dont ils sont susceptibles, quand on emploie le même alkali volatil en différens états. J'y joindrai mes observations sur divers phénomènes que produisent aussi les autres dissolvans alkalins appliqués au même minéral, en comparant exactement mes expériences avec celle dont on trouve peu de détails épars dans les Écrits de quelques Chimistes.

Je me borne actuellement à faire connoître ce que le seul alkali volatil en liqueur, dégagé du sel ammoniac par l'alkali fixe est capable d'opérer ici comme dissolvant très-puissant, lorsqu'il est adapté, en observant les conditions requises. On vient de voir qu'alors son action sur la limaille, & sur-tout

sur la chaux de zinc, est si énergique, si rapide, & à certains égards si supérieure à celle que la même liqueur exerce sur l'arsenic, dont les propriétés salines ne sauroient être contestées, que cet effet seul, & peut-être mieux que tout autre, me paroît indiquer aussi dans le zinc un semblable caractère; & par conséquent autoriser davantage à conclure, que quoique le zinc, dans sa composition intime, semble en général bien plus approché que l'arsenic de la nature des métaux; cependant l'un & l'autre mixte, par une similitude réelle, qui vient d'être encore mieux établie dans ce Mémoire, participent également & des propriétés métalliques & des propriétés salines.



NOUVEAUX DÉTAILS

Relatifs à l'action des Alkalis volatils sur le Zinc.

Troisième Mémoire.

Par M. DE LASSONE.

Lû le 25
Janv. 1775.

DANS mon second Mémoire sur le Zinc, j'ai cru ne devoir présenter d'abord que les principaux résultats des expériences relatives à l'objet que je m'étois proposé. Les détails & les discussions que j'ai omis à dessein, je vais actuellement les rappeler, en ajoutant de nouvelles observations & les circonstances remarquables des procédés. Voilà l'objet de ce troisième Mémoire & d'un quatrième qui succédera. L'un & l'autre doivent être en plus grande partie regardés comme une extension, ou une suite interprétative du second & même du premier.

Je me bornerai d'abord ici à ne soumettre à un nouvel examen que ce qui concerne l'expérience principale de la dissolution complète du zinc & de ses fleurs par l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe.

Telle que je l'ai faite & détaillée, elle diffère à tous égards de ce qui a été dit sur cette combinaison par les Chimistes qui en ont parlé. Ces variétés, quelquefois si contradictoires, que ce qui est affirmé par un Auteur est nié tout aussi positivement par un autre, ont bien lieu de surprendre quand on considère qu'il s'agit ici d'un seul & même fait. Rappelons en peu de mots l'histoire de ces variations.

Hierne, le plus ancien, je crois, des Chimistes, qui ait traité le zinc avec l'alkali volatil, assure d'une manière générale, & sans aucuns détails, que ce minéral cède à l'action de ce dissolvant. *Zincum æquè ac calaminaris lapis in salis ammoniaci spiritu resolvitur (a).*

(a) *Urb. Hierne actor. chemie. &c. Tome II, p. 97. Stockholm, 1753.*

M. Pott.

M. Pott, dans sa Dissertation s'exprime ainsi: *Spiritus urinosi etiam satis concentrati zincum non aggrediuntur, licet per dies non paucos in digestionem steterint* (b). Dans un autre endroit de la même Dissertation, M. Pott modifie un peu cette première assertion. *Zincum, Tuthia & Lapis calaminaris solvuntur in omnibus acidis, ut & aliquam partem in volatilibus* (c).

M. Hellot, dans son second Mémoire sur le zinc (d), dit que l'alkali volatil a sur ce minéral une vraie action dissolvante, mais très-lente & très-imparfaite. M. Pott, qui à la fin de sa Dissertation déjà citée, analyse & discute le travail de l'Académicien françois, dont il n'avoit pas d'abord eu connoissance, paroît s'en rapprocher tout-à-fait, & rectifier ainsi la première assertion. Voici ce qu'il dit: *Adduxi in meis experimentis quòd alcalia volatilia in formâ fluidâ zincum non attingunt; id verò tantum de citiori operatione per aliquot dierum digestionem intellectum volo. Unde non rejicio experimenta D. D. Parisiensium quòd eadem istud solvant licet perquam lentè. Longitudo enim temporis in ejusmodi circumstantiis aliquid efficere potest quod citiori viâ frustra quæritur* (e).

Enfin, M. Malouin, dans les Mémoires de l'Académie (f), dit que l'alkali volatil dissout le zinc; mais il ne parle d'aucune circonstance relative à cette dissolution, ni à ses propriétés; il rapporte seulement, qu'on lui a dit, qu'il s'en élevoit des bulles d'air pendant la dissolution; & ajoute que pour lui il n'en a point aperçu (g). Telle est la notice que donne, dans sa Chimie expérimentale M. Baumé, le dernier Chimiste qui ait fait mention de l'action de l'alkali volatil sur le zinc, qu'il ne paroît pas avoir examinée par lui-même, puisqu'il se borne à rapporter uniquement ce qu'en dit M. Malouin. Il résulte encore de cette notice, que M. Malouin a bien aperçu l'action dissolvante de l'alkali volatil, mais seulement comme l'avoient déjà vue M.^{rs} Pott & Hellot: car ces bulles

(b) Pott, de Zinco.

(c) Id. Ibid.

(d) Année 1735.

(e) Pott, de Zinco.

Mém. 1775.

(f) Année 1743.

(g) Baumé, Chimie expérimentale, &c. Tome II.

d'air, que quelqu'un lui avoit dit se dégager pendant la dissolution, il déclare ne les avoir point aperçues. Cependant cette circonstance est bien réelle; elle a toujours lieu, lorsque le dissolvant a toutes les conditions requises pour agir avec l'énergie dont il est capable; & il se trouve que la personne qui en a parlé à M. Malouin, est peut-être celui qui a le mieux fait & vu cette dissolution. Mais comme ce n'est ici qu'un simple oui-dire, contredit en même-temps qu'il est rapporté; & que d'ailleurs la suite nécessaire des détails de ce phénomène, pour le bien faire connoître, n'existe dans aucun Ouvrage connu, ni publié, je crois être en droit de regarder comme m'étant absolument propres l'observation & l'expérience entière sur ce fait, telles que je les ai exposées dans mon second Mémoire.

Or si l'on rapproche & compare tout ce qui a été dit par ces divers Auteurs, on n'en sauroit conclure rien de bien positif. Au contraire, on est comme forcé de rester dans une sorte d'indécision & d'incertitude, à cause de quelques contradictions apparentes, dont on n'entrevoit pas d'abord les causes.

Mais le peu d'accord & de conformité de ces observations diverses, avec les détails relatifs à cette dissolution, telle que je la fais connoître dans mon second Mémoire, m'autoriseroient-ils à soutenir que les Auteurs qui viennent d'être cités, sont en défaut du côté de l'exactitude? Non, sans doute. Cette induction de ma part seroit tout-à-fait injuste, & je tomberoïs moi-même dans une erreur grossière. Je suis très-persuadé que ces habiles Chimistes ont rapporté fidèlement les faits tels qu'ils ont dû les voir. Ceux même, qui n'admettant nulle action dissolvante de l'alkali volatil sur le zinc, semblent être le plus en contradiction, n'en sont pas moins exacts à certains égards; car s'ils ont employé, come il est vraisemblable, pour tenter cette dissolution un alkali volatil caustique, l'ayant peut-être regardé comme plus fort & plus efficace; il est très-positif qu'ils n'ont dû remarquer nul effet sensible de ce mélange. Ceux, au contraire, qui ont adopté

l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe, sans qu'il fût à ce point de concentration ou de saturation requise, n'auront obtenu qu'une dissolution incomplète, plus ou moins lente, plus ou moins sensible de zinc. Tout ceci est pleinement justifié par ce qui a déjà été dit en peu de mots dans mon second Mémoire. J'y fais bien remarquer que la dissolution pleine, entière, rapide, accompagnée d'une vraie effervescence & du dégagement soutenu d'une prodigieuse quantité d'air, ne peut jamais s'opérer que lorsque la liqueur d'alkali volatil est parfaitement saturée, & que de plus on fait agir sur le zinc ce dissolvant, immédiatement après qu'il vient d'être dégagé par l'alkali fixe (*h*); car alors il jouit de toute sa force, de toute son énergie, qu'il perd ensuite en partie, quelque précaution que l'on prenne. En voici les preuves détaillées.

Ce même alkali volatil, dont six parties m'avoient suffi pour

(*h*) Je crois devoir donner ici, dans une note particulière, le procédé dont je me suis toujours servi pour préparer l'alkali volatil dissolvant employé dans toutes mes expériences.

Sel ammoniac. } \overline{aa} lb j.
 Sel alkali végétal. . . }

Eau commune, huit onces.

Mêlez & distillez selon l'art.

On emploie ordinairement deux parties d'alkali fixe végétal contre une de sel ammoniac. Je crois cette proportion double de l'alkali fixe trop considérable; car en examinant plusieurs fois par la lixiviation le *caput mortuum* resté dans la cornue après mon opération, où j'avois employé les deux matières en parties égales: j'ai toujours observé que le sel ammoniac avoit été complètement décomposé. Or la quantité excédante de l'alkali fixe, quand il est employé en proportion double, n'est pas seulement inutile, elle peut nuire; & ceci n'est pas sans fondement.

Quelques Chimistes, pour préparer l'esprit volatil de sel ammoniac, emploient l'esprit-de-vin au lieu d'eau. Or, la manière d'être & d'agir de cet alkali volatil vineux, ne doivent point être les mêmes que lorsque l'eau simple est prise pour excipient dans la distillation.

dissoudre totalement une partie de zinc avec tous les phénomènes décrits ; je voulus m'en servir seulement après dix ou douze jours pour réitérer la même expérience. Il s'en fallut beaucoup qu'il déployât dans son action autant de force. Conservé encore plus long-temps dans le même flacon de cristal, que j'étois obligé d'ouvrir quelquefois pour verser des portions de cette liqueur appliquée à différentes épreuves ; je remarquai, qu'après cet intervalle ce dissolvant opéroit encore moins. Et enfin, l'ayant davantage affoibli, quoiqu'avec une petite quantité d'eau distillée, j'observai qu'il ne dissolvoit plus le zinc que très-lentement, foiblement, difficilement, fort incomplètement, & sans qu'il se dégagât guère plus de bulles d'air qu'il s'en dégage par l'action de l'eau simple.

Tout ceci bien constaté me satisfit d'autant plus, qu'en y découvrant de nouvelles vérités, je trouvai dans une suite de faits bien observés les causes qui font varier les résultats de la même expérience, jusqu'à les rendre contradictoires, & la solution de toutes les difficultés.

Cette action dissolvante de l'alkali volatil en liqueur, telle que je l'ai fait connoître dans l'expérience précédente, me détermina à rechercher quelle seroit aussi l'action du même alkali sous forme concrète, en l'appliquant au zinc dans cet état de siccité.

Je mêlai trois gros d'alkali volatil concret avec un gros de zinc en limaille. Ce mélange, sans nulle autre addition, fut mis dans une cornue de verre bien sèche, & après avoir adapté un récipient, je procédai à la distillation. Une bonne partie de l'alkali volatil se sublima dans le trajet du col de la cornue. Il en passa aussi dans le récipient, dont les parois furent blanchies par un enduit salin. Je délutai les vaisseaux ; je remis sur le zinc resté dans la cornue deux gros de nouvel alkali volatil concret, & je procédai à une seconde distillation que je réitérai une troisième fois, après avoir encore ajouté un gros d'alkali volatil concret. Voilà donc six gros de ce sel volatil, dont l'action animée par un feu gradué,

mais assez vif, fut appliquée trois fois à la quantité d'un gros de zinc. En voici le résultat.

Par l'examen que je fis de l'alkali volatil passé sur le zinc & sublimé, je trouvai qu'il n'avoit éprouvé aucun changement, aucune altération. Le zinc resté au fond de la cornue n'avoit plus de brillant métallique ; sa surface étoit d'une couleur jaunâtre ; l'intérieur d'une couleur brune foncée. Toute la masse avoit un aspect absolument terreux, & se pulvérisoit aisément en pressant entre les doigts ; son poids étoit augmenté de la quantité de deux gros. Présument que cette augmentation ne devoit dépendre que d'une portion de l'alkali volatil combinée, profondément engagée & fortement inhérente, j'examinai ce résidu, que je trouvai en partie dans un état vraiment salin : l'autre partie ne paroissant que corrodée, & comme calcinée par la privation du phlogistique. Le zinc ainsi altéré ne différoit de celui que j'avois combiné par la voie humide avec l'alkali volatil, qu'en ce que celui-ci réduit à l'état salin par la cristallisation étoit chargé d'une plus grande quantité de molécules salines, dont une portion étoit moins adhérente. En effet, ce sel de zinc ammoniacal préparé par la voie humide, & cristallisé, comme je l'ai dit, ayant été exposé dans une cornue à l'action du même degré de feu que j'avois employé pour sublimer l'alkali volatil concret de dessus la limaille de zinc, fut ainsi dépouillé de la portion d'alkali volatil moins inhérente, & réduit au même état salin incomplet. Peut-être en continuant un grand nombre de fois à passer & à resublimer de nouvel alkali volatil concret sur le même résidu de zinc, parviendroit-on à le saturer profondément & complètement ; & par ce moyen à le transformer en un mixte pleinement salin, dont le nouveau caractère & les propriétés pourroient alors offrir des phénomènes nouveaux, & contribuer à mieux faire connoître les principes constitutifs du zinc, parce qu'on auroit pénétré plus intimement dans leur mixtion intrinsèque, dérangée & affoiblie par cette pénétration.

Je dois faire observer, que l'action & l'union réciproques

de la limaille de zinc & de l'alkali volatil concret par la voie sèche, dont il est ici question, n'ont été marquées ni suivies d'aucune expansion ou boursoufflement sensible des matières; que par conséquent le dégagement de l'air, s'il a lieu dans cette expérience, ne s'opère point ici de la même manière qu'en procédant par la voie humide.

J'ai répété cette expérience sur les fleurs de zinc en procédant de même, & avec les mêmes quantités respectives des deux matières. Les résultats ayant été absolument pareils, je n'entrerai à ce sujet dans nul autre détail; je me bornerai à faire observer, que le résidu dans la cornue s'est trouvé après l'opération bien moins coloré que celui de la limaille de zinc altérée par le même alkali volatil concret. On a déjà vu, qu'à raison du plus ou moins de phlogistique, cela arrive aussi en procédant par la voie humide avec les mêmes substances.

Après avoir discuté toutes les circonstances essentielles qui distinguent la dissolution complète du zinc & de ses fleurs par l'alkali volatil, je vais examiner par le moyen de plusieurs expériences, diverses propriétés particulières de la liqueur saline ammoniacale de zinc préparée par la voie humide.

1.^o Elle est toujours bien saturée, pourvu qu'elle soit exactement préparée par le procédé, & avec les précautions que j'ai indiquées. Alors si l'on en verse quelques gouttes sur l'eau distillée, cette eau devient louche, opaque & blanchâtre, parce qu'une bonne partie du zinc se sépare & se précipite.

2.^o La liqueur de zinc bien saturée peut encore être étendue par le mélange d'une pareille quantité du même alkali volatil en liqueur, sans souffrir la moindre altération. Si l'on verse alors un peu de cette dissolution, ainsi étendue sur l'eau distillée, elle s'y mêle, sans que la limpidité des deux liqueurs soit troublée, & par conséquent sans qu'il survienne de précipitation; si la même dissolution est versée sur l'eau de Seine bien claire, ou sur telle autre eau de rivière pure & légère, il ne se forme par ce mélange qu'un léger nuage, qui trouble peu la transparence des deux liqueurs; mais si elle est versée sur une eau de source ou de puits crue, séléniteuse, ou chargée

de quelqu'autre principe terreux & salin, il se fait aussitôt un précipité blanchâtre abondant, qui rend l'eau plus ou moins trouble en proportion des matières étrangères, dont ces différentes eaux sont plus ou moins chargées. D'où il résulte, que la dissolution alkaline de zinc étendue, comme je l'ai dit, avec un volume égal du même alkali volatil, pourroit être mise au rang des liqueurs d'essai les plus sensibles pour l'examen des eaux communes.

3.^o Quelque soin que l'on ait de bien conserver dans un flacon exactement fermé avec un bouchon de cristal, la nouvelle dissolution alkaline de zinc bien saturée, il s'y fait au bout de quelque temps un petit dépôt, qui augmente à la longue d'une manière sensible; c'est un peu de chaux de zinc qui se précipite. Il faut observer pourtant, que cette petite précipitation spontanée n'a pas lieu de même, lorsque la liqueur alkaline volatile est saturée par les fleurs de zinc dissoutes. Ce qui prouve, que dans ces fleurs le principe qui s'unit au dissolvant, se trouvant plus à nu est moins masqué par le phlogistique interposé, qui affoiblit son affinité avec l'alkali volatil. J'ai déjà fait remarquer en son lieu cette dissolubilité des fleurs de zinc par l'alkali volatil en liqueur plus facile, & plus prompte que celle du zinc en limaille. Ce même dépôt spontané confirme encore, qu'une portion de l'alkali volatil ne contracte avec le zinc qu'une union superficielle. On peut de plus en inférer, qu'en général ce même alkali volatil contient une espèce de gas très-fugace & à peine coërcible, qui paroît contribuer beaucoup à l'énergie & à l'intensité de son action dans bien des cas. D'où l'on doit juger combien il importe d'employer toujours, comme je l'ai fait, cette liqueur alkaline volatile encore douée de toute la force, si l'on prétend en obtenir dans certaines circonstances où cela est nécessaire, tous les effets qu'elle peut produire comme dissolvant, & qui n'auroient pas lieu sans cette condition essentielle.

Passons à d'autres propriétés de cette dissolution alkaline bien saturée.

4.° On n'en trouble pas la transparence, on n'y occasionne aucun dérangement, aucun précipité, nul dégagement plus marqué ou plus sensible d'alkali volatil, en y mêlant de l'alkali fixe bien pur, dissout dans assez peu d'eau distillée pour le réduire en une liqueur saline aussi concentrée que celle qui est désignée par la dénomination impropre d'huile de tartre par défaut. Or ceci me paroît indiquer bien clairement, que la partie saline du zinc a plus d'affinité avec l'alkali volatil qu'avec l'alkali fixe; & cette différence d'analogie, de laquelle dépend sans doute le phénomène précédent, n'a point été entrevue par M. Pott. Car ce Chimiste ayant obtenu les mêmes effets, à la vérité par une voie détournée & bien moins immédiate que la précédente, il en eût vraisemblablement indiqué la vraie cause, au lieu de présenter simplement ces faits comme extraordinaires, curieux & dignes d'être médités. Voici le texte même de M. Pott : *solutio zinci in acido nitri a spiritu urinoso præcipitatur quidem instar albißimi magisterii : sed affuso copiosiore spiritu urinoso denuo limpidè dissolvitur, . . . Sed hoc adhuc perquam curiosum existit, quod ex hac mixtione postmodum cum oleo tartari se præcipitari non sinat, quo aliàs ocissimè deijcitur. Quo effectu viso idem experimentum cum solutione zinci tam in spiritu salis quàm in spiritu vitrioli eodem quoque cum effectu repetii ; unde curiosæ observationes, & meditationes commixtionis solutionum metallicarum cum alcalibus absque ullâ timendâ præcipitatione solutorum corporum a philochimicis deduci poterunt (i).*

5.° La dissolution alkaline de zinc bien saturée & précipitée en gris foncé par la teinture de noix de gale (k),

6.° L'acide acéteux distillé la précipite en blanc.

7.° Je mis dans un verre un peu de cette dissolution de limaille de zinc bien saturée, étendue ensuite avec son poids égal du même alkali volatil employé à la première dissolution. J'y versai l'alkali fixe phlogistique; il se fit d'abord un précipité

(i) Pott, de Zinco.

(k) La teinture dont je me sers dans toutes les expériences où je l'emploie est préparée avec l'esprit-de-vin.

blanchâtre assez abondant ; j'étendis davantage le mélange avec l'eau distillée ; j'y versai ensuite un peu d'acide marin concentré. Il excita aussitôt une vive effervescence , & le précipité prit une couleur brune , qui , par l'affusion d'une nouvelle quantité du même acide marin , devint promptement un beau bleu de Prusse.

Au premier coup-d'œil , & sans faire auparavant attention à quelques circonstances essentielles , on seroit d'abord induit à considérer la formation de ce bleu de Prusse , comme un indice de la présence du fer dans le zinc. C'est l'opinion que quelques Chimistes , & sur tout Henckel , avoient des principes constitutans de ce minéral ; mais je dois faire observer que l'esprit de sel dont je me servis pour cette première expérience , avoit une couleur rougeâtre foncée ; qu'il n'avoit point été préparé dans mon laboratoire , & que par diverses épreuves auxquelles je le soumis , je reconnus qu'il tenoit en dissolution du fer , qui seul avoit déterminé la formation du bleu de Prusse. J'en eus une preuve complète & décisive , lorsqu'un autre esprit de sel d'une belle couleur jaune , bien fumant , préparé avec soin dans mon laboratoire , d'abord à la manière de Glauber , ensuite rectifié sur de nouveau sel marin pur & décrépit , ayant été adapté à la même expérience répétée , je ne vis plus paroître de bleu de Prusse , ni même aucune teinte qui en approchât.

Cette seconde expérience servit encore à me faire connoître que le vitriol de zinc ou vitriol blanc du commerce , contient ordinairement un peu de fer qui lui est étranger. En effet , sur une dissolution de ce vitriol dans l'eau distillée , ayant versé l'alkali fixe phlogistique , ensuite mon acide marin dont j'étois sûr , il se développa une teinte décidément bleue , mais un peu sale.

Ceci m'engagea à extraire de quelques calamines que j'avois sous la main la substance minérale qu'elles pouvoient contenir , avec l'acide vitriolique réduit à l'état d'esprit de vitriol. Sur ces dissolutions étendues encore avec l'eau distillée , ayant versé l'alkali phlogistique , ensuite mon esprit de sel

dont j'étois sûr ; il s'est toujours formé un vrai bleu de Prusse ; & je n'en ai point obtenu en répétant l'expérience avec le vitriol de zinc artificiel préparé dans mon laboratoire par la dissolution du zinc métallisé : ce qui démontre que dans les calamines, qui sont de vraies mines de zinc, ordinairement la chaux de ce minéral se trouve réellement mêlée avec du fer, conformément à ce que les Minéralogistes disent en général de ce mélange.

On peut encore en conclure, que de quelque manière que l'on extraie par la fonte le zinc sous la forme métallique, soit de ses mines naturelles, qui sont les diverses calamines, soit de la mine de Goslar, & d'autres qui contiennent réellement du fer, on obtient toujours par une séparation spontanée le zinc pur & sans le moindre mélange de fer. D'où il semble résulter, que le zinc dans la composition intime & essentielle ne participe en rien du fer proprement dit, contre l'opinion de Henckel & de quelques autres Chimistes : quoiqu'au fond le fer soumis à diverses épreuves, que je rapporterai ailleurs, paroisse à bien des égards avoir avec le zinc plus de similitude qu'aucune autre substance minérale.

8.^o Sur une dissolution de vitriol bleu ou de cuivre dans l'eau distillée, je versai une bonne quantité de ma dissolution de zinc par l'alkali volatil. A l'instant du mélange la liqueur se troubla, & il se développa par degrés une belle couleur bleue très-intense, à mesure que le zinc se précipita, forcé d'abandonner l'alkali volatil, en cédant à l'affinité supérieure d'abord de l'acide vitriolique, ensuite à celle du cuivre, lorsque l'acide vitriolique saturé permit à ce métal d'agir à son tour sur la portion d'alkali volatil encore combinée avec le zinc. Ceci indique un plus grand rapport du cuivre que celui du zinc avec l'alkali volatil.

L'expérience suivante encore plus immédiate & plus directe le confirme.

Dans l'alkali volatil en liqueur, saturé de toute la quantité de zinc qu'il peut dissoudre, je tins plongées des lames de cuivre ; l'action réciproque fut quelque temps à se développer

& à se manifester : enfin, je vis les molécules de zinc se précipiter à mesure que la liqueur prit de plus en plus une teinte bleue.

Pour étendre davantage l'examen que j'ai entrepris de l'action dissolvante des alkalis volatils adaptés au zinc par toutes les voies possibles, je vais actuellement rechercher comment ces dissolvans agiront sur différens précipités du même minéral ; c'est-à-dire, sur cette même matière déjà altérée par les précipitans, qui l'ayant dérangée de sa mixtion antérieure y ont substitué une portion de leur propre substance ; car telle est la nature des précipités.

Je fis dissoudre du vitriol de zinc artificiel très-pur dans l'eau distillée. La dissolution fut partagée en deux portions ; sur l'une je versai l'alkali fixe en liqueur ; sur l'autre l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe. Chaque précipité ayant été lavé & bien édulcoré avec l'eau distillée, fut séché à une douce chaleur d'un bain de sable ; le précipité par l'alkali fixe paroïssoit un peu plus abondant, il étoit aussi un peu moins blanc que l'autre.

Un gros du précipité par l'alkali fixe fut dissout très-promptement & à froid, sans mouvement, sans développement sensible de chaleur, dans six gros d'alkali volatil en liqueur, dégagé par l'alkali fixe.

Parcille quantité du même précipité fut dissoute aussi vite avec l'alkali volatil caustique, adapté en mêmes proportions : cette dissolution étoit un peu colorée ; la précédente étoit très-claire & limpide. L'acide vitriolique versé sur ces dissolutions, occasionnoit un nouveau précipité, qui se redissolvoit sans nulle effervescence, lorsque l'on agitoit le mélange.

Voyons les effets de ces mêmes dissolvans sur le zinc, précipité du vitriol blanc par l'alkali volatil.

En employant pour les deux matières les mêmes proportions respectives que dans les expériences précédentes, l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe a redissout très-promptement & à froid tout le précipité. Cette dissolution, comparée à celle du premier précipité par l'alkali fixe, en diffère par

une couleur fortement ambrée, & parce qu'au bout de quelque temps elle a laissé déposer une assez bonne quantité de petits cristaux très-purs, qui sont un vrai sel de zinc ammoniacal.

L'alkali volatil caustique versé sur le même précipité en fit la dissolution avec autant de facilité & de promptitude ; mais cette dissolution conservée déposa beaucoup de poudre couleur d'ocre.

Les phénomènes, tels que je viens de les exposer, de ces diverses dissolutions du zinc précipité du vitriol blanc, offrent une différence très-remarquable, en ce que cette même chaux précipitée est rapidement & complètement dissoute par l'alkali volatil caustique, qui n'agit point du tout sur les fleurs de zinc, comme je le ferai observer plus particulièrement dans le Mémoire suivant.

Il paroît donc qu'ici la dissolubilité de la chaux précipitée n'a lieu que par l'intermède des molécules vraisemblablement salines, fournies par le précipitant, & tellement combinées avec le précipité, qu'elles n'en sont jamais entièrement séparées par les lotions aqueuses très-multipliées. D'où l'on peut encore inférer, d'une manière à la vérité moins directe, qu'en général les substances métalliques ne sont peut-être plus ou moins solubles par les dissolvans dont il s'agit dans les expériences précédentes, qu'autant qu'elles participent plus ou moins d'un caractère, que l'on peut regarder comme salin ; & parmi ces substances, le zinc par lui-même, & sans addition de matière étrangère paroît toujours avoir ce caractère prééminent.



M É M O I R E

SUR LES

MOYENS DE CONDUIRE À PARIS

UNE PARTIE

DE L'EAU DES RIVIÈRES DE L'YVETTE

ET DE LA BIÈVRE.

Par M. P E R R O N E T.

Nous devons au zèle patriotique de feu M. de Parcieux, à ses connoissances & à son goût particulier pour l'Hydraulique, le projet d'une des plus belles entreprises qui aient été conçues de notre temps, & qui lui a mérité les éloges du Public & sa reconnoissance.

Lu
les 15 Nov.
1775
& 13 Janvier
1776.

Cet Académicien ayant considéré que les machines établies sur la Seine, & les sources qui donnent de l'eau aux habitans de Paris, n'en pouvoient fournir qu'une quantité très-insuffisante pour leurs besoins, crut ne pouvoir employer plus utilement ses talens & une partie de ses veilles qu'à la recherche des moyens de procurer à cette grande ville l'avantage le plus précieux qu'elle puisse devoir à l'industrie d'un Citoyen.

Il examina avec la plus grande attention les rivières & les sources les plus élevées qui sont aux environs de Paris, dans l'intention d'en trouver d'assez abondantes, que l'on pût faire arriver à la même hauteur à laquelle s'élève le bouillon d'eau d'Arcueil, dans le château-d'eau qui est situé près de l'Observatoire.

Le résultat de ses recherches fut que la rivière d'Yvette, en la prenant un peu au-dessus de Vaugien, à 14800 toises du carrefour de la rue neuve Notre-Dame & du marché Palu, d'où part la mesure des bornes milliaires, étoit la seule rivière

qui lui eût paru être assez élevée pour cela; il a trouvé qu'avec les ruisseaux & les sources que l'on pouvoit y réunir, cette rivière fourniroit au moins 1000 pouces lors des basses eaux, & même jusqu'à 2000 pouces dans d'autres temps de l'année, au moyen de plusieurs réservoirs & retenues d'eau, qu'il propofoit de former en différens endroits de son cours.

Cette eau ayant été analysée avec le plus grand soin par feu M. Hellot & M. Macquer, tous deux de cette Académie, & par cinq Commissaires de la Faculté de Médecine de Paris; le résultat de leurs opérations a été qu'elle étoit aussi salubre que l'est l'eau de la Seine, prise au-dessus de Paris : la différence sur le poids & sur quelques résultats chimiques ayant paru trop peu sensible à ces Messieurs pour les empêcher d'assimiler entièrement les qualités de ces différentes eaux.

Ces Messieurs ont aussi observé que la saveur d'eau de marais que quelques personnes ont reprochée à l'eau de l'Yvette, étoit accidentelle, étrangère, non inhérente, & qu'elle se dissipoit entièrement par la simple exposition à l'air.

M. de Parcieux a rendu un compte très-détaillé de son projet & de ses opérations, dans deux Mémoires qu'il a lus aux Rentrées publiques de cette Académie les 13 Novembre 1762 & 12 du même mois 1766, & par un troisième Mémoire, lû en 1767 dans nos Assemblées particulières : ces Mémoires ont été imprimés & rendus publics, c'est pourquoi je ne crois pas devoir entrer ici dans un plus grand détail à ce sujet.

Je vais présentement rendre compte de ce qui s'est passé depuis la mort de M. de Parcieux, concernant ce même projet.

M. Maynon d'Invaux, peu de temps après sa nomination au Contrôle général, crut aussi ne pouvoir rendre un plus grand service à la ville de Paris, que de lui procurer l'eau qui manque aux fontaines & dans les maisons pour les plus pressans besoins de ses habitans. Animé de zèle pour le bien public, ce Ministre proposa au feu Roi de faire terminer le

Projet de M. de Parcieux, & de le faire exécuter ensuite s'il devoit en résulter tout l'avantage que cet Académicien avoit eu l'intention de procurer.

M. d'Invaux proposa également à Sa Majesté d'employer les Ingénieurs des Ponts & Chaussées, sous les ordres de M. Trudaine, pour achever ce Projet; je fus nommé pour cet effet, par Arrêt du Conseil d'État du 30 Juillet 1769, avec M. Chézy que j'avois demandé pour me seconder.

Nous nous sommes occupés avec soin de ce travail; il vient d'être achevé, & nous allons expliquer sommairement en quoi il consiste.

Les plans topographiques du cours de l'Yvette & d'une partie de la Bièvre, depuis Paris jusqu'à Chevreuse d'une part, & au village de Bièvre de l'autre, ont été premièrement levés.

La quantité d'eau que pouvoit fournir l'Yvette, a été jaugee, en la prenant au-dessus de Saint-Remi, à huit cents dix-neuf toises du déverfoir de l'ancien moulin d'Étau près Vaugien, où M. de Parcieux se proposoit de faire la prise d'eau: nous avons compris dans cette jauge ce que pourroit fournir une retenue ou réservoir d'eau de quarante arpens, que nous croyons convenable de faire sur 6 pieds de hauteur au-dessus du niveau de la prise d'eau, ainsi que le produit des ruisseaux de Courbetin, de Port-royal, de Goutte-d'or & de Bures; nous avons reconnu que le tout donneroit au moins 1000 pouces dans les temps de la sécheresse, & que cette quantité pourroit même monter au double dans un autre temps, ainsi que l'a annoncé M. de Parcieux, au moyen de la retenue d'eau dont nous venons de parler, & de celles qu'il proposoit de former en d'autres endroits.

Nous avons également reconnu qu'il seroit possible de réunir à ces eaux 450 pouces de celle de la rivière de Bièvre, en y joignant les ruisseaux des Mathurins & de Vauxhalan; & cela au moyen d'une branche d'aqueduc de 2809 toises qui partiroit de Bièvre, & arriveroit dans celui de l'Yvette

un peu au-delà de Mafly : le tout faisant environ 1500 pouces en temps de sécheresse.

A l'égard de l'eau de la Bièvre, elle a été analysée par M.^{rs} Macquer & Cadet; il résulte du rapport de ces Académiciens, en date du 22 Novembre 1769, qu'elle est d'aussi bonne qualité que le sont les eaux de la Seine & de l'Yvette.

Nous observerons aussi, que la rivière de Bièvre nous a paru assez abondante, pour, qu'indépendamment de cette prise d'eau, qui seroit très-utile aux habitans de Paris, il doive en rester encore assez pour l'usage de la manufacture des Gobelins : mais dans le cas où elle en manqueroit, on pourroit lui donner, par une conduite particulière, toute celle dont elle auroit besoin. On en useroit de même pour les établissemens les plus utiles du faubourg Saint-Marceau, qui se servent actuellement de l'eau de la Bièvre.

A l'égard des moulins qui pourront souffrir de la diminution du volume de l'eau sur les rivières d'Yvette & de Bièvre, il sera juste que les propriétaires en soient dédommagés, & nous y avons eu égard dans le prix de notre estimation, ainsi que pour les bâtimens & terrains qui seront pris pour l'emplacement des aqueducs & canaux.

Le nivellement de ces rivières a été fait & vérifié plusieurs fois avec un niveau à bulles d'air, de la bonté & de l'exactitude duquel l'un de nous a déjà rendu compte à l'Académie, ainsi qu'on peut le voir dans le cinquième volume des Mémoires des Savans étrangers.

Il résulte de ces nivellemens, que la pente totale, depuis le même endroit où M. de Parcieux devoit faire la prise d'eau, c'est-à-dire, au déversoir de l'ancien moulin d'Étau, jusqu'au bouillon du château-d'eau d'Arcueil, est de 45 pieds 7 pouces 7 lignes, & de 34 pieds 2 pouces jusqu'au sol de l'Observatoire, mesuré près & au-delà du seuil de la principale entrée, située du côté du Nord : ce déversoir est de 6 pieds 4 pouces plus bas que le fond du réservoir, auquel nous nous proposons d'établir la prise d'eau, & cela,
pour

pour faciliter le moyen de porter une partie de l'eau à l'Estrapade, ainsi que nous le dirons ci-après.

Ce bouillon d'eau d'Arcueil est de 97 pieds 8 pouces 1 ligne (a) plus élevé que les eaux les plus basses de la Seine, prise vis-à-vis les Invalides, de 16 pieds 8 pouces 1 ligne aussi plus élevé que l'arrivée de l'eau dans la cuvette de distribution du haut des pompes du pont Notre-Dame, ou de 51 pieds 8 pouces 1 ligne au-dessus du pavé du même pont, mesuré à l'entrée du bâtiment des pompes: enfin, de 11 pieds 5 pouces 7 lignes plus bas que le sol de l'Observatoire, mentionné ci-devant.

A l'égard de la prise d'eau de la rivière de Bièvre, elle sera faite à 48 pieds 9 lignes au-dessus du même bouillon d'eau d'Arcueil, à mesurer du fond du canal, & à 7900 toises du carrefour de la rue neuve Notre-Dame & du marché Pallu, mentionné ci-devant.

L'aqueduc de l'Yvette doit avoir 17352 toises de longueur, dont 15141 toises seront faites à découvert, & 2211 toises, en quinze parties, passeront sous terre, comme cela s'est pratiqué pour conduire à Versailles l'eau de l'étang de Trapes, par un aqueduc de 750 toises de longueur, qui passe à 84 pieds sous le sommet de la butte de Sataury.

Nous proposons de donner à l'aqueduc de la partie supérieure de l'Yvette, 4 pieds de largeur dans le fond, & 5 pieds dans le haut, le tout mesuré dans œuvre, sur 5 pieds de hauteur, & de donner un pied de plus de largeur pour la partie dans laquelle les eaux de la Bièvre se trouveront réunies à celles de l'Yvette.

La pente de l'aqueduc de l'Yvette, doit, en général, être réglée à raison de 15 pouces par mille toises, mais dans les souterrains & les aqueducs élevés au-dessus de terre, où il

(a) M. de Parcieux avoit trouvé 95 pieds 9 pouces; la différence, qui est de 1 pied 11 pouces, doit être principalement attribuée à la pente qu'a la Seine entre le pont de l'Hôtel-Dieu, vis-à-vis lequel cet Académicien avoit terminé son nivellement, & les Invalides.

conviendra, pour faire moins de dépense, de réduire la largeur de ces aqueducs : nous avons eu l'attention d'en augmenter la pente, pour que la même quantité d'eau puisse également y passer.

La vitesse de l'eau dans l'aqueduc, dont la pente aura été réglée sur le pied de 15 pouces par mille toises, sera, d'après des expériences que nous avons faites, d'environ un pied par seconde; si l'on suppose que l'eau ne s'élève ordinairement qu'à 3 pieds 6 pouces dans cet aqueduc, il passera 18 pieds 8 pouces $\frac{2}{3}$ cubes par seconde dans la partie la plus large, ce qui donnera 2840 pouces $\frac{2}{3}$ d'eau (b), & c'est à peu-près la quantité que pourront fournir toutes les eaux dans les temps où elles seront les plus abondantes.

Les autres principaux Ouvrages qui seront faits: sont, un aqueduc près Tourvoye, traversant la vallée de Rungis, de 318 toises de longueur; il sera composé d'arcades en plein cintre, de 60 pieds de diamètre, & d'autres en forme de segmens des mêmes arcades, le tout au nombre de vingt-cinq; il aura 64 pieds de hauteur dans le milieu de sa longueur.

L'aqueduc actuel d'Arcueil, fait par les ordres de la reine Marie de Médicis, sur 165 toises de longueur; cet édifice étant très-solide, on l'élargira sur ces piliers buttans, & on l'élèvera pour y faire passer toute l'eau que l'on se propose de conduire à Paris, en formant un nouveau canal au-dessus de celui de l'eau d'Arcueil, dont le cours ne seroit point interrompu, & cela, au lieu de construire, comme on l'avoit proposé, un nouvel aqueduc, parallèlement à celui de Médicis, qui auroit eu 76 pieds de hauteur dans le milieu de sa longueur, aux risques même de ne pas trouver, pour l'établir, un fond qui fût également solide à cause des fouilles qui ont été faites anciennement dans les environs d'Arcueil, pour en tirer la pierre.

Enfin la construction d'un Château-d'eau, près le carrefour

(b) Un ponce d'eau donne 72 muids en vingt-quatre heures, chacun de 8 pieds cubes, ou de 288 pintes, mesure de Paris.

de la route d'Orléans & du nouveau Boulevard, un peu au-delà de l'Observatoire en partant de Paris.

L'eau arriveroit à ce Château-d'eau, à 12 pieds 11 pouces 4 lignes au-dessus du bouillon d'eau d'Arcueil, & à 23 pieds 11 pouces 1 ligne aussi au-dessus de ce même bouillon d'eau, en la prenant un peu au-delà du Château-d'eau avant sa chute, dans un filtre de sable de 10 pieds 6 pouces 9 lignes de hauteur, qui seroit fait pour la purifier; ce qui donnera la facilité de porter une partie de cette eau au sommet de l'Estrapade, qui est plus élevé de 13 pieds 1 pouce 6 lignes que le bouillon d'eau d'Arcueil, & d'en distribuer dans ce quartier le plus élevé de Paris, qui en manque entièrement. Pour cet effet, on prendra l'eau nécessaire au-delà de ce filtre, & on la fera passer dans un autre qui sera moins profond.

Nous avons achevé notre travail, par le devis & le détail estimatif, & le dessin de tous les ouvrages d'art.

La dépense totale doit, suivant notre estimation, monter avec les indemnités, à sept millions huit cents vingt-six mille deux cents neuf livres, compris les 2809 toises de longueur qu'aura l'aqueduc de la Bièvre, & tout ce qu'il y aura à faire généralement pour amener à Paris, comme nous l'avons déjà dit, environ deux mille pouces d'eau, compensation faite des temps de sécheresse & de pluie; ce qui fera plus de cinquante pintes par jour pour chaque Habitant, lors même que le nombre en seroit porté à huit cents mille.

Il est facile de concevoir combien une pareille quantité d'eau, qui seroit décuple de celle dont on jouit présentement par les fontaines publiques & les conduites particulières de l'intérieur des maisons, seroit avantageuse, tant pour l'usage ordinaire des Habitans, que pour la salubrité de l'air qui devient mal sain, dans de certains quartiers trop resserrés & peuplés, faute de la propreté que l'eau coulante dans les rues, & celle qui seroit distribuée dans les maisons, pourroit y procurer.

Pour que le tracé que nous avons fait sur le terrain, de l'emplacement des aqueducs, de celui des ponts & autres

ouvrages d'art , ainsi que les nivellemens , d'après lesquels la pente de chaque partie doit être réglée , soient constatés & conservés jusqu'au temps auquel on pourra entreprendre ce travail ; M. Trudaine a fait planter & sceller sur le terrain deux cents vingt-deux bornes de grès , sur lesquelles on a gravé des fleurs-de-lys & des numéros , qui sont relatifs au plan de ces aqueducs ; ce plan que M. Trudaine a aussi fait graver , est joint au présent Mémoire , ainsi qu'une Table servant à indiquer la hauteur ou profondeur à laquelle doit être établi le pavé du fond de chaque partie des aqueducs ; à mesurer d'après la tête de ces bornes , pour qu'ils aient les pentes que l'on s'est proposé de leur donner , ainsi qu'elles sont expliquées par le devis ; au moyen de quoi on seroit dès-à présent en état d'entreprendre la construction de cet important ouvrage , si on le jugeoit à propos.

Lorsque l'eau sera arrivée au nouveau Château-d'eau , il faudra encore la distribuer dans différens quartiers de Paris. Les conduites qui portent l'eau aux fontaines actuelles pourront recevoir une plus grande quantité d'eau , mais il faudra établir de nouvelles conduites & de nouvelles fontaines.

La dépense pour l'exécution de la première partie de ce Projet , pourra rentrer par la vente de cinq cents cinquante pouces d'eau , en ne l'estimant même que sur le pied de cent livres la ligne (c) , moitié de la valeur de celle dont la Ville est disposé.

On subviendroit de même à la dépense des nouvelles conduites & des fontaines , par la vente que l'on pourroit faire d'une plus grande quantité d'eau , sans que l'on eût à craindre d'en manquer pour les fontaines publiques.

Nous pensons qu'après cette vente totale , il resteroit encore au moins cinq à six cents pouces d'eau pour les fontaines , au lieu de quatre-vingt-quinze ou cent pouces au plus que donnent par leurs robinets extérieurs les soixante fontaines qui sont actuellement construites.

(c) Une ligne donne un demi-muid d'eau en vingt-quatre heures.

Les Propriétaires des maisons se trouveroient bien dédommagés des frais de l'acquisition de cette eau; & des conduites particulières qu'ils auroient à faire pour l'amener chez eux, parce qu'ils seroient affranchis pour toujours, ainsi que leurs Locataires, de la nécessité où ils sont d'acheter journellement l'eau dont ils peuvent avoir besoin.

Nous croyons devoir parler ici de l'objection, qui a paru s'accréditer contre le Projet de M. de Parcieux.

On a prétendu qu'il seroit préférable d'élever l'eau de la Seine à la hauteur seulement que pourroient l'exiger les différens quartiers de Paris, en y employant des pompes à feu; c'est en effet la machine la plus ingénieuse, & qui paroîtroit le mieux convenir pour cette destination.

M. Lavoisier a examiné par ordre de l'Académie, avec toute la sagacité & l'intelligence qu'on lui connoît, à combien pourroit monter la dépense & l'entretien annuel de cinq pompes à feu, qu'il seroit, suivant cet Académicien, nécessaire d'établir, ainsi que deux pompes de relais, pour élever 2000 pouces d'eau; il a eu égard dans ses calculs, aux changemens qu'il y auroit à faire sur la dépense, à proportion des différentes hauteurs auxquelles on voudroit élever l'eau.

Nous adopterons avec M. Lavoisier, la hauteur réduite de 70 à 80 pieds au-dessus des plus basses eaux de la Seine, qui paroît convenir pour porter l'eau aux différens quartiers de Paris; & nous concluons avec lui, d'après ses calculs qui sont établis sur des faits incontestables, comme il sera facile de le connoître par le Mémoire que l'on trouvera dans la deuxième partie du Volume de l'année 1772, de cette Académie, que pour élever les 2000 pouces d'eau que les aqueducs de l'Yvette & de la Bièvre pourront conduire le plus ordinairement à Paris, il en coûteroit annuellement quatre cents trente-trois mille livres, ce qui, au denier Vingt, formeroit un capital de huit millions six cents soixante mille sept cents livres, sans y comprendre les frais de conduite d'eau & des fontaines à construire.

Il suit de ce calcul, qu'en employant les Pompes à feu,

il en coûteroit au moins huit cents mille livres de plus qu'en construisant les aqueducs proposés; on a supposé d'ailleurs que le charbon de terre, qui est évalué à cinquante livres la voie, ne payeroit qu'un demi-droit d'entrée, qui est de dix livres; mais il seroit bien difficile peut-être d'obtenir cette remise au préjudice des Titulaires des Offices, auxquels ces droits ont été aliénés, & dont une partie est affectée au paiement de leurs gages. Il faut considérer encore que la consommation du charbon de terre qui iroit à plus de seize milliers pesant, par jour, en supposant que l'on pût toujours se procurer une quantité suffisante de cette matière, en augmenteroit vraisemblablement le prix, ainsi que l'observe M. Lavoisier; cet Académicien fait aussi envisager, comme une chose digne de la plus grande attention, la mauvaise odeur de la fumée que pourra répandre sur Paris, la combustion continuelle d'une aussi grande masse de charbon, & qu'il y auroit peut-être à craindre, de plus, que la quantité considérable de soufre, d'alkali volatil & d'huile empyreumatique, qui s'en exhaleroit, ne nuisit à la santé des habitans de cette Capitale.

L'exécution du Projet de M. de Parcieux, ne présente aucun de ces inconvéniens; il a de plus l'avantage essentiel que pendant un nombre de siècles, le cours de l'eau ne pourra être interrompu, ni les ouvrages dégradés, étant faits avec la solidité & l'attention qui sont prescrites par notre Devis.

En finissant ce Mémoire, nous devons rendre justice à l'exaetitude que nous avons reconnue dans le travail de M. de Parcieux, qui sans avoir levé les plans topographiques, fait les nivellemens du cours de l'Yvette, non plus que les devis & détails estimatifs de l'ouvrage, étoit parvenu, par sa sagacité & son application à bien indiquer les endroits par lesquels il convenoit de faire passer l'aqueduc, & à établir à peu-près la dépense, ainsi que la possibilité, que nous avons également reconnue de son exécution.

LEMENT du dessus des bornes qui
des Aquéducs ou Canaux projetés
ntie de l'eau des rivières de
u de Bures.

l de l'Yvette commencera
se, où l'eau, venant de
; & que depuis cet
eau du moulin de

—, les endroits
de ces bornes.

L'YVETTE.

bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.	HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.
	<i>toises.</i>	<i>pieds. pouces. lignes.</i>	<i>pieds. pouces. lignes.</i>
1.....	49. 11. 9.	<i>Le Canal commence à la troisième borne.</i>
2.....205.....	46. 9. 7.	
3.....96.....	47. 3. "	6. 9. "
4.....51.....	53. 9. "	13. 3. "
5.....168.....	55. 4. 6.	15. " 5.
6.....35.....	49. " 6.	8. 8. 5.
7.....43.....	47. 6. "	7. 3. 11.
8.....52.....	47. 3. 11.	7. 1. 10.
9.....38.....	47. 10. 11.	7. 8. 10.
10.....66.....	47. 5. 4.	7. 3. 3.
11.....120.....	49. 3. 1.	9. 4. 10.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.	HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.
	<i>toises.</i>	<i>pieds. pouces. lignes.</i>	<i>pieds. pouces. lignes.</i>
12.....33.....	47. " 6.	7. 2. 3.
13.....50.....	45. 9. 6.	5. 11. 3.
14.....24.....	47. " 10.	7. 2. 7.
15.....43.....	52. " 4.	12. 2. 1.
16.....55.....	47. 5. 2.	7. 9. 11.
17.....85.....	47. 1. 2.	7. 5. 11.
18.....167.....	57. 8. 8.	8. 4. 5.
19.....394.....	44. 7. 7.	5. 9. 4.
20.....90.....	48. 2. 2.	9. 3. 11.
21.....88.....	46. 1. 11.	7. 6. 8.
22.....45.....	46. 3. 9.	7. 8. 6.
23.....109.....	47. 6. 7.	8. 11. 4.
24.....47.....	47. 4. 4.	9. " 1.
25.....40.....	46. " 5.	7. 8. 2.
26.....205.....	51. 7. 4.	13. 6. 1.
27.....67.....	45. 11. 1.	7. 9. 10.
28.....70.....	45. 3. 2.	7. 1. 11.
29.....55.....	45. 10. 4.	8. " 1.
30.....63.....	48. 4. "	10. 5. 9.
31.....118.....	45. 9. 11.	8. 2. 8.
32.....45.....	44. 4. 11.	6. 9. 8.
33.....32.....	44. 11. 4.	7. 4. 1.
34.....76.....	45. 8. 5.	8. 1. 2.
35.....33.....	46. " 9.	9. " 6.
36.....164.....	44. " 5.	6. 9. 8.
37.....42.....	44. " 2.	6. 10. 11.
38.....40.....	44. 4. "	7. 2. 9.
39.....50.....	45. 6. 11.	8. 5. 8.
40.....32.....	44. 2. 5.	7. 1. 2.

NUMÉROS

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	<i>toises.</i>	<i>pieds.</i>	<i>pouces.</i>	<i>lignes.</i>	<i>pieds.</i>	<i>pouces.</i>	<i>lignes.</i>
41.....30.....	44.	6.	2.	7.	4.	11.
42.....47.....	47.	11.	10.	11.	1.	7.
43.....80.....	52.	4.	8.	15.	6.	5.
44.....32.....	49.	6.	11.	12.	8.	8.
45.....198.....	51.	8.	2.	15.	2.	5.
46.....104.....	46.	5.	2.	9.	11.	5.
47.....133.....	43.	8.	11.	7.	7.	8.
48.....52.....	45.	3.	3.	9.	2.	#
49.....24.....	45.	10.	2.	9.	8.	11.
50.....30.....	43.	2.	7.	7.	4.	4.
51.....16.....	42.	9.	7.	6.	11.	4.
52.....32.....	42.	9.	4.	6.	11.	1.
53.....27.....	42.	9.	1.	6.	10.	10.
54.....68.....	44.	1.	7.	8.	3.	4.
55.....35.....	42.	2.	3.	6.	7.	#
56.....41.....	42.	5.	4.	6.	10.	1.
57.....52.....	42.	8.	6.	7.	1.	3.
58.....102.....	42.	3.	7.	6.	8.	4.
58, <i>bis.</i>42.....	38.	9.	10.	3.	5.	7.
59.....89.....	42.	2.	1.	6.	9.	10.
60.....68.....	43.	1.	7.	7.	9.	4.
61.....32.....	42.	3.	7.	6.	11.	4.
62.....66.....	41.	8.	1.	6.	6.	10.
63.....87.....	40.	11.	10.	5.	10.	7.
64.....50.....	40.	#	7.	4.	11.	4.
65.....78.....	40.	10.	5.	6.	#	2.
66.....21.....	38.	1.	3.	3.	3.	#
67.....120.....	48.	5.	2.	13.	6.	11.
68.....56.....	40.	#	9.	5.	5.	6.

Mém. 1775.

E

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	toises.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
69.....	73.....	47.	3.	3.	12.	8.	#
70.....	175....	55.	5.	#	21.	2.	3.
71.....	86.....	59.	1.	4.	24.	10.	3.
71, bis..	143.....	39.	9.	1.	5.	10.	10.
72.....	100.....	49.	3.	11.	6.	3.	8.
73.....	43.....	39.	9.	7.	6.	2.	4.
74.....	48.....	49.	1.	10.	6.	6.	7.
75.....	31.....	49.	5.	4.	6.	10.	1.
76.....	41.....	49.	8.	10.	7.	1.	7.
77.....	48.....	49.	3.	6.	6.	7.	3.
78.....	40.....	49.	3.	4.	6.	9.	1.
79.....	48.....	39.	4.	4.	6.	#	1.
80.....	25.....	39.	#	2.	5.	7.	11.
81.....	29.....	39.	3.	6.	6.	1.	3.
82.....	24.....	41.	11.	8.	8.	7.	5.
83.....	105.....	44.	5.	8.	11.	4.	5.
84.....	77.....	41.	#	4.	7.	10.	9.
85.....	54.....	41.	2.	8.	8.	1.	5.
86.....	28.....	36.	5.	10.	3.	4.	7.
87.....	300.....	38.	6.	1.	5.	10.	10.
88.....	63.....	37.	6.	4.	4.	10.	1.
89.....	180.....	38.	5.	2.	6.	#	11.
90.....	67.....	39.	1.	4.	6.	9.	1.
91.....	25.....	49.	3.	4.	7.	11.	1.
92.....	26.....	35.	5.	8.	3.	4.	5.
93.....	31.....	38.	3.	7.	6.	2.	4.
94.....	104.....	37.	10.	1.	5.	8.	10.
95.....	79.....	37.	9.	8.	5.	11.	5.
96.....	62.....	39.	7.	8.	7.	9.	5.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.	HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.
	<i>toises.</i>	<i>pieds. pouces. lignes.</i>	<i>pieds. pouces. lignes.</i>
97.....110.....	39. 8. 7.	7. 10. 4.
98.....80.....	37. 10. 2.	6. 2. 11.
99.....30.....	37. 10. 7.	6. 3. 4.
100.....19.....	37. 5. "	5. 9. 9.
101.....18.....	39. 7. 8.	8. " 5.
102.....27.....	42. 7. 10.	11. " 7.
103.....16.....	35. 1. 10.	3. 6. 7.
104.....138.....	37. 11. 8.	6. 7. 5.
105.....56.....	45. " 2.	13. 7. 11.
106.....95.....	35. 7. 10.	4. 6. 7.
107.....98.....	45. 4. 10.	14. 3. 7.
108.....75.....	39. 2. 3.	8. 4. "
109.....45.....	40. " 5.	9. 2. 2.
110.....33.....	36. " 4.	5. 2. 1.
111.....17.....	33. 6. 5.	2. 8. 2.
112.....10.....	36. 4. 8.	5. 6. 5.
113.....144.....	56. 6. 2.	25. 11. 11.
114.....177.....	45. 6. 4.	15. 6. 1.
115.....122.....	35. 8. 7.	5. 8. 4.
116.....48.....	33. 4. 8.	3. 4. 5.
117.....105.....	36. 2. 10.	6. 5. 7.
118.....80.....	53. 10. 6.	24. 3. 3.
119.....382.....	Borne d'alignement, placée à environ 115 pieds au-dessus du sol de l'Observatoire.	
120.....421.....	48. 5. 9.	22. 10. 6.
121.....120.....	36. 11. 7.	11. 10. 4.
122.....146.....	32. 7. 2.	7. 5. 11.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	<i>toises.</i>	<i>pieds.</i>	<i>pouces.</i>	<i>lignes.</i>	<i>pieds.</i>	<i>pouces.</i>	<i>lignes.</i>
123.....160.....	30.	8.	7.	6.	1.	4.
123, <i>bis.</i>103.....	32.	2.	3.	7.	10.	#
124.....66.....	31.	#	8.	6.	8.	5.
125.....89.....	26.	9.	10.	2.	5.	7.
126.....175.....	30.	6.	2.	6.	4.	11.
127.....548.....	32.	3.	5.	8.	11.	2.
128.....283.....	29.	7.	8.	6.	6.	5.
129.....50.....	33.	2.	7.	10.	4.	4.
130.....39.....	34.	9.	#	11.	10.	9.
131.....18.....	35.	2.	1.	12.	3.	10.
132.....54.....	38.	1.	2.	15.	2.	11.
133.....55.....	28.	#	7.	5.	5.	4.
134.....57.....	29.	#	10.	6.	5.	7.
135.....143.....	29.	9.	#	7.	4.	9.
136.....112.....	29.	9.	10.	7.	5.	7.
137.....71.....	32.	7.	10.	10.	6.	7.
138.....117.....	28.	10.	9.	6.	11.	#
139.....526.....	31.	9.	8.	12.	3.	11.
140.....110.....	35.	1.	11.	16.	2.	2.
141.....87.....	29.	5.	6.	10.	11.	9.
142.....217.....	36.	2.	1.	18.	1.	#
143.....94.....	22.	7.	#	4.	5.	11.
144.....39.....	23.	1.	8.	5.	#	7.
145.....94.....	22.	10.	7.	5.	#	6.
146.....43.....	23.	3.	5.	5.	5.	4.
146, <i>bis.</i>57.....	23.	8.	#	5.	9.	11.
147.....47.....	22.	8.	7.	4.	10.	6.
148.....50.....	19.	11.	#	2.	3.	11.
148, <i>bis.</i>33.....	20.	4.	10.	2.	9.	9.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes , au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.			
		<i>toises.</i>	<i>pieds.</i>	<i>pouces.</i>	<i>lignes.</i>	<i>pieds.</i>	<i>pouces.</i>	<i>lignes.</i>
149.....82.....	22.	2.	2.	4.	7.	1.	
150.....59.....	21.	11.	4.	4.	4.	3.	
151.....82.....	23.	1.	2.	5.	9.	1.	
152.....179.....	21.	#	3.	3.	11.	2.	
153.....483.....	20.	5.	#	3.	9.	11.	
154.....65.....	21.	2.	5.	4.	7.	4.	
155.....32.....	19.	5.	11.	3.	1.	10.	
156.....488.....	15.	#	9.	—	#	9.	3.
157.....165.....	18.	5.	7.	3.	1.	6.	
158.....57.....	18.	11.	6.	3.	7.	5.	
159.....51.....	19.	5.	10.	4.	1.	9.	
159, bis..59.....	21.	2.	1.	6.	1.	#	
160.....73.....	19.	3.	3.	4.	2.	2.	
161.....45.....	22.	#	#	6.	10.	11.	
162.....66.....	25.	5.	1.	10.	4.	#	
163.....60.....	19.	1.	7.	4.	3.	6.	
164.....61.....	25.	7.	6.	10.	9.	5.	
165.....40.....	19.	3.	#	4.	4.	11.	
166.....347.....	16.	9.	10.	1.	11.	9.	
167.....77.....	17.	#	2.	3.	11.	1.	
168.....53.....	16.	11.	4.	3.	10.	3.	
169.....33.....	16.	11.	7.	4.	4.	6.	
169, bis..67.....	25.	2.	11.	12.	7.	10.	
170.....246.....	16.	7.	8.	5.	2.	1.	
171.....290.....	16.	6.	6.	5.	9.	11.	
172.....116.....	17.	4.	11.	6.	8.	4.	
173.....200.....	17.	3.	3.	6.	9.	8.	
174.....102.....	14.	9.	#	4.	6.	5.	
175.....287.....	9.	4.	8.	—	#	9.	11.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.	HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.
	<i>toises.</i>	<i>pieds. pouces. lignes.</i>	<i>pieds. pouces. lignes.</i>
176.....97.....	10. 3. 8.	# 7. 1.
177.....192.....	13. 1. 11.	3. 11. 4.
178.....262.....	7. 8. 9.	— # 8. 9.
179.....31.....	1. 9. 5.	3. 10. 7.
180.....65.....	4. 9. #	7. 3. 2.

RUISSEAU DE BURES.

1.....	46. 11. 11.	— 2. 1. 10.
2.....60.....	46. 9. 1.	— 2. 4. 8.
3.....49.....	46. 11. 1.	— 1. 5. 8.
4.....44.....	46. 5. 4.	— 1. 11. 5.
5.....104.....	48. 7. 3.	1. 8. 5.
6.....40.....	46. 4. #	— # 6. 9.
7.....44.....	45. 11. 1.	— # 11. 8.
8.....30.....	41. 8. 8.	— 4. 5. 1.
9.....28.....	45. 5. 10.	— # 7. 11.
10.....20.....	45. 6. 6.	— # 7. 3.
11.....35.....	45. 4. 5.	— # 9. 4.
12.....75.....	45. 7. 5.	# 2. 7.
13.....39.....	45. 4. 10.	# 9. #

RIVIÈRE DE LA BIÈVRE,

Dont le Canal doit se rendre dans l'Aqueduc de l'Yvette.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessous du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
		pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
1.....306.....	38.	7.	2.	2.	9.	"
2.....120.....	37.	10.	4.	2.	3.	2.
2, bis...172.....	37.	3.	10.	2.	2.	8.
3.....203.....	38.	7.	7.	3.	6.	4.
4.....73.....	38.	11.	8.	4.	4.	5.
4, bis..68.....	40.	1.	7.	5.	9.	4.
5.....90.....	36.	10.	9.	2.	9.	6.
5, bis...82.....	37.	7.	7.	3.	9.	5.
6.....78.....	38.	7.	1.	4.	8.	10.
6, bis..42.....	39.	3.	2.	5.	7.	11.
7.....75.....	37.	2.	"	3.	6.	10.
8.....45.....	37.	2.	1.	3.	9.	10.
9.....60.....	37.	11.	8.	4.	10.	6.
10.....78.....	36.	3.	4.	3.	2.	2.
11.....82.....	35.	10.	7.	3.	"	4.
12.....74.....	36.	3.	2.	3.	8.	"
13.....115.....	37.	1.	8.	4.	9.	5.
14.....471.....	33.	"	9.	1.	8.	7.
15.....78.....	33.	4.	10.	2.	3.	8.
16.....48.....	32.	7.	1.	1.	8.	10.
17.....102.....	30.	2.	3.	—	"	4. 11.
18.....289.....	35.	9.	3.	5.	11.	"

M É M O I R E

S U R

PLUSIEURS SELS AMMONIACAUX.

Par M. D E L A S S O N E.

Lû le 17
Mai 1775.

LA Halotechnie, cette partie de la Chimie qui comprend toutes les substances salines des trois règnes, offre le champ le plus vaste & le plus fécond pour les expériences & pour les recherches, parce que les combinaisons que l'on peut varier & multiplier de tant de manières, n'ont presque pas de bornes; les unes sont absolument inconnues; d'autres ne sont encore connues qu'imparfaitement. Je me propose ici d'en donner quelques exemples, en jetant un coup d'œil sur plusieurs sels ammoniacaux; quoiqu'il existe déjà dans les Ouvrages des Chimistes, certains indices de ces opérations, je crois pouvoir les faire encore mieux connoître par les observations & les remarques nouvelles, qui vont être exposées dans une suite de sections.

S. I.

Sur le Sel Ammoniacal acéteux.

ON fait que le sel ammoniacal acéteux est ordinairement préparé en saturant avec le vinaigre distillé l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe; la liqueur résultante de la saturation réciproque de ces deux sels l'un par l'autre, est ce que l'on nomme *Espirit de Minderet*.

La plupart des Chimistes prétendent que l'on ne peut obtenir sous une forme concrète ce sel ammoniacal, soit en faisant évaporer la liqueur saturée jusqu'au point où l'on doit procéder à la cristallisation, soit en distillant, pour obtenir à la fin un sublimé salin concret. On soutient que dans ces deux cas cette espèce de sel neutre ammoniacal reste toujours

fluor.

fluor. Quelques Chimistes avancent, au contraire, que le sel ammoniacal acéteux, ou l'esprit de Minderet, préparé selon le procédé vulgaire & connu, donne de vrais cristaux à la suite d'une évaporation lente & bien ménagée. En dernier lieu, M. Baumé, dans sa Chimie qu'il vient de publier, l'affirme d'après sa propre expérience.

Si l'affertion aussi positive d'un habile Chimiste, est d'un grand poids, il n'en est pas moins vrai que le procédé, quoiqu'il paroisse simple, doit offrir des difficultés réelles; puisqu'en le suivant à la lettre, la plupart des Chimistes ont échoué, & conséquemment ont pris le parti de nier le fait. Moi-même, quoique persuadé que la cristallisation de ce sel est possible, j'avoue que malgré les soins & les attentions, je n'ai jamais réussi avec l'esprit de Minderet, soit qu'il ait été préparé ou avec l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe, ou avec celui qui avoit été dégagé par la craie; à plus forte raison avec l'alkali volatil caustique ou *fluor*, dégagé par la chaux.

On peut, ce me semble, présumer que la difficulté d'obtenir des cristaux solides ou concrets de ce sel, dépend de deux causes principales.

1.^o L'acide acéteux contient dans sa mixtion intrinsèque beaucoup de principe aqueux; ce qui le rend bien plus foible que les autres acides.

2.^o Il a de plus, dans sa combinaison primitive beaucoup de matière huileuse, qui affoiblit encore son action.

Cette manière d'être de l'acide acéteux, doit sans doute empêcher qu'il ne puisse former une combinaison forte & profonde avec la base alkaline: c'est ce qui arrive à l'acide, même vitriolique, quand il est dans l'état d'acide sulfureux; & c'est aussi la raison pourquoi l'évaporation au bain de sable, quelque modérée que soit la chaleur, pour procurer le rapprochement & la concentration de la liqueur, qui tient en dissolution les deux sels combinés, fait démêler distinctement par l'odorat l'une & l'autre substance; c'est-à-dire l'acide acéteux & l'alkali volatil, qui se volatilisent à mesure que

l'évaporation continue à se faire ; de manière que toute la liqueur , avec les deux sels qu'elle contient , disparaissent totalement en forme de vapeur , laquelle étant retenue par un chapiteau , ne laisse aucune trace sensible d'un sel sublimé & concret.

Tout ceci paroît confirmé par les observations suivantes que j'ai faites & réitérées en travaillant sur l'esprit de Minderet.

1.^o Lorsque par le mélange successif de l'esprit acéteux & de l'alkali volatil , on est parvenu à une saturation exacte & complète , ce que la saveur & les autres indices font reconnoître ; si l'on distille doucement la liqueur , il ne passe d'abord qu'un fluide rapide , peu odorant & presque insipide ; la liqueur saline qui reste se trouve rapprochée , & conserve bien les caractères de son état neutre : la saveur , quoique très-pénétrante , est vraiment saline ; mais si l'on remet cet esprit ainsi concentré dans une capsule découverte , & qu'on l'abandonne à l'impression de l'air libre , pour procurer une évaporation insensible , bientôt le mixte salin souffre une vraie décomposition : l'alkali volatil se sépare , s'échappe , & le résidu prend une saveur décidément acide. Si , au contraire , on continue la distillation , la liqueur saline concentrée passe toute entière limpide , en conservant sans altération son caractère bien neutre ; mais abandonnée ensuite à l'action de l'air libre elle se décompose aussi & devient acide : tous ces effets ont lieu en traitant par les mêmes procédés l'esprit de Minderet composé , comme on le pratique quelquefois , avec l'alkali volatil *fluor* dégagé par la chaux.

Ces faits apprennent , 1.^o que la combinaison entre les parties salines qui constituent l'esprit de Minderet n'est qu'imparfaite & pour ainsi dire superficielle : 2.^o que le moyen d'avoir l'esprit de Minderet le meilleur & le plus efficace , seroit sans doute de procéder par la distillation , sur-tout ayant soin de séparer la première liqueur qui est presque insipide ; car la dernière liqueur concentrée qui passe claire & limpide , quoique plus colorée , ne perdra point son caractère salin , pourvu qu'elle soit conservée dans un flacon bien

bouché, & ce nouvel esprit de Minderet sera sans doute très-supérieur par ses vertus & ses propriétés médicinales. 3.^o On doit en inférer, que si l'esprit de Minderet ordinaire peut réellement fournir des cristaux ou un vrai sel ammoniacal acéteux concret, cet effet n'a lieu vraisemblablement que par le concours de quelque circonstance particulière, ou de ce que l'on appelle en Chimie, *quelque tour de main*, qui peut-être ne consiste qu'en une évaporation lente & insensible d'un très-grand volume de cette liqueur saline bien saturée.

On pourroit donc proposer encore en problème la formation d'un sel ammoniacal acéteux concret, plus parfait & par une voie plus sûre, plus facile & plus courte.

Pour résoudre rigoureusement ce problème, il faut 1.^o n'employer que l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe, ou par la craie, comme le plus pur : 2.^o Il paroîtroit nécessaire que l'acide acéteux eût la mixtion intrinsèque plus favorablement disposée, ou ce qui revient au même, qu'il pût être approprié, pour lui faire contracter une union plus intime & plus forte avec la base alkaline ; & c'est ici, je pense, l'objet principal.

Ce point de vue que la théorie indique, présente d'abord le vinaigre radical, comme l'acide acéteux le plus convenable au procédé que l'on cherche. Il est très-déslégmé, peut-être même privé d'une partie de cette eau principe (a) qui abonde dans la mixtion intrinsèque de l'acide acéteux commun. De plus, le principe acide y est moins intimement lié à la portion du principe huileux qui l'adoucit, l'enveloppe & l'énerve dans son état ordinaire ; de sorte qu'il est capable alors de se combiner assez profondément pour former avec l'esprit-de-vin une mixtion éthérée. Voyons ce qu'il produira aussi par son union plus exacte avec la base alkaline.

Sur l'alkali volatil concret, dégagé par l'alkali fixe, j'ai versé peu-à-peu le vinaigre radical ; le mélange s'est fait avec

(a) Ceci paroît confirmé par le fait actuellement connu de la sublimation sous forme concrète de la pure substance saline du vinaigre radical, seule & sans mélange.

effervescence; & pour obtenir le point de saturation, il a fallu une moindre quantité de cet acide : la liqueur, après la mixtion, est restée très-claire; elle fut mise dans un bocal de verre, couvert d'un papier percé de petits trous, & je l'exposai à une douce chaleur du bain de sable; l'évaporation se fit insensiblement, l'odorat n'étoit frappé par aucun miasme d'alkali volatil, il ne démentoit qu'un foible acide qui s'exhaloit : la liqueur portée sur la langue imprimoit une saveur assez vive & pénétrante; mais on reconnoissoit sans peine que le sel qui produisoit cette sensation étoit bien neutralisé. La liqueur évaporée à un peu plus de moitié restoit encore très-claire & sans nul dépôt, il n'y avoit ni pellicule, ni aucune apparence de cristaux; j'observai seulement un très-petit nuage blanchâtre, en forme de flocon transparent, qui nâgeoit & restoit suspendu : je crus devoir cesser alors la digestion & l'évaporation, le bocal fut retiré du bain de sable & mis dans un lieu froid. Il n'est pas inutile d'avertir que tout ce travail a été fait en hiver. Le lendemain, je trouvai toute la liqueur transformée en une masse saline concrète : c'étoit un amas de petits cristaux bien distincts & disposés en aiguilles.

Quoique ce sel soit pur, on ne sauroit l'obtenir ni assez sec, ni assez blanc, parce qu'il reste imbu & comme pénétré par une petite quantité d'une espèce d'eau-mère visqueuse & légèrement colorée; & parce qu'en essayant de le faire sécher à une chaleur fort douce, il ne tarde pas à se reliquéfier, & continue ensuite à s'évaporer, la liqueur restant toujours limpide. Assuré de ce double effet, j'ôtai le bocal du bain de sable & le portai dans un lieu froid; bientôt les mêmes cristaux aiguillés reparurent; en les tenant ainsi dans le bocal, couvert d'un papier double, ils ont conservé quelque temps leur forme, leur consistance & leur couleur; mais comme le vaisseau n'étoit qu'imparfaitement bouché, & que je l'avois replacé dans mon laboratoire, alors échauffé par un poêle, ils se remirent en liqueur : ce sel ammoniacal est fort déliquescent & encore plus fusible; semblable en ceci au

sel marin à base calcaire, qui n'a pourtant pas le même degré de fusibilité; ces deux sels sont vraiment *incérés*, c'est-à-dire aussi fusibles que la cire, dénomination caractéristique, que les anciens Chimistes ont employée pour certains sels, auxquels ils avoient communiqué ce grand degré de fusibilité. Mais de tous les sels doués de cette propriété, celui-ci paroît l'avoir davantage; il est de plus volatil & soluble dans l'esprit-de-vin.

Voilà sans doute un nouveau moyen d'obtenir un vrai sel ammoniacal acéteux concret; mais il n'étoit pas encore au point que je le desirois: je voulois l'avoir plus concret, plus pur, c'est-à-dire plus blanc; par conséquent débarrassé de cette petite portion d'eau-mère, qui le salit, le mouille, & contribue sans doute à le rendre plus déliquescent & plus fusible; tel en un mot qu'il put être conservé sec & solide, aussi long-temps qu'on le voudroit.

Je me flattai que j'y parviendrois par la voie de la sublimation; je crus devoir y procéder de plusieurs manières pour découvrir celle qui méritoit la préférence.

Le premier procédé fut le plus simple, je pris deux gros d'alkali volatil concret très-pur, dégagé du sel ammoniac par l'alkali fixe: l'ayant saturé avec une once de vinaigre radical rectifié, ce mélange fut mis dans une cornue de verre à large col, & j'y adaptai un récipient. Je distillai à la chaleur graduée du bain de sable; après qu'il eut passé une bonne quantité de liqueur flegmatique presque inodore, & que dans la cornue le reste de la liqueur saline très-rapprochée eut acquis une couleur plus foncée, je vis s'élever une vapeur blanchâtre, qui adhérant au col du vaisseau & s'y condensant dans tout son trajet la garnit par-tout d'une concrétion saline, blanche, & disposée en belles aiguilles. Il ne resta dans la cornue qu'une légère couche noirâtre.

Mon objet dans le second procédé fut tout-à-la-fois de déflegmer & de concentrer encore le vinaigre radical, de débarrasser & d'isoler, autant qu'il seroit possible, le principe acide, & de lui faire saisir en cet état le plus favorable l'alkali

volatil, au moment même qu'il seroit dégagé par & sec du sel ammoniac. Pour remplir ces vues, je réunis trois matières qu'il suffira de nommer, pour que les Chimistes jugent d'abord comment elles doivent réagir réciproquement les unes sur les autres.

Je mis dans une cornue de verre à large col, comme dans l'expérience précédente, demi-once de sel ammoniac ordinaire, demi-once de craie pure, tous deux en poudre fine, bien desséchés auparavant au feu, ensuite triturés. Y ayant versé demi-once de vinaigre radical rectifié, & le récipient ayant été adapté & luté, la distillation fut faite au bain de sable, en ménageant & graduant le feu : le peu de liqueur qui passa d'abord fut suivi, après avoir augmenté le feu, de vapeurs blanches, qui se condensant comme dans l'expérience précédente, formèrent promptement sur la paroi interne du col de la cornue plusieurs couches de beaux cristaux aiguillés, concrets, blancs, & d'autant plus purs qu'ils sont produits par sublimation ; les autres matières moins pures & étrangères, restant engagées dans le *caput mortuum* de la cornue : cette opération est courte, facile, sûre ; je l'ai même perfectionnée par une addition avantageuse faite à l'appareil ; c'est-à-dire, en interposant une alonge de verre entre la cornue & le récipient : alors le sel ammoniacal acéteux concret passe en plus grande partie dans l'alonge, s'arrête & se condense mieux sur les parois moins exposées à l'impression d'une chaleur vive ; on peut d'ailleurs l'en extraire, & le détacher plus aisément. Ce dernier procédé m'a paru préférable, à tous égards, en le comparant au premier dont j'ai d'abord parlé, & à plusieurs autres, que j'ai tentés en variant les matières & les proportions ; car le succès de ces derniers n'a été que très-incomplet, ou absolument nul. Il seroit donc inutile de les détailler ici (b).

(b) Je ne crois pourtant pas hors de propos d'insérer dans une note le précis de ces divers procédés : en évitant à ceux qui pourroient peut-être les imaginer la peine inutile de

les répéter, ils contribueront aussi à justifier la supériorité du procédé auquel j'ai cru devoir donner la préférence.

1.^o Le mélange de 6 grs de craie,

Le sel ammoniacal concret s'humecte à l'air ; mais comme il n'a pas, à beaucoup près, un aussi grand degré de fusibilité que celui que l'on peut obtenir par la simple cristallisation , il ne faut pour le conserver sec , que le tenir renfermé dans un flacon de verre bien bouché ; sa saveur vive & pénétrante , la volatilité, la ténuité autorisent à présumer, qu'étant employé & appliqué, soit comme menstrue ou dissolvant dans certaines opérations, soit comme médicament pour opérer certains effets dans l'économie animale, il doit être doué de propriétés que nul autre mixte salin ne sauroit peut-être posséder au même degré.

Je terminerai ce premier article , en faisant connoître un nouveau moyen de composer sur le champ le même sel ammoniacal ; il ne s'agit que de rapprocher & d'aboucher les goulots des deux flacons de verre qui contiennent, l'un la liqueur bien saturée de l'esprit volatil de sel ammoniac , dégagé par l'alkali fixe, ou par la chaux ; l'autre le vinaigre radical : les vapeurs qui s'échappent sans cesse de ces liqueurs salines , lorsqu'elles sont isolées & éloignées l'une de l'autre , & qui ne sont point alors visibles, le deviennent au moment même de leur contact, sous forme d'un nuage blanchâtre, résultant de la combinaison instantanée des deux sels ; on connoissoit déjà une semblable combinaison des vapeurs rapprochées de l'alkali volatil, & des acides nitreux & marins : on ne connoissoit point encore ce même phénomène relatif à l'acide acéteux ; mais ce fait ne peut être mis qu'au rang des simples curiosités chimiques , & ne paroît susceptible d'aucun autre usage.

de 2 gros de sel ammoniac , & de 2 gros de vinaigre radical , a fourni très-peu de vrais cristaux de sel ammoniacal acéteux ; l'alkali volatil concret les a masqués, & s'est sublimé assez abondamment.

2.° Le mélange d'une once de craie, de 2 gros d'alkali volatil concret & de demi-once de vinaigre radical, n'a point fourni de sel ammoniacal acéteux concret.

3.° Ayant saturé 2 gros d'alkali concret avec le vinaigre distillé, & cette liqueur saline neutralisée ayant été mêlée avec une once de craie, la distillation ménagée en graduant le feu, & en lui donnant à la fin plus d'intensité, n'a fourni qu'une liqueur fortement empyreumatique, & pas le moindre vestige de sel concret.

Sur le Sel ammoniacal tartareux.

LES premières combinaisons de l'acide tartareux avec des bases alkales, ont d'abord été faites avec les alkalis fixes; l'emploi utile & fréquent de ces différens sels dans la Médecine, a fixé sur eux toute l'attention. Parmi les Chimistes, il n'y a que quelques Modernes qui aient parlé de la combinaison de l'acide tartareux avec l'alkali volatil; mais ce qu'ils en disent ne faisant connoître ce sel ammoniacal que d'une manière trop générale & imparfaite, il m'a paru; 1.^o que ce mixte salin considéré comme médicament, n'étoit pas présenté aussi-bien qu'il devoit l'être relativement à l'efficacité qu'il pourroit avoir dans plusieurs circonstances; 2.^o que nul Chimiste ne donnoit un procédé bien exact pour le préparer: j'ai donc cru que cette opération & ses résultats méritoient de nouveaux détails; on va voir qu'ils offrent des particularités remarquables.

Juncker, dans sa Table sur le Tartre, se borne à dire ce qui suit : *Tartarus cum alcalibus volatilibus remixtus coit in figuram cristallinam oblongam a nitri figurâ parum abludentem.* Il ajoute : *Tartarus per eminentem aciditatem solvit & adsumit insignem copiam alcali volatilâ & spiritum salis ammoniaci, sine notabili secessione terrestris substantiæ,*

Pott, dans sa Dissertation qui a pour titre : *Historia particularis corporum solutionis*, s'exprime ainsi : *Spiritus urinosi tartarum crudum solvunt, coloreque exinde tinguntur rubicundo : sed cum cristallis tartari concrescunt in sal cristallinum, subamarum, salsum, facile solubile.*

L'auteur du nouveau Dictionnaire de Chimie, dans l'énumération qu'il fait des différens sels neutres, parle de celui-ci comme d'un mixte salin encore très-peu connu.

En dernier lieu, l'auteur d'un Ouvrage, qui a pour titre : *Introduction à l'étude des corps naturels, tirés du règne végétal (c)*,

(c) Par M. Bucquet. Paris, 1773.

dans un article où la combinaison de la crème de tartre aux sels alkalis est examinée, donne ainsi le procédé du sel ammoniacal tartareux.

« Ce sel, dit-il, se fait à peu-près de la même manière que le sel de Seignette. On met cinq onces de crème de tartre dans une livre d'eau bouillante; on jette dans cette dissolution de l'alkali volatil concret, jusqu'au point de saturation; il se fait une vive effervescence à chaque fois qu'on ajoute de l'alkali volatil, & il se dissipe une grande partie de ce sel en vapeurs; on peut en reteñir beaucoup, si on a la précaution de faire cette saturation dans un matras dont le col soit étroit; la liqueur saturée étant filtrée, on la fait évaporer à une douce chaleur, & on obtient par le refroidissement des cristaux qui ont une figure assez régulière; ils forment des pyramides rhomboïdales assez semblables aux beaux cristaux de sel de Glauber, mais cependant plus lisses; leur saveur, qui est fraîche & un peu amère, n'imité pas mal celle du nitre. Ils perdent avec le temps un peu de leur eau de cristallisation, & s'effleurissent à l'air. »

*Tome II,
p. 202.*

Voilà, je crois, le seul procédé détaillé qui ait encore été donné pour composer le sel ammoniacal tartareux; mais tout intéressant qu'il soit par sa nouveauté, il me paroît défectueux sur un point essentiel. En effet, on y prescrit de projeter dans une livre d'eau bouillante qui tient en dissolution cinq onces de crème de tartre, l'alkali volatil concret. Or il arrive nécessairement que l'alkali volatil, dès qu'il est en contact avec l'eau bouillante, souffre à cause de sa grande mobilité une expansion & une dissipation qui le fait échapper & évaporer en grande partie, avant qu'il puisse être saisi & arrêté par l'acide tartareux; l'auteur en convient. De plus, il arrive dans cette combinaison quelques phénomènes qui n'ont pas été observés, & dont je vais parler en détaillant mon procédé, qui me paroît plus exact & préférable, & que j'avois exécuté bien avant que l'ouvrage que je viens de citer, eût paru.

J'ai pris trois onces d'alkali volatil, dégagé du sel ammoniac par l'alkali fixe; quoiqu'il fût en liqueur, il étoit aussi saturé

Mém. 1775.

G

qu'il pouvoit l'être; car dans le fond du flacon, d'où je l'avois tiré, il y avoit une bonne quantité du même alkali volatil concret; pour l'étendre & l'affoiblir, j'y ai mêlé pareille quantité d'eau distillée. Dans cet état, je l'ai versé à plusieurs reprises, & en laissant des intervalles suffisans sur la poudre bien fine de crème de tartre étendue dans une large capsule de verre; à chaque affusion, il s'est fait une vive effervescence, & s'est développé beaucoup de bulles d'air; les vapeurs qui s'élevoient alors n'ont jamais eu d'odeur sensible d'alkali volatil: lorsque la saturation a été achevée, ce que j'ai constaté par les essais ordinaires, il s'est trouvé, que deux onces d'alkali volatil ont suffi pour bien neutraliser les trois onces de crème de tartre.

Cette quantité de sel neutralisé est devenue assez soluble pour rester dissoute à froid dans quatre onces de liqueur; j'ai fait digérer à une douce chaleur, après avoir ajouté une nouvelle quantité d'eau distillée. Voici le détail de quelques phénomènes remarquables.

Il est resté au fond de la capsule un peu de crème de tartre qui n'étoit pas dissoute; après avoir décanté la liqueur saturée, j'ai versé sur le résidu tartareux une nouvelle quantité d'alkali volatil, il ne s'est point excité d'effervescence, il n'a point paru de bulles d'air; l'alkali volatil qui se dissipoit, frappoit vivement l'odorat; la chaleur n'a pas mieux déterminé la dissolution ni la mixtion, l'alkali volatil s'est entièrement échappé: en un mot, il ne s'est fait ici nulle combinaison; ayant filtré la liqueur pour avoir séparément ce résidu tartareux & le mieux examiner, il me parut être dans un état singulier: il pesoit environ un gros, & je le soumis aux épreuves suivantes:

Sa saveur acide n'étoit presque plus sensible.

L'alkali fixe étendu dans l'eau n'a produit avec lui qu'une très-foible effervescence, & n'en a dissout qu'une portion même à l'aide de la chaleur.

L'esprit de vitriol y a excité une assez vive effervescence, & l'a dissout en partie; il ne s'est dégagé nulle vapeur sensible;

la portion dissoute étoit blanche ou laiteuse ; peu de temps après la liqueur s'est éclaircie , en laissant déposer un sédiment blanc assez abondant : enfin , le résidu tartareux exposé sur un charbon ardent s'est brûlé , plus foiblement pourtant que la crème de tartre ordinaire , & a répandu à peu-près la même vapeur odorante.

On peut, ce me semble , inférer de ces expériences réunies , que l'altération de ce résidu tartareux consiste en ce que ayant été dépouillé de l'acide le plus subtil , la masse restée est devenue plus terreuse , moins saline , par conséquent moins soluble , mais encore mêlée avec son principe huileux.

Je reviens à l'examen de la première liqueur filtrée , qui tenoit en dissolution le tartre ammoniacal neutralisé , je l'ai fait évaporer doucement au bain de sable ; quoique le degré de chaleur fût très-moderé , les vapeurs qui s'élevoient avoient une forte odeur d'alkali volatil , ce qui pouvoit dépendre de ce qu'il y en avoit de surabondant ; ou peut-être , ce que je trouve plus conforme à une remarque dont je vais parler , ce sel ammoniacal tartareux est-il susceptible de se décomposer dans quelques-unes de ses parties , quand il est dissout dans le fluide aqueux , & lorsqu'il reste ainsi soumis à l'action continuée du mouvement igné. En effet , la liqueur ayant été rapprochée jusqu'à l'apparition d'une pellicule saline , & mise alors dans un lieu frais , elle a fourni une bonne quantité de beaux cristaux bien blancs , assez semblables à ceux du sel de Seignette ; mais il s'est précipité en même temps un peu de crème de tartre ; pour la séparer , j'ai refiltré la liqueur surnageante , qui ayant été de nouveau évaporée , a fourni d'autres cristaux , en laissant encore précipiter une petite portion de crème de tartre. Dans tous ces précipités tartareux , j'ai observé les mêmes altérations ; continuant ainsi à procéder avec les mêmes résultats , les derniers cristaux que j'ai obtenus étoient un peu colorés ; je les ai purifiés , & enfin il m'est resté une espèce d'eau-mère colorée , qui contenoit encore la crème de tartre combinée avec une terre absorbante.

J'ai cru qu'il convenoit de procéder à la composition du

même sel ammoniacal, en employant au lieu de l'alkali volatil précédent, celui que l'on obtient *fluor*, en le dégageant du sel ammoniac par la chaux vive.

Cette liqueur alkaline dont je me suis servi étoit très-forte, & je ne l'ai point affoiblie; j'ai observé d'abord les mêmes proportions que dans l'autre procédé; c'est-à-dire, que sur trois onces de crème de tartre en poudre subtile, j'ai versé peu-à-peu trois onces d'alkali volatil caustique. Quoiqu'il n'y ait point eu d'effervescence, la crème de tartre s'est bien dissoute: cependant aux trois onces de la liqueur alkaline, j'ai cru devoir en ajouter encore deux, parce qu'il restoit plus de crème de tartre non dissoute que dans l'opération précédente; pendant la dissolution, il ne s'est point élevé de vapeur d'alkali volatil sensible à l'odorat, & il est resté, comme auparavant une portion de crème de tartre, même un peu plus considérable, sur laquelle la liqueur dissolvante, quoique plus abondante & animée par la chaleur communiquée, n'a plus eu d'action.

Dès que l'alkali volatil est bien saturé, ce point juste & précis de la saturation est marqué & très-facile à reconnoître par la dissipation qui arrive alors de l'alkali volatil, dont l'odorat est vivement frappé, & qui continue à s'échapper en laissant absolument intact le résidu tartareux, que je trouve altéré de la même manière que dans l'opération précédente, après l'avoir soumis aux pareilles épreuves.

La liqueur filtrée & évaporée m'a donné des cristaux semblables, il m'a paru seulement qu'ils étoient un peu plus ternes, & j'ai reconnu qu'en répétant l'évaporation pour continuer la cristallisation, quelques portions de ce sel neutre souffroient aussi une décomposition, parce qu'il s'échappoit un peu d'alkali volatil, & qu'il se précipitoit une petite quantité de crème de tartre. De ces deux procédés, qui me donnent également le même sel ammoniacal tartareux, bien neutralisé & bien pur, le premier me paroît préférable, parce que, en général, la base alkaline volatile, dégagée par l'alkali fixe, se combine mieux.

Ayant fait dissoudre dans l'eau distillée une portion de ce sel bien neutralisé , pour le conserver ainsi en liqueur ; je remarquai : 1.^o Qu'en se dissolvant il rendoit l'eau très-louche , à cause d'une petite quantité de crème de tartre altérée & terreuse qu'il laissoit échapper , en souffrant une sorte d'altération ou de décomposition. 2.^o La dissolution , filtrée & conservée dans un flacon bien bouché , a paru , au bout de quelque temps , sujette à une autre sorte d'altération ; il s'est formé à la surface une pellicule d'une vraie moisissure , toute pareille à celle qui se fait sur l'eau , qui tient en dissolution le sel gommeux de Lefebvre , résultant , comme l'on sait , de la combinaison de la crème de tartre avec le borax. Tout cela prouve que , dans ce sel neutre , l'union des deux substances n'est pas fort intime , & qu'il ne peut être bien conservé qu'en cristaux.

Il seroit à désirer que ce sel ammoniacal , ainsi préparé , fût employé comme médicament ; car , en considérant les principes qui entrent dans la mixtion , on est en droit de présumer qu'il pourroit avoir beaucoup d'efficacité dans des cas où il s'agiroit de faire usage d'un atténuant , d'un incisif & d'un fondant salin , qui réunisse dans son action la pénétration & la douceur : bien supérieur , sans doute , par ce double avantage , au sel ammoniacal ordinaire , & sur-tout aux autres sels neutres tartareux , qui ont pour base un alkali fixe.

S. I I I.

Du Sel ammoniacal nitreux.

LA composition de ce sel ammoniacal est déjà connue : on l'obtient , avec la plus grande facilité , en beaux cristaux aiguillés , purs & brillans ; mais on n'a pas parlé d'un phénomène curieux que ces cristaux présentent , & que je vais faire connoître.

Le savant Borrichius , dans un de ses Ouvrages qui a pour titre : *De ortu & progressu Chemiæ* , rapporte , qu'ayant fait dissoudre , à plusieurs reprises , à grande eau & dans un ample

vaisseau de verre , du sel ammoniac ordinaire pour l'avoir bien pur , il en avoit obtenu , après plusieurs cristallisations , de longs cristaux , figurés en filets à deux tranchans ; il ajoute , comme une chose unique & particulière aux cristaux de ce sel , qu'ils pouvoient se plier & replier , comme on vouloit , en cédant , par une sorte de ductilité , aux diverses inflexions qu'on leur donnoit.

J'ai remarqué , 1.^o que pour avoir de ce sel de Borrichius , il n'est pas nécessaire de dissoudre & de cristalliser plusieurs fois ; les premiers cristaux ont la même propriété : 2.^o le sel ammoniac ordinaire n'offre pas seul cette singularité , ainsi que Borrichius & ceux qui , après lui , ont rapporté ce fait le disent ; car , en examinant les cristaux aiguillés du nitre ammoniacal , je leur ai trouvé la même sorte de ductilité ; effet qui paroît dû principalement à la base alcaline pareille dans l'un & l'autre sel. Il faut pourtant que l'acide nitreux y contribue aussi , puisque les autres sels ammoniacaux n'ont pas la même propriété.

S. I V.

Sur le Sel Arsenico-ammoniacal.

M. Macquer ayant fait connoître son sel neutre arsénical , résultant de la décomposition du nitre ordinaire ou du nitre quadrangulaire par l'arsenic , qui chasse l'acide nitreux & s'y substitue en se combinant également bien avec chacune de ces deux bases , a voulu composer aussi un semblable sel neutre arsenico-ammoniacal , en décomposant , par le même intermède de l'arsenic , le sel ammoniac ordinaire ; mais ce procédé ne lui ayant pas réussi , parce que l'arsenic n'a pas la même action pour chasser l'acide marin des bases alcalines où il est engagé , qu'il en a pour déranger & chasser l'acide nitreux ; il est parvenu à son but en décomposant le nitre ammoniacal par l'arsenic , qui , après avoir chassé l'acide de sa base , s'en empare , & forme ainsi un sel arsenico-ammoniacal tout aussi bien neutralisé que son premier sel à base d'alkali fixe. M. Macquer satisfait d'être ainsi parvenu à son but , malgré les

difficultés accidentelles qu'il a trouvées & qu'il a su vaincre, s'en est tenu à son procédé, qui, selon toute apparence, est le meilleur à cause de la parfaite saturation qui en résulte; mais il n'a point parlé de la combinaison par la voie humide de l'arsenic avec l'alkali volatil: il entroit donc dans l'ordre de mes recherches d'essayer cette nouvelle combinaison.

Je mis une once d'arsenic en poudre dans un vaisseau de verre à long col, y ayant versé d'abord deux onces d'alkali volatil en liqueur très-fort, bien saturé & dégagé par l'alkali fixe; les deux matières, dans l'instant du mélange, ne formèrent qu'une masse compacte & assez solide. J'ajoutai sur le champ deux autres onces d'alkali volatil, & le vaisseau ainsi chargé, fut placé sur un bain de sable ayant le degré de chaleur capable de faire bouillir la liqueur dissolvante; peu-à-peu le premier magma se fondit, & il fallut entretenir plus d'une heure la liqueur bouillante pour que la dissolution fût complète.

Cette dissolution étoit tellement saturée, que dès qu'elle fut un peu refroidie, elle ne forma plus qu'une masse homogène; je l'étendis dans une bonne quantité d'eau distillée, pour la redissoudre à l'aide d'une nouvelle chaleur, ce qui se fit sans peine & promptement: alors la liqueur fut filtrée au travers du papier, elle passa fort claire, mais légèrement colorée, & ne laissa pas sur le filtre de résidu sensible; je la fis évaporer dans une capsule à une très-douce chaleur, il parut sur la surface une pellicule saline, & il s'attacha aux parois du vaisseau une grande quantité de petits cristaux. En répétant les mêmes opérations, tout le sel arsenico-ammoniacal contenu dans la liqueur s'est ainsi cristallisé; plusieurs des cristaux m'ont paru à peu-près cubiques, d'autres ne formoient qu'une pellicule ou couche saline assez solide résultant d'un amas de très-petits grains réunis: le plus grand nombre avoit une forme absolument globuleuse, leur couleur étoit grisâtre & comme brillantée. Je me suis assuré par l'expérience, que si la liqueur alkaline n'est pas aussi forte & aussi saturée qu'il est possible, comme celle dont je me

suis servi, la dissolution se fait très-mal; elle n'a même presque pas lieu s'il y a un peu plus de flegme.

Le résultat de cette première opération me détermina à examiner si j'obtiendrois une pareille combinaison en employant l'alkali caustique ou *fluor*; c'est-à-dire, celui qui est dégagé du sel ammoniac par l'intermède de la chaux vive.

Je fis le mélange en mêmes proportions que ci-devant de l'arsenic & de cet alkali volatil caustique, très-fort & très-chargé: dans l'instant du mélange, & pour ainsi dire au premier contact de ces deux matières, il se forma une masse ou concrétion fort dure & adhérente au fond du vaisseau de verre: mais lorsqu'une portion de la liqueur qui surnageoit commença à être échauffée par la chaleur du bain de sable où le vaisseau avoit été placé; bientôt la concrétion adhérente aux parois du verre s'en détacha, & la dissolution entière se fit peu-à-peu & dans un espace de temps moindre, à ce qu'il me parut, que dans l'expérience précédente. La liqueur ayant été ensuite refroidie ne se condensa pas comme la première en une espèce d'*offa* ou de *magma* salin; néanmoins je l'étendis avec l'eau distillée & la filtrai, elle étoit colorée de même, & fournit de semblables cristaux.

Je crus qu'il convenoit d'examiner encore quelle action auroit sur le régule d'arsenic, l'alkali volatil employé pareillement en liqueur, ou par la voie humide. Je me servis de celui qui avoit été dégagé du sel ammoniac par l'alkali fixe, & dont j'avois déjà fait usage pour dissoudre les fleurs ou la chaux d'arsenic: la dissolution eut lieu, mais elle se fit plus difficilement, il fallut une plus grande quantité du dissolvant; & quoique l'ébullition fût continuée bien plus longtemps pour opérer cette dissolution, elle ne fut pas complète à beaucoup près, car il resta beaucoup de matière noirâtre que la liqueur alkaline n'avoit point attaquée; c'étoit encore une portion du régule d'arsenic, dont la couleur paroissoit seulement un peu plus foncée: d'ailleurs, cette dissolution filtrée & évaporée, présenta absolument les mêmes phénomènes, relativement à la cristallisation.

En

En général, dans toutes ces dissolutions je n'ai remarqué ni effervescence sensible, ni dégagement de bulles d'air dépendantes de la pénétration & de la réaction réciproques des matières.

Ces différentes liqueurs alkalines chargées de la matière qu'elles tiennent en dissolution, tant de la chaux que du régule d'arsenic, étant conservées dans des flacons de verre, déposent sur tout le tour des parois de très-jolis cristaux réunis en forme de végétations ou de petits arbustes. Je les conserve en cet état & ils s'y maintiennent.

S. V.

Sur le Borax ammoniacal.

M. Baron, de cette Académie, découvrit que le sel sédatif traité à grand feu dans des vaisseaux fermés avec le sel ammoniac, le décomposoit, non en chassant l'alkali volatil, mais plutôt l'acide marin; phénomène auquel il ne s'attendoit pas. Il en conclut que le sel sédatif agissant ici comme un acide d'une force & d'une énergie supérieures à celle de l'acide marin, enlevait celui-ci de sa base; qu'en s'y substituant il donnoit à cette base des entraves, & formoit avec elle un vrai borax ammoniacal. Il acheva de s'en convaincre, en observant que l'alkali volatil en liqueur se combinait avec lui. M. Baron se borne à énoncer cette dernière expérience tout aussi simplement & aussi succinctement que je le fais ici. Il n'avoit en effet besoin alors que d'indiquer très-sommairement ce fait, & il est vraisemblable que s'il eût pu continuer ses travaux, il eût donné sur ce nouvel objet des détails qu'il fait désirer. Laisant donc à ce savant Chimiste tout le mérite de sa découverte, je ne prétends ici qu'y ajouter un supplément nécessaire.

Je mis dans un vaisseau de verre une once de sel sédatif cristallisé à la manière ordinaire; j'y versai peu-à-peu un mélange de deux onces d'alkali volatil très-fort, en liqueur, dégagé du sel ammoniac par l'alkali fixe, & de deux onces

Mém. 1775.

H

d'eau distillée. J'avois plongé dans le vaisseau un petit thermomètre ; pendant que la combinaison des deux sels se faisoit avec une vive effervescence , la liqueur du thermomètre descendit à six degrés au-dessous de celui où il étoit auparavant ; ce terme étoit dix degrés au-dessus de zéro. La dissolution ayant resté quelque temps exposée à la chaleur d'un bain de sable , fut filtrée : elle passa très-claire , d'une couleur légèrement ambrée. J'en obtins , à la faveur d'une évaporation lente & répétée , des cristaux purs. En les faisant sécher apparemment un peu trop ils devinrent d'un blanc mat , parce qu'ils perdent facilement l'eau de leur cristallisation : dans cet état ils étoient trop confus pour pouvoir bien observer leur forme & leur figure ; cela m'engagea à répéter l'expérience , & afin de déterminer en même-temps d'une manière plus précise les quantités nécessaires & respectives des deux matières pour obtenir le point juste de leur saturation réciproque , je crus devoir employer ici pour plus d'exactitude l'alkali volatil concret ; j'en fis dissoudre deux gros dans trois onces d'eau distillée ; j'y projetai à différentes fois , & tant que ces projections répétées excitèrent de l'effervescence , le même sel sédatif cristallisé ; il en fallut trois gros : cette dissolution faite à froid & avec une effervescence tout aussi vive que la précédente , fit encore descendre la liqueur du thermomètre de six degrés. Les trois onces d'eau distillée ont suffi pour tenir en dissolution complète les deux sels bien combinés : cette liqueur lentement évaporée a donné par le refroidissement de petits cristaux bien formés , qui après avoir été égouttés avec précaution sur le papier gris m'ont paru ressemblans à ceux du borax.

Je vais ajouter quelques remarques essentielles par rapport à l'effervescence observée dans le mélange du sel sédatif & de l'alkali volatil. Comme elle fut vive & forte , je soupçonnai qu'elle pourroit bien dépendre d'une petite portion d'acide vitriolique , qui reste adhérent aux cristaux de sel sédatif , quand ils sont dégagés de leur base par cet acide , ce qui paroît confirmé par la saveur acidule & légèrement acerbe

que ces cristaux impriment sur la langue; je réduisis donc ce même sel sédatif cristallisé à une plus grande pureté & simplicité, en le recristallisant après l'avoir vitrifié dans une cornue de verre, & redissout ensuite dans l'eau distillée.

Ce nouveau sel sédatif, projeté sur le même alkali volatil, y fut dissout avec un mouvement sensible & apparent, mais beaucoup moindre que dans l'expérience précédente.

Enfin, ayant soumis à la même combinaison & par le même procédé, le sel sédatif sublimé, il ne parut d'abord résulter du mélange, nul mouvement apparent: cependant en y regardant de très-près, & en interposant le vaisseau de verre entre le jour direct & l'œil, j'entrevis dans la liqueur un très-léger frémissement, qui est une vraie effervescence; ce qui me prouva:

1.^o Que si ce sel sédatif pur, produit réellement à la manière d'un acide masqué ou enveloppé, une légère effervescence en se combinant avec l'alkali volatil; l'autre effervescence, vive & rapide, qui résulte de l'union du même alkali avec le sel sédatif, cristallisé par la voie ordinaire & non encore purifié, n'est dûe, comme je l'avois soupçonné, qu'à la portion de l'acide vitriolique encore adhérent aux cristaux du sel sédatif qui n'en ont pas été dépouillés.

2.^o Le sel sédatif ordinaire cristallisé, quoiqu'il ait ensuite été vitrifié, redissout & rétabli en cristaux, paroît avoir retenu encore une petite portion de l'acide qui l'a d'abord séparé de sa base; car il produit, par son mélange avec l'alkali volatil, une effervescence plus sensible que ne le fait le sel sédatif sublimé.

3.^o Il est donc évident que le sel sédatif sublimé est le plus pur de tous: peut-être même, pour lui donner le dernier degré de pureté, seroit-il à propos de le vitrifier aussi dans une cornue de verre, le redissoudre ensuite dans l'eau distillée & le cristalliser. Il faut par conséquent employer, toujours préférablement aux deux autres, le sel sédatif sublimé, quand on veut examiner & déterminer rigoureusement certains

effets que ce sel pourroit être capable de produire par lui-même dans plusieurs combinaisons.

Le borax ammoniacal, préparé, comme je viens de le dire, avec l'alkali volatil, dégagé par l'alkali fixe, m'a paru exiger que j'essayasse d'en composer un autre avec l'alkali volatil, dégagé par la chaux vive, pour les comparer. Voici les résultats de cette seconde opération.

Sur du sel sédatif, retiré du borax, d'abord par cristallisation à la manière ordinaire, vitrifié ensuite, redissout & recristallisé : pour l'avoir plus simple & plus pur, j'ai versé, peu-à-peu, l'alkali volatil caustique très-fort & très-saturé. Les proportions des matières ont été une partie de sel sédatif, & quatre parties de la liqueur alkaline.

1.^o L'action dissolvante de cette espèce d'alkali a paru plus foible & plus lente.

2.^o Quoiqu'il n'y ait pas eu la moindre effervescence dans le temps du mélange & de la pénétration réciproques, il s'est excité une chaleur assez vive; au lieu que l'effervescence produite en composant le premier borax ammoniacal, a été accompagnée d'un froid qui a fait descendre la liqueur du thermomètre de six degrés : cette différence est très-remarquable.

3.^o Après le mélange, la liqueur est restée louche & même un peu trouble; j'ai cru devoir y ajouter une bonne quantité d'eau distillée, elle est devenue plus claire; mais il y paroissoit encore beaucoup de parcelles de sel sédatif qui n'étoient pas combinées : la chaleur tempérée du bain de sable a favorisé la dissolution & l'a rendue plus complète. Quoiqu'il ne se fût point séparé ni précipité de terre, j'ai filtré la liqueur qui, après une évaporation suffisante, a donné sans peine des cristaux purs & blancs plus petits que ceux du borax ordinaire, mais figurés de même : il n'y a donc pas de différence sensible entre les deux espèces de sels ammoniacaux, après la réunion des matières qui les composent.

Le borax ammoniacal ne boursofle presque pas sur un

charbon embrasé : il est plus soluble que le borax à base d'alkali fixe.

Sa dissolution dans l'eau distillée verdit sur le champ le sirop de violettes.

Elle ne produit sur la dissolution d'argent, comme le borax ordinaire, presque nul effet : c'est-à-dire, que le mélange blanchit d'une manière à peine sensible.

Cette même dissolution de borax ammoniacal agit beaucoup plus sur la dissolution du mercure dans l'acide nitreux ; la liqueur devient très-louche & prend une couleur de girasol : mais la dissolution du borax à base d'alkali fixe produit ici un précipité beaucoup plus abondant & d'une teinte jaunâtre.

Enfin, pour achever de reconnoître les propriétés du borax ammoniacal, je voulus essayer si, dans le cas où la combinaison avec l'acide concret du tartre auroit lieu, il en résulteroit les mêmes effets singuliers qu'avec le borax ordinaire.

Une partie du borax ammoniacal & deux parties de crème de tartre, que je projetai dans une petite quantité d'eau distillée bouillante, y furent paisiblement & promptement dissoutes, la crème de tartre conservant toute son acidité ; ces deux sels, par leur union réciproque, se communiquent l'un l'autre un très-grand degré de solubilité ; car la dissolution étant conservée froide, ne dépose rien : en la rapprochant encore par l'évaporation, elle devient visqueuse ; cette viscosité augmente de plus en plus ; par le refroidissement, elle prend la consistance d'une gomme très-pure & d'une transparence admirable, alors ce sel gommeux ressemble au plus beau cristal ; il n'est pas à beaucoup près si susceptible de s'humecter à l'air que celui de Lefebvre.

Or en examinant ce nouveau mixte salin du côté des matières qui le composent, le Chimiste y remarque plusieurs phénomènes curieux relativement aux effets que leur union, leur pénétration & leur combinaison ont été capables d'opérer.

En le considérant sous un autre point de vue non moins intéressant, le Médecin trouve ici une composition saline,

dont la grande salubrité, la subtilité, l'acidité tempérée & amie de nos organes, & le caractère ammoniacal semblent promettre un médicament d'une grande efficacité.

Il seroit bien à desirer que les essais souvent suivis & multipliés pour découvrir les propriétés médicinales de certaines drogues suspectes & dangereuses, fussent faits avec le même zèle & le même soin pour des remèdes qui, semblables à celui-ci ou à d'autres du même genre, sont bien démontrés incapables de jamais nuire, & qui, par le simple coup-d'oeil, s'annoncent si avantageusement pour enrichir la matière médicale, en même temps qu'ils étendroient sur elle le domaine de la Chimie d'une manière plus sûre & plus recommandable.



O B S E R V A T I O N S
D E J U P I T E R,
POUR SON OPPOSITION AVEC LE SOLEIL,
D U 8 D É C E M B R E 1775 :

Faites à l'Observatoire Royal.

Par M. J E A U R A T.

D EPUIS le 23 Novembre, jusqu'au 9 Décembre de cette année 1775, il n'a cessé de faire du brouillard, & le ciel a constamment été obscurci. Le 9, le 10 & le 11 Décembre, j'ai observé Jupiter à mon mural, connu sous le nom de *Mural de M. Picard*; & c'est à ce mural de M. Picard, que j'ai comparé Jupiter pendant trois jours de suite avec *Aldebaran* & β du Taureau; Jupiter étoit entre les deux Étoiles, & presque dans le milieu quant à la hauteur; de plus il n'y avoit que 28 heures 23 minutes de temps environ que Jupiter avoit été en opposition avec le Soleil, lors de ma première observation; ainsi je regarde les observations que je donne ici, comme propres à en tirer le parti qu'on tire ordinairement de ces sortes d'observations.

La
le 16 Déc.
1775.

Le 12 Décembre, à 10 heures 6 minutes du soir, le ciel s'est de nouveau obscurci; aussi ç'a été en vain que M. le Gentil & moi avons fait la tentative de l'observation de l'émerfion d' α du Lion par la Lune, l'émerfion n'ayant pu être visible à Paris, puisqu'elle s'est faite avant le lever de la Lune; mais ce dont M. le Gentil & moi pouvons répondre, c'est qu'à 10 heures 6 minutes, α du Lion étoit encore éclipsé par la Lune.

Le 23 Novembre, il y avoit deux immerfions de fatellites de Jupiter, l'une du premier Satellite, & l'autre du

64 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

deuxième; celle du deuxième est la seule que j'aie observée; encore ai-je quelque incertitude sur la précision de cette observation, le deuxième Satellite a été environ 3 minutes de temps à perdre entièrement la lumière; dans la dernière minute, il a été d'une extrême petitesse; il est entré dans l'ombre à la distance de Jupiter, d'environ un sixième du diamètre de Jupiter, & je l'ai entièrement perdu de vue à $11^h 45' 30''$ temps vrai; c'est-à-dire, 17 secondes plus tard que selon les Tables de M. Wargentin, & 21 secondes plus tôt que M. Messier; car il a observé, à l'observatoire de la Marine, hôtel de Clugny, cette immersion à $11^h 45' 51''$. Voici présentement les observations de Jupiter, dont ce Mémoire est l'objet.

Comme mon mural a différentes déviations dans les différentes hauteurs, on aura les vrais passages au Méridien, en ajoutant 3 secondes aux passages observés d'*Aldebaran*, $11''$, 5 aux passages observés de Jupiter, & 20 secondes à ceux de β du Taureau: or, afin de ne pas dénaturer les observations, je les donne ici sans aucune correction & telles qu'elles ont été faites. C'est aussi par un milieu pris entre les distances observées de Jupiter à chacune des deux belles Étoiles auxquelles il a été comparé, que j'en ai conclu les ascensions droites & les déclinaisons de Jupiter: après quoi j'en ai ensuite déduit les longitudes & les latitudes demandées; c'est donc de ces observations & de ces calculs que j'ai déduit les résultats suivans.

Le 8 Décembre 1775.

L'opposition de Jupiter avec le Soleil est arrivée

à $7^h 48' 52''$ Temps vrai.

à $7. 41. 19.$ Temps moyen,

Jupiter avoit alors une longitude héliocentrique

Observée dans l'Écliptique, de $2^{\circ} 16' 37'' 56''$

Déduite de l'observation pour l'orbite, de $2. 16. 37. 36.$

Jupiter

Jupiter avoit aussi,

Latitude boréale géocentrique observée, de..... $0^d\ 36'\ 10''$.

Latitude héliocentrique déduite de l'observation, de... $0. 29. 11.$

De plus, l'anomalie moyenne de Jupiter étoit,

Selon les Tables de M. Cassini, de..... $8^f\ 0^d\ 53'\ 10''$

Selon les Tables de M. Wargentin, de..... $8. 0. 47. 5.$

Selon mes Tables publiées en 1766, de..... $8. 1. 12. 21.$

Selon les Tables de M. Halley, de..... $8. 1. 3. 44.$

Dans ce cas l'erreur en longitude est,

Pour les Tables de M. Cassini, de..... $- 7'\ 23''$

Pour les Tables de M. Wargentin, non compris les
équations de M. Mayer, de..... $- 2. 26.$

Y compris les équations de M. Mayer, de..... $+ 2. 10.$

Pour mes Tables, publiées en 1766, de..... $+ 0. 53.$

Pour les Tables de M. Halley, de..... $- 0. 31.$

L'erreur en latitude héliocentrique est,

Pour les Tables de M. Cassini, de..... $- 0' 3.$

Pour les Tables de M. Wargentin, de..... $+ 0. 39.$

Pour les Tables de M. Halley, de..... $+ 6. 8.$

Nota. On trouve (*Mém. de l'Acad. année 1766, page 100*) la réunion de la totalité des oppositions observées de Jupiter, & la détermination des erreurs des Tables de M. Cassini, ainsi que des miennes, qui ont été insérées par M. Bailly, dans son *Essai sur la Théorie des Satellites de Jupiter*.

OBSERVATIONS de Jupiter pour son opposition avec le Soleil, du 8 Décembre 1775, faites à l'Observatoire royal, au mural de feu M. Picard.

Le 9 Décembre.

$12^h\ 13^m\ 57^s$	Midi vrai.	Hauteurs,
11. 30. 17.	Aldebaran.....	$57^d\ 17'\ 20''$
12. 8. 22.	centre de Jupiter.....	$63. 26. 0.$
12. 18. 57.	β du Taureau.....	$69. 38. 40.$

Différences des ascensions droites... $\left. \begin{array}{l} + 9^d\ 35'\ 43'' \\ - 2. 39. 58. \end{array} \right\}$

Mém. 1775.

Le 10 Décembre 1775.

12 ^d 14' 36"	Midi vrai.	<i>Hauteurs.</i>
11. 26. 33.	Aldebaran.....	57 ^d 17' 20"
12. 4. 2.	centre de Jupiter.....	63. 25. 20.
12. 15. 11.	β du Taureau.....	69. 38. 40.
Différences des ascensions droites... {		+ 9 ^d 27' 1"
		- 2. 48. 40.

Le 11 Décembre.

12 ^h 15' 14"	Midi vrai.	<i>Hauteurs.</i>
11. 22. 47.	Aldebaran.....	57 ^d 17' 20"
11. 59. 41.	Centre de Jupiter.....	63. 24. 40.
12. 11. 25.	β du Taureau.....	69. 38. 40.
Différences des ascensions droites... {		+ 9 ^d 18' 11"
		- 2. 57. 30.

J O U R S des O B S E R V. <i>Année 1775.</i>	T E M P S vrai des O B S E R V.	A S C E N S I O N droite de J U P I T E R.	D É C L I N A I S O N de J U P I T E R.	L O N G I T U D E géocentrique de J U P I T E R.	L A T I T U D E géocentrique de J U P I T E R.
Décembre. 9	11 ^h 54' 6"	75 ^d 22' 12"	B. 22 ^d 10' 46"	2 ^d 16 ^d 28' 23"	A. 0 ^d 35' 57"
10	11. 49. 7	75. 13. 30	B. 22. 10. 6	2. 16. 20. 15	A. 0. 35. 47
11	11. 44. 8	75. 4. 40	B. 22. 9. 26	2. 16. 12. 6	A. 0. 35. 38

POSITION d'Aldebaran pour le 8 Décembre 1775.

(Voyez Connoiss. des Temps, ann. 1768, p. 230).

Longitude.....	2 ^d 6 ^d 39' 30",04
Latitude.....	A. 5. 29. 0,4.
Ascension droite moyenne.....	65. 46. 19,0.
Ascension droite apparente.....	65. 46. 29,0.
Déclinaison moyenne.....	B. 16. 2. 12,0.
Déclinaison apparente.....	B. 16. 2. 7,0.

*POSITION de β du Taureau pour le 8 Décembre 1775.**(Voyez Connoiss. des Temps, ann. 1761, p. 91).*

Longitude.....	2 ^r 19 ^d 26' 37"
Latitude.....	B. 5. 21. 56.
Ascension droite moyenne.....	78. 2. 0.
Ascension droite apparente.....	78. 2. 10.
Déclinaison moyenne.....	B. 28. 23. 29.
Déclinaison apparente.....	B. 28. 23. 24.



NOUVELLES OBSERVATIONS

SUR

LES GRÈS CRISTALLISÉS,

*Faisant suite du Mémoire sur les Grès, en général,
& particulièrement sur ceux de Fontainebleau.*

Par M. DE LASSONE.

20 Décemb.
1775.

EN décrivant les Grès cristallisés du rocher Saint-Germain ; seul endroit de la forêt de Fontainebleau, où jusqu'à présent ce phénomène a été observé ; j'ai dit, qu'en général ces cristaux se formoient sur les parois des cavités plus ou moins grandes, qui se rencontrent dans l'épaisseur des blocs de l'espèce de grès propre à fournir ces cristallisations. J'ai ajouté dans mon Mémoire, que l'on trouvoit presque toujours ces cavités remplies d'un sable fin, sans liaison, & sensiblement humide ; je m'en étois bien assuré. Un autre fait assez extraordinaire, qui m'avoit d'abord été confirmé par quelques-uns des Ouvriers employés à l'exploitation de ces grès, mais que je n'avois pu vérifier encore moi-même, malgré mes recherches multipliées, c'est que parmi le sable de ces cavités, il y a quelquefois des cristaux totalement isolés, & qui s'y sont formés comme au milieu d'un fluide. Curieux d'observer moi-même & de constater ce fait important, que je m'étois contenté d'annoncer sans pouvoir encore le garantir, je dis l'année dernière aux Ouvriers attachés à ces carrières, que s'ils découvroient quelque nouvelle cavité un peu considérable ; en continuant à fendre les blocs, je leur recommançois sur-tout de ne pas en extraire le sable, afin que je fusse à portée de bien examiner tout ce qui s'y rencontreroit ; j'ai pu cette année, pendant mon séjour à Fontainebleau, satisfaire pleinement ma curiosité. On m'avoit réservé une très-

grande cavité découverte depuis peu au centre d'un gros bloc nouvellement partagé; parmi le sable dont elle étoit remplie, & que j'ai moi-même enlevé peu-à-peu avec la main, j'ai trouvé une grande quantité de très-beaux cristaux de grès parfaitement isolés; j'en montrerai plusieurs à l'Académie: leur seule inspection suffira pour faire juger, que chaque morceau s'est cristallisé séparément au milieu du sable qui l'entouroit, & sans avoir contracté la moindre adhérence, ni entr'eux, ni avec la paroi de la cavité où ils étoient renfermés, quoique cette cavité fût elle-même toute tapissée de cristaux.

On remarque de plus, en rapprochant toutes les pièces, que la cristallisation commence toujours par la forme rhomboïdale; mais il est assez rare que cette forme se conserve bien régulièrement. Parmi les cristaux entièrement isolés, que j'ai recueillis, il s'est trouvé quelques rhombes d'une perfection surprenante; l'art auroit de la peine à rien faire de plus exact. Dans les autres, qui le sont moins, on observe que deux, trois, & quelquefois quatre rhombes se sont, pour ainsi dire, pénétrés & confondus, & que plusieurs autres ont commencé à s'y réunir. En général la plupart de ces derniers cristaux, dont je parle, offrent dans leurs formes respectives, ou dans l'agrégation des rhombes qui les composent, une sorte de similitude frappante ou d'arrangement semblable, que l'œil aperçoit distinctement, mais qu'il est difficile de bien décrire.

Parmi les cristallisations purement quartzeuses ou spathiques, on connoît déjà des cristaux à deux pointes bien régulières, & qui d'ailleurs n'offrant nulle trace, nulle empreinte ou nul indice d'adhérence préexistente, paroissent avoir été pleinement isolés. Il est donc actuellement certain, que le même phénomène peut avoir lieu pour la cristallisation des grès, quoiqu'elle s'opère au milieu du sable.

J'ai déjà fait observer que le sable employé par la Nature à la formation de tous ces cristaux pierreux, n'est pas aussi pur que celui qui sert à former les grès ordinaires. Au coup

d'œil simple, il paroît un peu limonneux; effectivement il participe d'une substance spathique ou crétacée très-fine & très-atténuée, que l'on peut en extraire par les acides, & qui sans doute a été fournie ici plus abondamment par le banc de craie placé moins profondément sous la couche supérieure du sable & des grès, conformément à la description générale que j'ai faite dans mon Mémoire, de la position respective de ces diverses matières.

L'action que paroissent exercer l'une sur l'autre les molécules infiniment atténuées de ces deux substances, en s'unissant, se pénétrant, pour ainsi dire, & se combinant par le concours de l'eau qui a servi à les mieux diviser, les affiner & à les lier, doit être considérée comme une des causes principales & essentielles qui ont déterminé la formation de tous ces rhombes que j'ai décrits; espèce de sel neutre absolument pierreux, car la matière spathique pure, telle qu'elle existe dans les cristaux dont la craie est remplie, & la matière vitrescible, qui se démontre aussi dans toute la pureté par cet enduit vitreux & éclatant, dont j'ai parlé, & qui revêt en forme de couverte certaines portions des grès, sont évidemment deux principes assez subtilisés, assez affinés sans doute pour se pénétrer, & pour concourir en se combinant à former les cristallisations qui caractérisent tous ces grès mélangés. Or de la mixtion plus ou moins intime, plus ou moins exacte, relativement aux proportions respectives de ces deux substances dans leurs mélanges, semble aussi dépendre le plus ou le moins de régularité dans la forme des cristaux, & le plus ou le moins de finesse dans le grain de ces pierres. L'inspection & le rapprochement des différens morceaux que j'ai encore rassemblés cette année, confirment de plus en plus cette opinion.

Mais la forme rhomboïdale n'est pas absolument la seule qu'affecte ce sable spathique, lorsqu'en se liant, il se condense d'une manière régulière; j'ai déjà fait remarquer que le toit ou la portion supérieure des blocs des grès où l'on trouve

plus profondément les cristaux rhomboïdaux, est un amas de corps arrondis ou globuleux, de différente grosseur, qui ressemblent parfaitement à des stalagmites : ces concrétions globuleuses peuvent être considérées comme une sorte de cristallisation d'une espèce particulière ; la matière en est en général plus grossière, & les grains sableux y sont moins liés & plus apparens ; j'ai trouvé une assez grande quantité de ce grès figuré en boules sableuses entièrement isolées, & formées au milieu du sable mouvant où elles sont enfouies. J'en ai tiré pareillement des cavités remplies de sable, qui sont dans l'épaisseur des grands blocs de grès que l'on partage ; ils y étoient aussi isolés comme les autres cristaux rhomboïdaux, parmi lesquels elles avoient été formées. Ce dernier fait prouve que ce n'est point ici un amas, une aggrégation de fragmens de grès simplement roulés & arrondis par ce moyen accidentel ; & de plus on n'observe ces boules sableuses seules ou réunies en forme de stalagmites, que dans l'endroit où le sable est en partie spathique & où se forment les autres cristallisations rhomboïdales : il n'en existe dans nul autre endroit de la forêt de Fontainebleau, où le sable est plus pur. J'ajoute que dans divers lieux très-distans de Fontainebleau, & où il y a de grands amas de sable spathique ou mélangé d'une espèce de terre crétacée, on remarque beaucoup de ces boules sableuses de toute grosseur, seules ou liées entr'elles : c'est donc ici une cause naturelle qui détermine pareillement la forme particulière de ces substances pierreuses.

Les bancs de grès qui s'étendent dans toute l'étendue de la forêt de Fontainebleau, se propagent fort au loin dans plusieurs autres lieux ; leur suite & leurs directions sont connues en grande partie par les belles Cartes minéralogiques de M. Guettard. Le banc de craie, que j'ai déjà décrit comme servant de base aux grès & au sable de la forêt de Fontainebleau, je l'ai pareillement observé par-tout où j'ai retrouvé les mêmes grès : or comme il paroît que dans quelques endroits ces deux substances, la sableuse & la crétacée, se trouvent

plus confondues & plus mêlées, il doit résulter de leur union & de leur pénétration réciproques une espèce de grès spathique, par conséquent disposé à cristalliser aussi; on a donc pu présumer d'avance que de nouvelles recherches ou quelque heureux hasard feroient découvrir dans plusieurs autres endroits, soit de la forêt de Fontainebleau, soit ailleurs, des grès cristallisés semblables à ceux du rocher Saint-Germain.

On en est actuellement assuré par une observation, que M. Bezout a faite en dernier lieu, qu'il a bien voulu me communiquer, & dont il me permet de faire usage. Près de la ville de Nemours, il y a des grès qui doivent être regardés comme une continuation de ceux de Fontainebleau. M. Bezout en parcourant les environs de cette ville, où il résidoit, remarqua plusieurs pierres isolées & dispersées, qui lui parurent mériter un examen particulier; après en avoir enlevé un enduit sale, terreux & jaunâtre, qui les recouvroit & les masquoit, M. Bezout les reconnut pour un vrai grès cristallisé; il eut la complaisance de m'en porter lui-même à Fontainebleau plusieurs morceaux, parmi lesquels il y en avoit de forme bien arrondie: ceux-ci sont des boules sableuses, semblables à celles dont j'ai déjà parlé; mais elles en diffèrent en ce que leurs surfaces sont toutes couvertes, & comme hérissées de petits cristaux pierreux, réguliers & uniformes. Les autres morceaux, de figure irrégulière, ne sont aussi qu'un amas des mêmes cristaux plus gros; ils sont tous en pyramides à trois faces: peut-être ces pyramides ne sont-elles que les portions angulaires des rhombes, qui ne se démontrent au-dehors que de cette manière; j'ai trouvé plusieurs morceaux de grès parmi ceux du rocher Saint-Germain, où la forme rhomboïdale n'est en partie exprimée à la surface de ces pierres que par un amas très-rapproché de ces pyramides à trois côtés, seule portion apparente des rhombes.

Au reste, s'il existe quelque différence réelle dans ces derniers cristaux des environs de Nemours, elle pourroit
bien

bien ne dépendre que d'une plus ample proportion de matière spathique ou crétacée combinée avec la substance vitrescible ou sableuse, pour la formation de cette espèce de grès mélangé; car ce grès spathique de Nemours m'a paru faire avec l'esprit de nître une effervescence un peu plus marquée, & d'ailleurs cette cristallisation ressemble davantage à celle que l'on observe dans la craie pure qui sert de base aux bancs de grès & au sable.

M. Bezout, en examinant plus particulièrement & en fouillant divers endroits du terrain où il fit d'abord ses premières observations, trouva des blocs & même des bancs entiers de ce même grès cristallisé. Voilà un objet intéressant, qui invite à d'autres recherches. Actuellement il suffit d'indiquer ce nouveau fait par la simple notice que je viens d'en donner. M. Bezout & moi serons à portée de l'examiner plus en détail l'année prochaine; & l'Académie en sera informée dans le cas où les observations seront jugées dignes de son attention.

Parmi ces blocs de grès, qui sont aux environs de Nemours, M. Bezout en trouva quelques-uns tout-à-fait singuliers par un mélange remarquable qui les distingue. Ils sont peu compacts & faciles à s'égrainer. N'ayant, pour ainsi dire, qu'un demi-caractère de grès, relativement à leur peu de dureté, ils ne sont pas encore parvenus, selon l'idée que j'ai déjà rapportée, & selon l'expression des Ouvriers exploitant ces sortes de pierres, au degré requis de leur maturité. Quelques fragmens de ces blocs, que M. Bezout voulut bien me faire porter à Fontainebleau, & qu'il me laissa pour les examiner, paroissent pénétrés en tout sens par une autre substance pierreuse distincte, un peu plus solide, ayant pourtant aussi le caractère de grès, mais d'un grain bien plus fin & mieux fondu. En considérant la forme de ces corps pierreux implantés dans le grès, on y trouve une ressemblance frappante avec les vers de terre, par leur grosseur, leurs inflexions variées, & par la diminution insensible des

portions qui représentent la tête & la queue de ces animaux. Toutes ces apparences disposeroient à faire soupçonner que de vrais vers de terre ayant occupé ces espaces dans le sable primitif, qui a commencé à se lier & à se condenser, il a résulté de leur destruction & de leur dissolution une espèce de mucosité, qui a concouru à mieux réunir, à lier plus solidement les grains de sable, & à les transformer en apparence en des espèces de vers pétrifiés. C'est l'idée que présente d'abord à l'observateur l'aspect de ces grès particuliers, qui seront mis sous les yeux de l'Académie avec ceux dont j'ai parlé précédemment; afin que la Compagnie juge elle-même de leur caractère, & de l'exactitude des descriptions.



R E C H E R C H E S
SUR PLUSIEURS POINTS
DU SYSTÈME DU MONDE.

Par M. DE LA PLACE.

I.

LES objets que je me propose de traiter dans ce Mémoire, sont, 1.^o la loi de la Pesanteur à la surface des sphéroïdes homogènes en équilibre; 2.^o le phénomène du Flux & du Reflux de la Mer, la précession des Equinoxes & la Nutation de l'axe de la Terre qui résultent de ce phénomène; 3.^o les Oscillations de l'atmosphère occasionnées par l'action du Soleil & de la Lune.

Remis
le 15 Nov.
1777.

*Sur la loi de la Pesanteur à la surface des sphéroïdes
homogènes en équilibre.*

Ces recherches sont une extension de celles que j'ai données dans la seconde Partie des Mémoires de l'Académie pour l'année 1772, page 536. En supposant en équilibre une masse fluide homogène, dont toutes les parties s'attirent en raison réciproque du carré des distances, & qui, en tournant autour d'un axe, forme un solide de révolution infiniment peu différent d'une sphère; j'ai démontré que si à l'équateur de ce sphéroïde, on nomme P la pesanteur, & am le rapport de la force centrifuge à la pesanteur, a étant supposé infiniment petit, la pesanteur à un point quelconque du sphéroïde, dont θ est le complément de la latitude, sera $P \cdot (1 + \frac{1}{4} am \cdot \cos. \theta)$. Ce théorème est d'autant plus remarquable que j'ai fait voir dans le même endroit, qu'il n'est nullement démontré que la figure elliptique soit la seule qui convienne à l'équilibre, qu'il y a peut-être une infinité d'autres figures qui y satisfont pareillement; mais que sur tous ces sphéroïdes, la loi de

la pesanteur est la même. Je me propose ici de généraliser ces recherches, & de chercher la loi de la pesanteur, sans m'astreindre à la supposition que le sphéroïde est de révolution. Je suppose conséquemment une masse fluide homogène, dont toutes les parties s'attirent en raison réciproque du carré de la distance, tourner autour d'un axe quelconque, de manière que la force centrifuge soit infiniment petite relativement à la pesanteur; je suppose de plus tous les points de cette masse animés par des forces quelconques infiniment petites, & je vais déterminer *a priori*, & indépendamment de la connoissance de la figure du sphéroïde, la loi de la pesanteur à sa surface, dans le cas de l'équilibre.

Fig. 1. L'action d'une pyramide $MR' CBD$, dont la base $R' CBD$ est infiniment petite, sur son sommet M , est égale à la section $RR' OR''$ faite perpendiculairement à MR & divisée par MR ; en sorte que si l'on nomme V cette section, & r la droite MR , on aura $\frac{V}{r}$ pour l'action de la pyramide sur le point M ; cette proposition est trop facile à démontrer pour nous y arrêter.

Fig. 2. Cela posé, considérons un sphéroïde quelconque AMB ; soit tirée la droite MC , & par le point M les deux droites IMV & MQ , perpendiculaires, la première à MC dans le plan AMB , & la seconde au plan AMB ; soit de plus R un point quelconque placé à la surface du sphéroïde, & dont Z est la projection sur le plan AMB ; que l'on fasse $MR = r$, l'angle $QMR = p$, & l'angle $IMZ = q$; en faisant varier le point R de manière que l'angle p restant invariable, ainsi que la droite MR , l'angle q devienne $q + \partial q$, on aura un nouveau point R' , dont Z' sera la projection sur le plan AMB , & la droite RR' sera égale à ZZ' ; or on a $ZZ' = \partial q \cdot MZ$, & $MZ = r \cdot \sin. p$; donc $ZZ' = r \partial q \cdot \sin. p = RR'$. Si l'on fait ensuite mouvoir le petit triangle MRR' , de manière que q & r restant invariables, p devienne $p + \partial p$, le point R viendra en R'' , & le point R' en O ; de plus, il est visible que la base

$RR'OR''$ de la pyramide $MR'R'OR''$ est égale à $r^2 dp \cdot dq \cdot \sin p$, & qu'elle est perpendiculaire sur MR , en sorte que son action sur le point M sera, par ce qui précède, égale à $r dp \cdot dq \cdot \sin p$; cette action décomposée suivant les trois droites MC , MV & MQ , donnera, 1.^o suivant MC , une action égale à $r \cdot \sin p^2 \cdot \sin q \cdot dp \cdot dq$; 2.^o suivant MV , une action égale à $-r \cdot \sin p^2 \cdot \cos q \cdot dp \cdot dq$; 3.^o suivant MQ , une action égale à $r dp \cdot dq \cdot \sin p \cdot \cos p$. On aura donc pour l'action entière du sphéroïde, 1.^o suivant MC , $\iint r \cdot \sin p^2 \cdot \sin q \cdot dp \cdot dq$, je nomme A cette action; 2.^o suivant MV , $-\iint r \cdot \sin p^2 \cdot \cos q \cdot dp \cdot dq$, je nomme B cette action; 3.^o suivant MQ , $\iint r dp \cdot dq \cdot \sin p \cdot \cos p$, je nomme C cette action; les doubles intégrales doivent être prises depuis p & q égaux à zéro, jusqu'à p & q égaux à 180 degrés; il ne s'agit plus maintenant que de connoître r en fonction de p & de q .

Pour cela, imaginons que le solide soit infiniment peu différent d'une sphère dont C soit le centre, & CA le rayon. Soit $CA = a$, & l'angle $MCA = \theta$; concevons ensuite un plan fixe ANB , & soit ϖ l'angle qu'il forme avec le plan AMB , angle que je nommerai *Longitude du point M*. Cela posé, MC ne diffère par l'hypothèse de AC , que d'une quantité infiniment petite; soit $a\alpha\mu$ cette quantité, en sorte que l'on ait $MC = a(1 + \alpha\mu)$, α étant infiniment petit; μ sera une fonction de ϖ & de θ ; soit encore θ' l'angle $RC A$, & ϖ' la longitude du point R , on aura $RC = a(1 + \alpha\mu')$, μ' étant pareille fonction de ϖ' & de θ' , que μ l'est de ϖ & de θ . Si des points R & Z , on abaisse les perpendiculaires RL & ZL , sur MC , on aura $(RL)^2 = (ZL)^2 + (RZ)^2$; or $ZL = r \cdot \sin p \cdot \cos q$, & $RZ = r \cdot \cos p$; donc $(RL)^2 = r^2 \cdot \sin p^2 \cdot \cos q^2 + r^2 \cdot \cos p^2$; de plus $ML = r \cdot \sin p \cdot \sin q$; donc $CL = a(1 + \alpha\mu) - r \cdot \sin p \cdot \sin q$; partant $(CR)^2 = (CL)^2 + (RL)^2 = a^2(1 + \alpha\mu)^2 - 2a(1 + \alpha\mu) \cdot r \cdot \sin p \cdot \sin q + r^2 = a^2 \cdot (1 + \alpha\mu')^2$; on aura donc en négligeant les quantités de l'ordre a^2 , comme nous le ferons toujours dans la suite,

$r^2 = 2ar.(1 + a\mu) \cdot \sin.p \cdot \sin.q = 2a^2 \cdot (\mu' - \mu);$
d'où l'on tire

$$t = a.(1 + a\mu) \cdot \sin.p \cdot \sin.q \pm \left[a \sin.p \cdot \sin.q.(1 + a\mu) + \frac{aa(\mu' - \mu)}{\sin.p \cdot \sin.q} \right].$$

Il faut substituer dans μ' , au lieu de ϖ' & de θ' , les valeurs qui leur conviennent; or en adoptant le signe —, on a $r = \frac{aa(\mu' - \mu)}{\sin.p \cdot \sin.q}$, ce qui indique que le point R est infiniment voisin du point M , & alors on a aux quantités près de l'ordre a , $\varpi' = \varpi$, & $\theta' = \theta$; d'où l'on tire aux quantités près de l'ordre a^2 , $a\mu' = a\mu$; partant $r = 0$, ce qui d'ailleurs est visible *a priori*. En adoptant le signe +, on a $r = 2a(1 + a\mu) \cdot \sin.p \cdot \sin.q + \frac{aa(\mu' - \mu)}{\sin.p \cdot \sin.q}$, & c'est l'expression de MR ; il faut présentement déterminer θ' & ϖ' en fonctions de p & de q . Pour cela, on abaissera des points R & Z , les perpendiculaires RK & ZK sur AB ; en négligeant les quantités de l'ordre a , comme cela est ici permis, θ' & ϖ' ne se trouvant que dans μ' qui est déjà multiplié par a , on aura $CK = a \cdot \cos.\theta'$; de plus, si l'on mène LH perpendiculairement sur AC , & ZS perpendiculairement sur LH , on aura $CH = CL \cdot \cos.\theta = (a - r \cdot \sin.p \cdot \sin.q) \cdot \cos.\theta$, & $ZS = KH = r \cdot \sin.p \cdot \cos.q \cdot \sin.\theta$; donc $CK = CH + HK = a \cdot \cos.\theta + r \cdot \sin.p \cdot (\sin.\theta \cdot \cos.q - \cos.\theta \cdot \sin.q)$; donc $\cos.\theta' = \cos.\theta + 2 \sin.p^2 \cdot \sin.q \cdot \sin.(\theta - q)$, on a ensuite $\sin.(\varpi' - \varpi) = \frac{RZ}{RK} = \frac{r \cos.p}{a \sin.\theta'} = \frac{a \sin.p \cdot \cos.p \cdot \sin.q}{\sin.\theta'}$; on déterminera donc ϖ' & θ' au moyen des équations,

$$\sin.(\varpi' - \varpi) = \frac{a \sin.p \cdot \cos.p \cdot \sin.q}{\sin.\theta'},$$

$$\cos.\theta' = \cos.\theta + 2 \sin.p^2 \cdot \sin.q \cdot \sin.(\theta - q),$$

$$\text{ou } \cos.\theta' = \cos.\theta \cdot \cos.p^2 + \sin.p^2 \cdot \cos.(\theta - 2q);$$

si l'on substitue maintenant au lieu de r , la valeur dans les

expressions de A , B & C , on aura

$$A = \iint \partial p \partial q \cdot [2 a \sin.p^3 \cdot \sin.q^2 (1 + a\mu) + aa(\mu' - \mu) \cdot \sin.p];$$

$$B = - \iint \partial p \partial q \cdot [2 a \sin.p^3 \cdot \sin.q \cdot \cos.q \cdot (1 + a\mu) + aa(\mu' - \mu) \sin.p \cdot \frac{\cos.q}{\sin.q}];$$

$$C = \iint \partial p \partial q \cdot [2 a \sin.p^3 \cdot \cos.p \cdot \sin.q \cdot (1 + a\mu) + aa(\mu' - \mu) \cdot \frac{\cos.p}{\sin.q}];$$

les intégrales précédentes devant être prises depuis p & q égaux à zéro, jusqu'à p & q égaux à 180° , il est clair qu'on peut négliger dans le développement des différentielles, les termes dans lesquels $\cos.p$ ou $\cos.q$ se trouvent élevés à des puissances impaires; car soit $P \partial q \cdot \cos.q$, un de ces termes, P étant fonction de $\sin.q$ & de $\cos.q^2$, il est visible que P sera le même pour deux valeurs de q , équidistantes de 90° , mais dont l'une est au-dessus & l'autre au-dessous de ce point; donc $\cos.q$ étant le même pour ces deux valeurs, avec des signes contraires, $P \partial q \cdot \cos.q$ sera aussi le même avec des signes contraires; en sorte que l'on aura depuis $q = 0$, jusqu'à $q = 180^\circ$, $\int P \partial q \cdot \cos.q = 0$; on a ensuite $\int \partial q \cdot \sin.q^2 = \frac{\pi}{2}$, π étant le rapport de la demi-circonférence au rayon; de plus $\int \partial p \cdot \sin.p^3 = \frac{4}{3}$; donc $\iint 2 \partial p \partial q \cdot \sin.p^3 \cdot \sin.q^2 = \frac{4}{3} \pi$, on a encore $\iint \partial p \cdot \partial q \cdot \sin.p = 2 \pi$; en faisant donc pour plus de simplicité, $a = 1$, on aura

$$A = \frac{4}{3} \pi - \frac{2}{3} a \pi \cdot \mu + a \iint \mu' \partial p \partial q \cdot \sin.p,$$

$$B = a \iint \partial p \partial q \cdot \sin.p \cdot \frac{\cos.q}{\sin.q} \cdot (\mu' - \mu) = - a \iint \partial p \partial q \cdot \sin.p \cdot \frac{\cos.q}{\sin.q} \cdot \mu^2;$$

$$C = a \iint \partial p \partial q \cdot \frac{\cos.p}{\sin.q} (\mu' - \mu) = a \iint \partial p \partial q \cdot \frac{\cos.p}{\sin.q} \cdot \mu';$$

si l'on intègre l'expression de B par rapport à p , on aura

$$B = a \cdot \cos.p \cdot \int \partial q \cdot \frac{\cos.q}{\sin.q} \cdot (\mu' - \mu) - a \iint \partial p \partial q \cdot \cos.p \cdot \frac{\cos.q}{\sin.q} \cdot \left(\frac{\partial \mu'}{\partial p} \right);$$

$\left(\frac{\partial \mu'}{\partial p} \right)$ désignant le coefficient de ∂p , dans la différentielle de μ' ; or p étant supposé nul, on a $\varpi' = \varpi$, & $\theta' = \theta$,

donc $\mu' = \mu$; les mêmes équations ont encore lieu, lorsque $p = 180^\circ$; on a donc $-a \cos. p \sin. q \cdot \frac{\cos. q}{\sin. q} \cdot (\mu' - \mu) = 0$;

partant, $B = -a \iint \partial p \partial q \cdot \cos. p \cdot \frac{\cos. q}{\sin. q} \cdot \left(\frac{\partial \mu'}{\partial p}\right)$;
on a présentement,

$$\left(\frac{\partial \mu'}{\partial p}\right) = \left(\frac{\partial \mu'}{\partial \theta'}\right) \cdot \left(\frac{\partial \theta'}{\partial p}\right) + \left(\frac{\partial \mu'}{\partial \varpi'}\right) \cdot \left(\frac{\partial \varpi'}{\partial p}\right),$$

& l'équation

$$\cos. \theta' = \cos. \theta + 2 \sin. p^2 \cdot \sin. q \cdot \sin. (\theta - q),$$

donne, en y faisant varier θ' & p ,

$$\partial \theta' \cdot \sin. \theta' = -4 \partial p \sin. p \cdot \cos. p \cdot \sin. q \cdot \sin. (\theta - q).$$

Partant

$$\left(\frac{\partial \theta'}{\partial p}\right) = -\frac{4 \sin. p \cdot \cos. p \cdot \sin. q \cdot \sin. (\theta - q)}{\sin. \theta'},$$

en différentiant présentement l'équation

$$\sin. (\varpi' - \varpi) = \frac{2 \sin. p \cdot \cos. p \cdot \sin. q}{\sin. \theta'}, \text{ par rapport à } \varpi' \text{ \& } p;$$

on aura

$$\begin{aligned} \partial \varpi' \cdot \cos. (\varpi' - \varpi) &= \frac{2 \partial p \sin. q \cdot (\cos. p^2 - \sin. p^2)}{\sin. \theta'} \\ &\quad - \frac{2 \partial p \cdot \sin. p \cdot \cos. p \cdot \sin. q \cdot \left(\frac{\partial \theta'}{\partial p}\right) \cdot \cos. \theta'}{\sin. \theta'^2}; \end{aligned}$$

Partant

$$\left(\frac{\partial \varpi'}{\partial p}\right) = \frac{2 (\cos. p^2 - \sin. p^2) \cdot \sin. q}{\sin. \theta' \cdot \cos. (\varpi' - \varpi)} + \frac{8 \sin. p^2 \cdot \cos. p^2 \cdot \sin. q^2 \cdot \sin. (\theta - q) \cdot \cos. \theta'}{\sin. \theta'^3 \cos. (\varpi' - \varpi)};$$

On aura donc

$$\frac{B}{a} = \iint \partial p \partial q \cdot \left\{ \left(\frac{\partial \mu'}{\partial \theta'}\right) \cdot \frac{2 \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot \cos. q \cdot \sin. (\theta - q)}{\sin. \theta'^2} - \left(\frac{\partial \mu'}{\partial \varpi'}\right) \cdot \left\{ \frac{\cos. p \cdot \cos. q \cdot (\cos. p^2 - \sin. p^2)}{\sin. \theta'^2 \cdot \cos. (\varpi' - \varpi)} + \frac{4 \sin. p^2 \cdot \cos. p^2 \cdot \sin. q \cdot \cos. q \cdot \sin. (\theta - q) \cdot \cos. \theta'}{\sin. \theta'^3 \cdot \cos. (\varpi' - \varpi)} \right\} \right\}.$$

d'où l'on tirera facilement

$$\frac{B}{1} = \iint \partial p \partial q \cdot \left\{ \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \theta^1} \right) \cdot \frac{\sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot [\sin. \theta + \sin. (\theta - 2q)]}{\sin. \theta^1} - \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \varpi^1} \right) \cdot \left\{ \frac{\cos. p \cdot \cos. q \cdot (\cos. p^2 - \sin. p^2)}{\sin. \theta^1 \cdot \cos. (\varpi^1 - \varpi)} + \frac{2 \sin. p^2 \cdot \cos. p^1 \cdot \sin. q \cdot \cos. \theta^1 \cdot [\sin. \theta + \sin. (\theta - 2q)]}{\sin. \theta^{12} \cdot \cos. (\varpi^1 - \varpi)} \right\} \right\};$$

si l'on différencie l'expression de A , par rapport à θ ,
on aura

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \theta} \right) = -\frac{2}{3} a \Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta} \right) + \iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \left[\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \theta^1} \right) \cdot \left(\frac{\partial \theta^1}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \varpi^1} \right) \cdot \left(\frac{\partial \varpi^1}{\partial \theta} \right) \right].$$

Or en différenciant l'équation

$$\cos. \theta^1 = \cos. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \cos. (\theta - 2q),$$

par rapport à θ^1 & θ , on a

$$\partial \theta^1 \cdot \sin. \theta^1 = \partial \theta \cdot \sin. \theta \cdot \cos. p^2 + \partial \theta \cdot \sin. p^2 \cdot \sin. (\theta - 2q),$$

ce qui donne

$$\left(\frac{\partial \theta^1}{\partial \theta} \right) = \frac{\sin. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \sin. (\theta - 2q)}{\sin. \theta^1};$$

si l'on différencie ensuite l'équation

$$\sin. (\varpi^1 - \varpi) = \frac{2 \sin. p \cdot \cos. p \cdot \sin. q}{\sin. \theta^1}, \text{ par rapport à } \varpi^1 \text{ \& } \theta,$$

on aura

$$\partial \varpi^1 \cdot \cos. (\varpi^1 - \varpi) = -\frac{2 \sin. p \cdot \cos. p \cdot \sin. q \cdot \cos. \theta^1}{\sin. \theta^{12}} \cdot \left(\frac{\partial \theta^1}{\partial \theta} \right) \cdot \partial \theta;$$

d'où l'on tire, en substituant au lieu de $\left(\frac{\partial \theta^1}{\partial \theta} \right)$ la valeur,

$$\left(\frac{\partial \varpi^1}{\partial \theta} \right) = -\frac{2 \sin. p \cdot \cos. p \cdot \sin. q \cdot \cos. \theta^1}{\sin. \theta^{12} \cdot \cos. (\varpi^1 - \varpi)} \cdot [\sin. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \sin. (\theta - 2q)];$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \theta} \right) = -\frac{2}{3} a \Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta} \right)$$

$$+ \iint \partial p \partial q \cdot \left\{ \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \theta^1} \right) \cdot \left[\frac{\sin. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \sin. (\theta - 2q)}{\sin. \theta^1} \right] \cdot \sin. p, \right. \\ \left. - \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \varpi^1} \right) \cdot \frac{2 \sin. p^2 \cdot \cos. p \cdot \sin. q \cdot \cos. \theta^1}{\sin. \theta^{12} \cdot \cos. (\varpi^1 - \varpi)} \cdot [\sin. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \sin. (\theta - 2q)] \right\};$$

Mém. 1775.

L

Partant

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right) - \frac{1}{2}B = -\frac{2}{3}a\Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right) + a \int \partial p \partial q \cdot \left[\frac{\sin p^2}{\cos p^2} \right] \cdot \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \theta^1}\right) \cdot \frac{\sin p \cdot \sin(\theta - 2q)}{\sin \theta^1} \\ &- \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \varpi^1}\right) \cdot \left[\frac{\cos p \cdot \cos q}{\sin \theta^1 \cdot \cos(\varpi^1 - \varpi)} \right] \\ &+ \frac{4 \sin p^2 \cdot \cos p \cdot \sin q \cdot \cos \theta^1 \cdot \sin(\theta - 2q)}{\sin \theta^1 \cdot \cos(\varpi^1 - \varpi)} \end{aligned} \right\};$$

Maintenant, on a

$$\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial q}\right) = \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \theta^1}\right) \cdot \left(\frac{\partial \theta^1}{\partial q}\right) + \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \varpi^1}\right) \cdot \left(\frac{\partial \varpi^1}{\partial q}\right);$$

or si l'on différencie l'équation

$$\cos \theta^1 = \cos \theta \cdot \cos p^2 + \sin p^2 \cdot \cos(\theta - 2q),$$

par rapport à θ^1 & à q , on aura

$$\partial \theta^1 \cdot \sin \theta^1 = -2 \sin p^2 \cdot \partial q \cdot \sin(\theta - 2q);$$

$$\text{Partant } \left(\frac{\partial \theta^1}{\partial q}\right) = -\frac{2 \sin p^2 \cdot \sin(\theta - 2q)}{\sin \theta^1};$$

$$\text{en différenciant ensuite l'équation } \sin(\varpi^1 - \varpi) = \frac{2 \sin p \cdot \cos p \cdot \sin q}{\sin \theta^1},$$

par rapport à ϖ & à q , on aura

$$\partial \varpi^1 \cdot \cos(\varpi^1 - \varpi) = \frac{2 \partial q \cdot \sin p \cdot \cos p \cdot \cos q}{\sin \theta^1} - \frac{2 \sin p \cdot \cos p \cdot \sin q \cdot \left(\frac{\partial \theta^1}{\partial q}\right) \cdot \partial q \cdot \cos \theta^1}{\sin \theta^1 \cdot \cos(\varpi^1 - \varpi)};$$

d'où l'on tirera, en substituant au lieu de $\left(\frac{\partial \theta^1}{\partial q}\right)$ sa valeur,

$$\left(\frac{\partial \varpi^1}{\partial q}\right) = \frac{2 \sin p \cdot \cos p \cdot \cos q}{\sin \theta^1 \cdot \cos(\varpi^1 - \varpi)} + \frac{4 \sin p^2 \cos p \cdot \sin q \cdot \cos \theta^1 \cdot \sin(\theta - 2q)}{\sin \theta^1 \cdot \cos(\varpi^1 - \varpi)};$$

Partant

$$\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial q}\right) = -\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \theta^1}\right) \cdot \frac{2 \sin p^2 \cdot \sin(\theta - 2q)}{\sin \theta^1} + \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \varpi^1}\right) \cdot \left\{ \begin{aligned} &\frac{2 \sin p \cdot \cos p \cdot \cos q}{\sin \theta^1 \cdot \cos(\varpi^1 - \varpi)} \\ &+ \frac{4 \sin p^2 \cos p \cdot \sin q \cdot \cos \theta^1 \cdot \sin(\theta - 2q)}{\sin \theta^1 \cdot \cos(\varpi^1 - \varpi)} \end{aligned} \right\};$$

on aura donc

$$\left(\frac{\partial A}{\partial q}\right) - \frac{1}{2}B = -\frac{2}{3}a\Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right) - \frac{1}{2} \int \partial p \partial q \cdot \left(\frac{\partial \mu^1}{\partial q}\right) \cdot \left[\frac{\sin p^2 - \cos p^2}{\sin p} \right];$$

or en intégrant par rapport à q , on a $\int \partial q . (\frac{\partial \mu'}{\partial q}) = \mu' + H$, la constante arbitraire doit se déterminer par la condition que l'intégrale commence lorsque $q = 0$; & dans ce cas on a $\theta' = \theta$, & $\varpi' = \varpi$: donc $\mu' = \mu$; partant $H = -\mu$, & $\int \partial q . (\frac{\partial \mu'}{\partial q}) = \mu' - \mu$; mais l'intégrale doit se terminer lorsque $q = 180^\circ$; & dans ce cas on a $\theta' = \theta$, & $\varpi' = \varpi$; partant $\mu' = \mu$: donc $\int \partial q . (\frac{\partial \mu'}{\partial q}) = 0$, ce qui donne

$$(\frac{\partial A}{\partial \theta}) - \frac{1}{2} B + \frac{2}{3} a \Pi . (\frac{\partial \mu}{\partial \theta}) = 0; (a)$$

équation analogue à celle que j'ai donnée pour les sphéroïdes de révolution, dans les Mémoires de l'Académie déjà cités, page 545.

On aura, en suivant la même analyse, une équation à peu près semblable entre A & C ; mais au lieu de recommencer les mêmes calculs, il est plus simple de tirer cette équation de l'équation (a). Pour cela, considérons un point m , infiniment voisin de M , placé en même temps à la surface du sphéroïde, & dans le plan AMB ; si l'on fait $MCm = \partial \theta$, & que l'on nomme A , ce que devient A pour le point m , & μ , ce que devient μ pour le même point, on aura

$$\frac{A - A}{\partial \theta} = (\frac{\partial A}{\partial \theta}), \text{ \& } \frac{\mu - \mu}{\partial \theta} = (\frac{\partial \mu}{\partial \theta});$$

l'équation (a) devient conséquemment

$$A - A - \frac{1}{2} B . \partial \theta + \frac{2}{3} a \Pi . (\mu - \mu); (\lambda')$$

Imaginons par les points M & C , un plan QMC , perpendiculaire au plan AMB , & considérons un point m' , infiniment voisin de M , placé en même temps à la surface du sphéroïde & dans le plan QMC ; soit $\partial \phi$, l'angle MCm' , & soient A , & μ , ce que deviennent A & μ au point m' ; il est clair que par la même raison que l'équation (λ) a lieu, celle-ci

$$A - A - \frac{1}{2} C \partial \phi + \frac{2}{3} a \Pi . (\mu - \mu); (\lambda')$$

doit avoir lieu; présentement l'angle $m'CA$, ne diffère de l'angle MCA que d'un infiniment petit du second ordre, en sorte que si l'on suppose la longitude du point m' égale à $\varpi + \partial\varpi$, on aura

$$A, - A = \left(\frac{\partial A}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial\varpi, \text{ \& } \mu, - \mu = \left(\frac{\partial \mu}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial\varpi;$$

de plus, en négligeant les quantités de l'ordre α , comme cela est ici permis, C étant infiniment petit de l'ordre α , on a $\partial\varphi = \partial\varpi \sin.\theta$; l'équation (λ') deviendra donc

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \varpi}\right) - \frac{1}{2}C \sin.\theta + \frac{2}{3}\alpha\Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \varpi}\right) = 0; (a')$$

\& les équations (a) \& (a') ont lieu, quelle que soit la figure du sphéroïde, pourvu qu'il diffère infiniment peu de la sphère.

Supposons maintenant que le sphéroïde ait un mouvement de rotation, \& de plus, que toutes ses parties soient animées par des forces quelconques, \& déterminons les équations de l'équilibre. D'abord, il est clair que l'axe de rotation peut être censé passer par le centre de gravité du sphéroïde; soit donc AB cet axe, C étant le centre de gravité de la masse entière; soit encore af la force centrifuge à l'Équateur du sphéroïde, ou lorsque $\theta = 90^\circ$; cette force sera au point M égale à $af \sin.\theta$, en négligeant les quantités de l'ordre α^2 , \& elle donnera, suivant l'élément Mm du sphéroïde, une force égale à $af \sin.\theta \cos.\theta$; cette même force, décomposée suivant l'élément Mm' , sera nulle, \& décomposée suivant MC , elle donnera une force égale à $-af \sin.\theta^2$, je lui donne le signe $-$, parce qu'elle agit en sens contraire de MC .

L'action A du sphéroïde sur le point M , décomposée suivant Mm , donnera une force égale à $A \cos.CMm$; or on a $\cos.CMm = -\alpha \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right)$; donc l'action A produira,

$$\text{suivant } Mm, \text{ une force égale à } -\alpha A \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right) = -\frac{4}{3}\alpha\Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right);$$

en négligeant les quantités de l'ordre α^2 . Cette même force A , décomposée suivant Mm' , donnera une force égale

à $-\frac{4}{3}a\Pi \cdot \left(\frac{\partial\mu}{\partial\varpi}\right) \cdot \frac{1}{\sin.\theta}$. La force B étant de l'ordre a , donnera

suivant Mm , en négligeant les quantités de l'ordre a^2 , une force égale à B , & suivant Mm' , une force nulle. Pareillement, la force C donnera suivant Mm , une force nulle, & suivant Mm' , une force égale à C . Supposons ensuite que le point M soit animé 1.^o d'une force aM , dirigée de M vers V ; 2.^o d'une force aN , dirigée de M vers Q ; 3.^o d'une force aR , dirigée de M vers C ; M , N & R , étant des fonctions quelconques de ϖ & de θ ; on aura pour la force entière, dont le point M est animé suivant Mm , $a f.\sin.\theta.\cos.\theta + aM + B - \frac{4}{3}a\Pi \cdot \left(\frac{\partial\mu}{\partial\theta}\right)$, & comme cette force doit être nulle par la condition de l'équilibre, on aura l'équation

$$a f.\sin.\theta.\cos.\theta + aM + B = \frac{4}{3}a\Pi \cdot \left(\frac{\partial\mu}{\partial\theta}\right); (a^2)$$

on aura semblablement pour la force entière, dont le point M est animé suivant Mm' , $aN + C - \frac{4}{3}a\Pi \cdot \left(\frac{\partial\mu}{\partial\varpi}\right) \cdot \frac{1}{\sin.\theta}$, &

cette force devant être encore nulle dans le cas de l'équilibre, on aura l'équation

$$\sin.\theta.(C + aN) = \frac{4}{3}a\Pi \cdot \left(\frac{\partial\mu}{\partial\varpi}\right); (a^3)$$

enfin, la force entière dont le point M est animé suivant MC , est $A - a f.\sin.\theta^2 + aR$; or il est facile de s'assurer que la pesanteur au point M , ou, ce qui revient au même, que la résultante des trois forces, suivant MC , MV & MQ , ne diffère de la force, suivant MC , que d'une quantité de l'ordre a^2 ; donc, si l'on nomme P la pesanteur au point M , on aura

$$P = A - a f.\sin.\theta^2 + aR; (a^4)$$

si l'on différencie cette équation successivement par rapport

à θ , & à ϖ , on aura

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \partial \theta = \left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right) \cdot \partial \theta + a \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right) \cdot \partial \theta - 2af \partial \theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta,$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial \varpi = \left(\frac{\partial A}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial \varpi + a \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial \varpi,$$

en substituant dans ces équations, au lieu de $\left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right)$ & de $\left(\frac{\partial A}{\partial \varpi}\right)$,

leurs valeurs que donnent les équations (a) & (a') , on aura

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \partial \theta &= \frac{1}{2} B \cdot \partial \theta - \frac{2}{3} a \Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right) \cdot \partial \theta \\ &\quad + a \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right) \cdot \partial \theta - 2af \partial \theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial \varpi &= \frac{1}{2} C \partial \varpi \cdot \sin \theta - \frac{2}{3} a \Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial \varpi \\ &\quad + a \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial \varpi, \end{aligned}$$

& si l'on substitue au lieu de B & de C , leurs valeurs que donnent les équations (a'') & (a''') de l'équilibre, on aura

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \partial \theta &= -\frac{1}{2} af \cdot \partial \theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - \frac{1}{2} a M \cdot \partial \theta + a \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right) \cdot \partial \theta, \\ \left(\frac{\partial P}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial \varpi &= -\frac{1}{2} a N \cdot \partial \varpi \cdot \sin \theta + a \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right) \cdot \partial \varpi, \end{aligned}$$

en ajoutant ces deux équations, on aura

$$\partial P = -\frac{1}{2} af \cdot \partial \theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - \frac{1}{2} a (M \partial \theta + N \partial \varpi \cdot \sin \theta) + a \partial R;$$

pour que cette équation, & par conséquent pour que l'équilibre soit possibles, $M \partial \theta + N \partial \varpi \cdot \sin \theta$ doit être une différence exacte; soit ∂V , cette différence, & l'on aura

$$P = P' + \frac{1}{2} af \cdot \cos \theta^2 - \frac{1}{2} a V + a R;$$

P' étant une constante arbitraire ajoutée en intégrant, & cette équation exprime généralement la loi de la pesanteur à la surface du sphéroïde.

Lorsque les forces aM , aN & aR sont produites par les

attractions de tant de corps que l'on voudra, placés près ou loin du sphéroïde, mais tels cependant, 1.^o que leur action sur le sphéroïde altère infiniment peu sa figure; 2.^o qu'ils participent au mouvement de rotation du sphéroïde, autrement il ne pourroit jamais y avoir équilibre, ou bien s'ils ne tournent point avec le sphéroïde, qu'ils soient en nombre infini, & distribués également & circulairement autour du sphéroïde, comme il est très-naturel de présumer que toutes les parties de l'anneau de Saturne sont disposées autour de cette Planète;

$M \partial \theta + N \partial \varpi \cdot \sin. \theta$ sera toujours dans ce cas une différence exacte; car soit S un de ces corps, r la distance au point M , & h la distance au point C ; r peut être considéré comme fonction de θ , ϖ , & du rayon CM , que je nomme s ; présentement, l'action de S sur M est $\frac{S}{r^2}$; cette action, décomposée suivant MV , est $\frac{S}{r^2 s} \cdot (\frac{\partial r}{\partial \theta})$; cette même action décomposée suivant MQ , est $\frac{S}{r^2 s \cdot \sin. \theta} \cdot (\frac{\partial r}{\partial \varpi})$; enfin cette action décomposée suivant MC , est $-\frac{S}{r^2} \cdot (\frac{\partial r}{\partial s})$. Pour être en droit de regarder le centre C comme immobile, il faut retrancher des forces précédentes l'action de S sur C , décomposée suivant les mêmes lignes, & pour avoir cette action, il suffit de faire s infiniment petit dans les quantités précédentes; soit r' ce que devient r dans ce cas, & s' ce que devient s , on aura

$$a M = \frac{S}{r^2 s} \cdot (\frac{\partial r}{\partial \theta}) - \frac{S}{r'^2 s'} \cdot (\frac{\partial r'}{\partial \theta}),$$

$$a N = \frac{S}{r^2 s \cdot \sin. \theta} \cdot (\frac{\partial r}{\partial \varpi}) - \frac{S}{r'^2 s' \cdot \sin. \theta'} \cdot (\frac{\partial r'}{\partial \varpi}),$$

$$\& a R = \frac{S}{r^2 s} \cdot (\frac{\partial r}{\partial s}) - \frac{S}{r'^2 s'} \cdot (\frac{\partial r'}{\partial s});$$

$$\text{partant } a M \partial \theta + a N \partial \varpi \cdot \sin. \theta = \frac{S}{r^2 s} \cdot \partial r - \frac{S}{r'^2 s'} \cdot d r',$$

en ne considérant que ϖ & θ de variables; on aura donc

$$P = P' + \frac{1}{4} \cdot af \cdot \cos. \theta^2 + \frac{S}{2rs} - \frac{S}{2r^2s^2} \\ + \frac{S}{r^2s} \cdot \left(\frac{\partial r^2}{\partial s} \right) - \frac{S}{r^2} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right).$$

Supposons qu'en réduisant $\frac{1}{r}$, dans une suite ascendante par rapport à s , on ait $\frac{1}{r} = \frac{1}{h} + bs + b^{(1)} \cdot s' + \&c$,

$b, b^{(1)}, \&c$, étant des fonctions de θ & de ϖ ; on aura

$$- \frac{S}{2r^2s^2} = - \frac{S}{2hs^2} - \frac{Sb}{2} - \frac{Sb^{(1)}s'}{2} - \&c;$$

de plus, on aura

$$\frac{S}{r^2s} \cdot \left(\frac{\partial r^2}{\partial s} \right) = -S \cdot \left(\frac{\partial \cdot \frac{1}{r^2}}{\partial s} \right) = -Sb - 2Sb^{(1)}s' - \&c;$$

& si l'on considère que le terme $-\frac{S}{2hs^2}$, étant constant, peut être censé compris dans la constante arbitraire P' , on trouvera en faisant $s' = 0$,

$$P = P' + \frac{1}{4} af \cdot \cos. \theta^2 + \frac{S}{2rs} - \frac{3Sb}{2} - \frac{S}{r^2s} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right);$$

désignant donc, par Σ , $\left[\frac{S}{2rs} - \frac{3Sb}{2} - \frac{S}{r^2s} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right) \right]$,

la somme des quantités $\frac{S}{2rs} - \frac{3}{2} \cdot Sb - \frac{S}{r^2s} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right)$, relative à tant de corps que l'on voudra, on aura

$$P = P' + \frac{1}{4} af \cdot \cos. \theta^2 + \Sigma \cdot \left[\frac{S}{2rs} - \frac{3}{2} \cdot Sb - \frac{S}{r^2s} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right) \right].$$

Partant, si l'on connoissoit la figure & la densité de l'anneau de Saturne, & sa position par rapport à l'axe de rotation de cette Planète, on pourroit, en supposant la Planète homogène, déterminer la loi de la pesanteur à sa surface; l'équation précédente réduit, comme l'on voit, le problème à la quadrature des courbes, parce qu'alors S devient infiniment petit, & que

& que la caractéristique intégrale Σ , relative aux différences finies, se change dans la caractéristique intégrale f , relative aux différences infiniment petites.

I I.

Sur le Flux & le Reflux de la Mer, & sur la précession des Équinoxes & la mutation de l'axe de la Terre qui résultent de ce Phénomène.

IL ne s'agit point ici de chercher une nouvelle cause du flux & du reflux de la Mer, mais de bien faire usage de celle que nous lui connoissons incontestablement, & qui, comme l'on fait, consiste dans l'inégale pesanteur des eaux de la mer & du centre de la Terre vers le Soleil & la Lune. Je me propose d'assujettir à une analyse plus rigoureuse qu'on ne l'a fait encore, les effets de cette inégalité de pesanteur, & les oscillations qui en résultent. Presque tous les Géomètres qui se sont occupés jusqu'ici de cet objet, ont supposé d'abord un Astre immobile au-dessus d'une Planète immobile, & recouverte d'un fluide; ils ont cherché la figure que le fluide devoit prendre pour être en équilibre; considérant ensuite le cas où l'Astre a un mouvement réel ou apparent autour de la Planète, ils ont supposé que la figure du fluide en équilibre, qu'ils avoient déterminée dans le cas de l'Astre immobile, n'étoit point altérée par ce mouvement, dont tout l'effet suivant eux est de changer à chaque instant la position de cette figure relativement à la Planète, en lui conservant toujours la même situation par rapport à l'Astre. C'est ainsi que M.^{rs} Newton, Daniel Bernoulli, & Maclaurin, ont déterminé les effets des attractions du Soleil & de la Lune sur la mer; mais il est aisé de sentir le peu de conformité de ces suppositions avec ce qui a lieu dans la Nature, & l'on doit aux grands Géomètres que je viens de citer, la justice d'observer qu'ils en ont eux-mêmes reconnu l'inexactitude & l'insuffisance pour expliquer plusieurs phénomènes des marées. Celui qui s'éloigne le plus de leur théorie, est

Mém. 1775.

M

la différence très-petite que l'observation donne entre les deux marées d'un même jour, quelle que soit la déclinaison des deux Astres, tandis qu'en suivant leur résultat, cette différence doit souvent être très-considérable, & beaucoup plus grande qu'aucune autre inégalité des marées : or une théorie qui diffère à ce point de l'observation, doit être entièrement abandonnée. Heureusement cela ne porte aucune atteinte au principe de la gravitation universelle, & il n'en résulte que la nécessité d'avoir égard dans la détermination des oscillations de la mer, au mouvement de rotation de la Terre, & à ceux du Soleil & de la Lune dans leurs orbites. Cette recherche présente alors de bien plus grandes difficultés que celle de l'équilibre, & c'est vraisemblablement ce qui a déterminé les Géomètres à se borner à ce dernier cas; j'en excepte cependant M.^{rs} Euler & d'Alembert; le premier de ces deux grands Géomètres, après avoir fait sentir dans sa Pièce sur le flux & le reflux de la mer, la difficulté de soumettre à un calcul précis les oscillations des eaux de la mer, & le peu de ressources que présentoient alors à cet égard l'analyse & la théorie des fluides, s'est borné à déterminer ces oscillations dans l'hypothèse qui lui a paru la plus vraisemblable sur l'effort des eaux pour reprendre leur état d'équilibre lorsqu'elles s'en sont dérangées. C'est donc à proprement parler à M. d'Alembert, qu'il faut rapporter les premières recherches exactes qui aient paru sur cet important objet; cet illustre Auteur s'étant proposé dans son excellent ouvrage qui a pour titre, *Réflexions sur la cause des Vents*, de calculer les effets de l'action du Soleil & de la Lune sur notre atmosphère, y détermine d'une manière synthétique & fort belle, les oscillations d'un fluide de peu de profondeur qui recouvre une Planète immobile, au-dessus de laquelle répond un astre immobile; il cherche ensuite à déterminer ces oscillations, dans le cas où la Planète étant toujours supposée immobile, l'Astre se meut uniformément sur un parallèle à l'Équateur, & il parvient par une analyse aussi savante qu'ingénieuse, aux véritables équations de ce Problème; mais la difficulté de les

intégrer, l'a forcé de recourir à des suppositions qui en rendent la solution incertaine; on trouvera dans ces Recherches, la solution rigoureuse de ce même problème, quelle que soit la densité du fluide, & le mouvement de l'Astre attirant dans l'espace. Au reste, je dois à M. d'Alembert la justice d'observer que si j'ai été assez heureux pour ajouter quelque chose à ses excellentes Réflexions sur la cause des vents, j'en suis principalement redevable à ces Réflexions elles-mêmes & aux belles découvertes de ce grand Géomètre, sur la théorie des fluides, & sur le Calcul intégral aux différences partielles dont on voit les premières traces dans l'ouvrage que je viens de citer. Si l'on considère combien les premiers pas sont difficiles en tout genre & sur-tout dans une matière aussi compliquée; si l'on fait attention aux progrès immenses de l'Analyse depuis l'impression de son ouvrage, on ne sera pas surpris qu'il nous ait laissé quelque chose à faire encore, & qu'aidés par des théories que nous tenons de lui presque toutes entières, nous soyons en état d'avancer plus loin dans une carrière qu'il a le premier ouverte.

Il semble que la solution du Problème précédent, renferme toute la théorie du flux & du reflux de la mer : car, quoiqu'on y suppose la Planète immobile, ce qui n'est pas vrai pour la Terre; cependant le mouvement de rotation de cette Planète paroissant n'avoir d'autre effet que de changer la position du Soleil & de la Lune par rapport aux eaux de la mer, on pourroit croire que pour être en droit de regarder la Terre comme immobile, il suffit de transporter en sens contraire à ces deux Astres, son mouvement angulaire de rotation; mais en réfléchissant avec attention sur la nature du Problème, on aperçoit bientôt que le changement dans la position du Soleil & de la Lune par rapport à la mer, n'est pas le seul effet qui résulte de la rotation de la Terre, & l'on s'en convaincra facilement par la remarque suivante qui n'a point échappé à M. Maclaurin dans son excellente Pièce sur le flux & le reflux de la mer, quoique ce savant Auteur ne l'ait point soumise au calcul. Lorsqu'on suppose à la Planète

un mouvement de rotation commun au fluide , la vitesse d'une molécule du fluide étant supposée rester la même dans le sens du parallèle , son mouvement angulaire de rotation augmente ou diminue , suivant qu'elle s'éloigne ou qu'elle s'approche de l'Équateur , en sorte qu'elle change de méridien par cela seul qu'elle change de parallèle : or ce changement pour les eaux de la mer est du même ordre que les mouvemens immédiatement excités par l'action du Soleil & de la Lune.

On voit par - là , l'imperfection de toutes les théories connues , sur le flux & sur le reflux de la mer , & combien il étoit nécessaire de résoudre avec plus de rigueur qu'on ne l'a fait encore , ce Problème , l'un des plus intéressans & des plus compliqués de toute l'Astronomie physique ; c'est à remplir cet objet , au moins autant qu'il m'a été possible , que sont destinées les Recherches suivantes , & j'ose espérer que l'importance & la difficulté de la matière , pourront leur mériter quelque attention de la part des Géomètres ; je devois naturellement m'attendre à ce qu'ayant fait entrer dans ma solution toutes les circonstances essentielles du Problème , mes résultats approcheroient beaucoup plus de l'observation que ceux de la théorie ordinaire , sur le peu de différence qui existe entre les deux marées d'un même jour : aussi ai-je eu la satisfaction de voir qu'ils donnent , dans les hypothèses les plus vraisemblables sur la profondeur de la mer , une infinité de moyens d'expliquer pourquoi cette différence est aussi peu considérable : je regarde l'explication de ce phénomène comme un des principaux avantages de mes recherches. Elles m'ont donné lieu de faire une remarque qui me paroît utile dans la théorie de la précession des équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre : il ne suffit pas dans cette théorie , de considérer l'action du Soleil & de la Lune sur la partie solide de cette Planète ; il faut encore avoir égard à l'action de ces deux Astres sur les eaux de la mer. Imaginons en effet , que la Terre soit un ellipsoïde de révolution recouvert par la mer ; il est clair que , tant que le Soleil sera dans le

plan de l'Équateur, son action sur la Terre & sur les eaux qui la recouvrent, étant égale & symétrique des deux côtés de l'Équateur, il ne peut en résulter aucun dérangement dans la position de l'axe de rotation de la Terre; mais si l'on suppose le Soleil décliner vers l'un ou vers l'autre Pôle, son action ne sera plus la même sur les deux moitiés de la Terre formées par la section du plan de l'Équateur; les eaux de la mer distribuées différemment sur ces moitiés par l'action du Soleil, les attireront d'une manière différente, & presseront inégalement leurs surfaces. On conçoit donc qu'alors il doit y avoir un dérangement dans la position de l'axe de la Terre, produit non-seulement par l'action directe du Soleil & de la Lune sur la partie solide de cette Planète, mais encore par l'attraction & par la pression du fluide dont elle est recouverte: or le calcul m'a montré que les effets qui résultent de cette seconde cause sont du même ordre que ceux qui dépendent de la première, toutes les fois que la densité du fluide est comparable à la densité moyenne de la Planète. J'ai cru que les Géomètres ne seroient pas fâchés de voir la théorie de ces dérangemens, je l'expose conséquemment ici avec tout le détail que peut exiger son importance; cette recherche m'a paru d'autant plus nécessaire, que tous ceux qui ont jusqu'à présent résolu le Problème de la précession des équinoxes, ont négligé d'avoir égard à l'action du Soleil & de la Lune sur la mer, & M. d'Alembert à qui nous en devons la première solution rigoureuse, pense que cette action ne peut avoir aucune influence sur ce phénomène: je m'écarte d'autant plus volontiers du sentiment de cet illustre Auteur, que cela n'affecte en rien sa belle méthode qui est un chef-d'œuvre de Dynamique, & à laquelle la mécanique des corps solides est redevable des découvertes intéressantes qui l'ont enrichie depuis trente ans. Il ne résulte même de l'action du Soleil & de la Lune sur la mer, aucun changement dans les loix de la précession des équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre; cette action n'influe que sur le rapport de la quantité de la nutation à celle de la précession, & son influence qui pourroit être considérable dans une infinité d'hypothèses sur la pro-

fondeur & sur la densité de la mer, est très-petite dans celles qui sont le plus conformes à la Nature ; car on verra dans la suite, qu'elle est proportionnelle à la différence des marées de dessus & de dessous, différence qui suivant l'observation est presque insensible. Le phénomène de la précession des équinoxes a cela de remarquable, que l'on retrouve toujours les mêmes loix, quelques hypothèses que l'on emploie sur la profondeur de la mer & sur la figure de la Terre ; c'est un théorème que je démontre ici rigoureusement, en supposant que le solide recouvert par les eaux, est un sphéroïde de révolution peu différent d'une sphère, & divisé en deux parties égales & semblables, par l'Équateur ; la rapidité du mouvement de rotation de la Terre me donne lieu de croire que ce théorème est généralement vrai, quelle que soit la loi de la profondeur de la mer & la figure du solide qu'elle recouvre, pourvu qu'il diffère peu d'une sphère, & qu'il tourne à très-peu-près autour d'un de ses axes principaux de rotation ; c'est-là, si je ne me trompe, la raison pour laquelle la théorie est si bien d'accord sur ce point avec l'observation, tandis qu'elle s'en éloigne sensiblement sur la figure de la Terre.

Concevons une Planète très-peu différente d'une sphère, & recouverte d'un fluide d'une densité homogène ; il est clair que si la Planète tourne sur son axe, & que le fluide ne soit agité par aucune force extérieure, il prendra à la longue le mouvement de rotation de la Planète, & parviendra enfin à être en équilibre. Supposons-le parvenu à cet état, & qu'ensuite par l'attraction d'un nombre quelconque d'Astres, il en soit dérangé de manière qu'il fasse des oscillations infiniment petites, il s'agit de déterminer la nature de ces oscillations.

Fig. 3. Pour cela, soit $anbCa$ la Planète, & $ANBAanba$ le fluide qui la recouvre ; considérons une molécule quelconque M du fluide, telle qu'à l'origine du mouvement l'on ait eu $CM = s$, l'angle $NCA = \theta$, & que la longitude de ce point ait été ϖ , C étant le centre de gravité de la Planète, & le premier Méridien d'où l'on commence à compter les longitudes, étant supposé immobile, ou ne point participer au mouvement

de rotation de la Planète; soit nt le mouvement angulaire de rotation commun au fluide & à la Planète, t désignant le temps écoulé depuis l'origine du mouvement, & supposons qu'après ce temps, θ se change en $\theta + au$, ϖ en $\varpi + nt + av$, & s en $s + ar$, a étant une quantité infiniment petite; u , v & r seront fonctions de θ , ϖ , s & du temps t . Imaginons présentement au point M un prisme fluide rectangle dont les trois dimensions soient

$$\partial s + a \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right) \partial s, (s + ar) \cdot [\partial \theta + a \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \partial \theta],$$

$$\& (s + ar) \cdot [\partial \varpi + a \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right) \partial \varpi] \cdot \sin. (\theta + au),$$

les quantités $\left(\frac{\partial r}{\partial s} \right)$, $\left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)$ & $\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right)$ exprimant suivant la

notation reçue, les coefficients de ∂s , $\partial \theta$ & $\partial \varpi$, dans les différentielles de r , u & v ; la solidité de ce prisme sera, en négligeant les quantités de l'ordre a^2 & nommant Δ la densité du fluide,

$$\Delta \cdot \partial s \cdot \partial \theta \cdot \partial \varpi \cdot \left\{ \begin{array}{l} s^2 \sin. \theta \cdot \left[1 + a \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right) + a \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + a \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right) \right] \\ \quad + au \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \\ \quad + 2ars \sin. \theta. \end{array} \right\}; (A).$$

Dans l'instant suivant, ce prisme se changera dans un solide d'une autre figure; mais il est aisé de s'assurer que si l'on détermine la masse de ce nouveau solide, comme s'il étoit un prisme rectangle, on ne se trompera que de quantités infiniment petites du second ordre par rapport à celles que l'on considère; on peut donc, en négligeant ces quantités, supposer nulle la différentielle de la quantité (A) , prise en ne faisant varier que le temps t ; d'où l'on tire, en intégrant par rapport à t ,

$$\partial s \cdot \partial \theta \cdot \partial \varpi \cdot \left\{ \begin{array}{l} s^2 \sin. \theta \cdot \left[1 + a \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right) + a \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \right. \\ \quad \left. + a \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right) + au \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] \\ \quad + 2ars \sin. \theta. \end{array} \right\} = \varphi(s, \varpi, \theta) \cdot \partial s \cdot \partial \theta \cdot \partial \varpi.$$

$\varphi(s, \varpi, \theta)$ étant une fonction de s, ϖ & θ sans t ; or on a à l'origine du mouvement, ou lorsque $t = 0, r = 0, u = 0$, & $v = 0$; donc $\varphi(s, \varpi, \theta) = s^2 \cdot \sin. \theta$; partant, on a

$$0 = \left(\frac{\partial s^2 r}{\partial s} \right) + s^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right) + u \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] (1).$$

I I I.

Imaginons présentement la position du point M déterminée par les trois coordonnées rectangles x, y, z , qui aient pour origine commune le centre C , de manière que l'axe des x soit l'axe Ca de rotation de la Planète, que l'axe des y soit perpendiculaire à Ca dans le plan du premier Méridien, & que l'axe de z soit perpendiculaire à ce plan; on aura

$$\begin{aligned} x &= (s + ar) \cdot \cos. (\theta + au), \\ y &= (s + ar) \cdot \sin. (\theta + au) \cdot \cos. (\varpi + nt + av), \\ z &= (s + ar) \cdot \sin. (\theta + au) \cdot \sin. (\varpi + nt + av). \end{aligned}$$

Cela posé, concevons la molécule M sollicitée par tant de forces attractives $F, F', F'', \&c.$ que l'on voudra, & nommons $f, f', f'', \&c.$ les distances des centres d'attraction à la molécule; $f, f', f'', \&c.$ seront fonctions de ϖ, θ, s , du temps t , & de constantes; soit encore p la pression du fluide au point M , p étant pareillement fonction de ϖ, θ, s & t ; si l'on désigne par la caractéristique d , les différences des quantités prises en regardant le temps t comme constant, on aura l'équation suivante,

$$\left. \begin{aligned} 0 &= F \cdot df + F' \cdot df' + F'' \cdot df'' + \&c. + \frac{dp}{\rho} \\ &+ dx \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) + dy \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) + dz \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) \end{aligned} \right\} (B).$$

Cette équation est un corollaire du principe suivant de l'équilibre qui peut être utile dans beaucoup d'autres circonstances.

« Si un nombre quelconque de forces $R, R', R'', \&c.$ agissent sur un point M , suivant des droites quelconques »
 » dont $\gamma, \gamma', \gamma'', \&c.$ représentent les longueurs depuis le » point M jusqu'à leurs origines que l'on peut prendre à volonté,

volonté, & vers lesquelles elles sont supposées tendre; γ , γ' , γ'' , seront fonctions des quantités θ , ϖ & s , qui déterminent la position du point M ; cela posé, dans le cas où ce point sollicité par ces forces est en équilibre, la somme des produits de chaque force, par l'élément de sa direction, est nulle; ce qui donne l'équation suivante,

$$0 = R.d\gamma + R'.d\gamma' + R''.d\gamma'' + \&c.$$

Les différences $d\gamma$, $d\gamma'$, $d\gamma''$, &c. étant prises en faisant mouvoir les droites γ , γ' , γ'' , &c. autour de leurs origines, & en faisant varier les quantités θ , ϖ & s , relatives à la position du point M .

Si les différentielles $\partial\theta$, $\partial\varpi$, & ∂s , n'ont aucun rapport entre elles, l'équation précédente étant vraie quelles que soient ces différences, tiendra lieu de trois équations; mais s'il existoit entre θ , ϖ & s une équation quelconque, si par exemple le point M étoit forcé de se mouvoir sur une surface courbe, on pourroit alors éliminer de l'équation de l'équilibre une de ces différences, & cette équation ne tiendrait plus lieu que de deux autres; elle ne tiendrait lieu que d'une seule, s'il existoit deux équations entre les trois variables θ , ϖ & s , par exemple, si le point M étoit forcé de se mouvoir le long d'une ligne courbe.

Voici maintenant comment de ce principe, on peut conclure l'équation (B); pour cela, supposons que la molécule placée en M soit un parallépipède infiniment petit, $dx.dy.dz$; la pression p du fluide sur ce parallépipède, parallèlement aux x , est égale à la différence de pression sur les deux faces opposées, égales chacune à $dy.dz$; elle sera donc

$$- \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) dx.dy.dz, p \text{ étant ici considéré comme fonction}$$

de x , de y & de z , & le temps t étant regardé comme constant; en divisant cette pression par la masse $\delta.dx.dy.dz$

du parallépipède, on aura $-\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{1}{\delta}$, pour la force accé-

lératrice dont il est sollicité parallèlement aux x , en vertu de

la pression du fluide; on aura pareillement $-\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right), -\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$

pour les forces accélératrices dans le sens des y & des z ; de plus, les vitesses $\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right); \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right), \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)$, du point M , parallèlement aux x , aux y , & aux z , se changent dans l'instant suivant en $\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) + \partial t. \left(\frac{\partial \partial x}{\partial t^2}\right), \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) + \partial t. \left(\frac{\partial \partial y}{\partial t^2}\right), \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) + \partial t. \left(\frac{\partial \partial z}{\partial t^2}\right)$; cela posé, il est visible, par les principes connus de Dynamique, que ce point doit être en équilibre en vertu des forces $F, F', F'', \&c$,

$$\begin{aligned} & -\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right), -\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right), -\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right), \\ & -\left(\frac{\partial \partial x}{\partial t^2}\right), -\left(\frac{\partial \partial y}{\partial t^2}\right), -\left(\frac{\partial \partial z}{\partial t^2}\right); \end{aligned}$$

& comme les six dernières de ces forces agissent en sens contraire de l'origine des x , des y & des z , l'équation précédente de l'équilibre donnera

$$0 = F \cdot df + F' \cdot df' + F'' \cdot df'' + \&c. + \frac{dp}{\rho} + dx \cdot \left(\frac{\partial \partial x}{\partial t^2}\right) + dy \cdot \left(\frac{\partial \partial y}{\partial t^2}\right) + dz \cdot \left(\frac{\partial \partial z}{\partial t^2}\right) \left\{ (B); \right.$$

si l'on substitue maintenant au lieu de x, y, z , leurs valeurs en $\theta, \varpi, s, ar, au, av$, on aura, en négligeant les quantités de l'ordre a^2 ,

$$\begin{aligned} & a \cdot [\cos. \theta \cdot \left(\frac{\partial \partial r}{\partial t^2}\right) - s \cdot \sin. \theta \cdot \left(\frac{\partial \partial \pi}{\partial t^2}\right)] \cdot d(s \cdot \cos. \theta) \\ & - \frac{\pi^2}{2} d \cdot [(s + ar) \cdot \sin. (\theta + au)]^2 \\ & + 2 a n s \sin. \theta \cdot \partial \varpi [\sin. \theta \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial t}\right) + s \cdot \cos. \theta \cdot \left(\frac{\partial \pi}{\partial t}\right)] \\ & + a [\sin. \theta \cdot \left(\frac{\partial \partial r}{\partial t^2}\right) + s \cdot \cos. \theta \cdot \left(\frac{\partial \partial \pi}{\partial t^2}\right)] \cdot d(s \cdot \sin. \theta) \\ & - 2 a n s \cdot \sin. \theta \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) \cdot d(s \cdot \sin. \theta) \\ & + a s^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \partial \varpi \cdot \left(\frac{\partial \partial \varpi}{\partial t^2}\right) = -F \cdot df - F' \cdot df' - \&c. - \frac{dp}{\rho} \end{aligned} \left\{ (2). \right.$$

Les équations (1) & (2) appartiennent à tous les points de l'intérieur du fluide, mais l'équation (2) prend une forme un peu différente à la surface extérieure. Pour la déterminer,

nommons $\frac{p'}{\rho}$, la force accélératrice résultante de la pression du fluide sur le point N , placé à la surface extérieure; cette pression agit, comme l'on fait, dans la direction du rayon osculateur; soit ρ ce rayon, & l'on aura, par ce qui précède,

$$0 = F.df + F'.df' + \&c. + \frac{p'}{\rho}.d\rho + dx.\left(\frac{\partial x}{\partial r}\right) + dy.\left(\frac{\partial y}{\partial r}\right) + dz.\left(\frac{\partial z}{\partial r}\right);$$

maintenant, si l'on suppose que les différentielles dx , dy , dz , soient celles de la surface elle-même, on aura par la nature du rayon osculateur, $d\rho = 0$; partant

$$0 = F.df + F'.df' + \&c. + dx.\left(\frac{\partial x}{\partial r}\right) + dy.\left(\frac{\partial y}{\partial r}\right) + dz.\left(\frac{\partial z}{\partial r}\right);$$

l'équation (2) aura donc lieu pour tous les points de la surface extérieure du fluide, pourvu qu'on y suppose $d\rho = 0$, & que les différentielles $\partial \varpi$, $\partial \theta$ & ∂s , soient celles de la surface elle-même.

Il faut ensuite assujettir le mouvement des points de la surface intérieure du fluide, à ce que les différences $\partial \varpi$, $\partial \theta$ & ∂s , aient entr'elles les mêmes rapports que les différentielles de l'équation à la surface du sphéroïde $anba$; il faut enfin satisfaire aux conditions primitives du mouvement du fluide.

I V.

Nous supposons ici que le fluide étoit primitivement en équilibre sur le sphéroïde; soit donc 1 le demi-axe Ca du sphéroïde, & $1 + q.\lambda$, un rayon quelconque Cn , λ étant pour plus de simplicité, fonction de θ seul, & q étant extrêmement petit, en sorte que le sphéroïde soit un solide de révolution très-peu différent de la sphère. Supposons ensuite

N ij

que dans l'état d'équilibre, la profondeur Nn du fluide soit $l\gamma$, l étant pareillement extrêmement petit, & γ étant fonction de θ seul; le rayon CN étoit conséquemment dans l'état d'équilibre, $1 + q\lambda + l\gamma$; nous nous permettrons dans la suite de négliger les quantités multipliées par q ou par l , eu égard à celles du même genre qui ont un coefficient fini; de plus, comme n^2 représente à très-peu-près la force centrifuge à l'Équateur du sphéroïde, nous supposerons cette quantité très-petite, en sorte que si l'on nomme g la pesanteur à l'Équateur, n^2 sera du même ordre que gq ou gl . Cela posé, il est clair que pour les points du fluide contigus au sphéroïde, r est très-petit par rapport à u & à v ; car s étant pour tous ces points égal à $1 + q\lambda$, s se change en $1 + q\lambda + a qu (\frac{\partial \lambda}{\partial \theta})$, lorsque θ se change en $\theta + au$; donc alors $r = qu. (\frac{\partial \lambda}{\partial \theta})$, en sorte que r est du même ordre que qu , & l'on peut conséquemment négliger r vis-à-vis de u ; voyons maintenant si cette même supposition est permise pour tous les autres points du fluide, & si en l'admettant, nous pouvons satisfaire, non-seulement aux équations précédentes, mais encore aux conditions primitives du mouvement du fluide; car si nous trouvons qu'elle y satisfait, non-seulement elle sera permise, mais elle sera encore nécessaire, ainsi que les résultats auxquels elle pourra nous conduire, attendu que le fluide, en partant du même état, & étant soumis aux mêmes forces accélératrices, n'a pas deux manières possibles de se mouvoir.

L'équation (2) prend en vertu de cette supposition, la forme suivante,

$$\left. \begin{aligned} & a s^2 \partial \theta. \left[\left(\frac{\partial \partial \pi}{\partial r^2} \right) - 2 n \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right). \sin. \theta. \cos. \theta \right] \\ & + a s^2 \partial \varpi. \left[\sin. \theta^2. \left(\frac{\partial \partial v}{\partial r^2} \right) + 2 n. \sin. \theta. \cos. \theta. \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right) \right] \\ - 2 a n s \partial s. \sin. \theta^2. \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) - \frac{n^2}{2}. d. [(s + ar). \sin. (\theta + au)]^2 \\ = - F. d. f - F'. d. f - \&c. - \frac{dp}{\rho} \end{aligned} \right\} (3).$$

Toutes les forces accélératrices dont le fluide est animé, se réduisent aux attractions de toutes les parties du fluide, du sphéroïde & des différens astres que l'on suppose circuler autour de la Planète; en sorte que dans la question présente, F est fonction de f , F' est fonction de f' , & ainsi de suite; le second membre de l'équation précédente est par conséquent une différentielle exacte; le premier membre doit donc l'être pareillement, le temps t , étant regardé comme constant; Partant la quantité

$$\begin{aligned} s^2 \partial \theta \cdot \left[\left(\frac{\partial \partial u}{\partial r^2} \right) - 2 n \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \right] \\ + s^2 \partial \varpi \cdot \left[\sin. \theta^2 \cdot \left(\frac{\partial \partial v}{\partial r^2} \right) + 2 n \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \right] \\ - 2 n s \cdot \partial s \cdot \sin. \theta^2 \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right), \end{aligned}$$

est elle-même une différence exacte, ce qui produit les deux équations suivantes,

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial \cdot \left[\left(\frac{\partial \partial u}{\partial r^2} \right) - 2 n \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \right]}{\partial \varpi} \right\} \\ & = \left\{ \frac{\partial \cdot \left[\sin. \theta^2 \cdot \left(\frac{\partial \partial v}{\partial r^2} \right) + 2 n \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \right]}{\partial \theta} \right\}, \\ & \left\{ \frac{\partial \cdot \left[s^2 \left(\frac{\partial \partial u}{\partial r^2} \right) - 2 n s^2 \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \right]}{\partial s} \right\} \\ & = - 2 n s \cdot \left\{ \frac{\partial \cdot \left[\sin. \theta^2 \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \right]}{\partial \theta} \right\}. \end{aligned}$$

En intégrant ces équations par rapport à t , & observant qu'à l'origine du mouvement, on a

$$u = 0, \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0, v = 0, \text{ \& } \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) = 0;$$

on aura

$$= \left\{ \frac{\partial \cdot \left[\left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right) - 2n \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot v \right]}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial \cdot \left[\sin. \theta^2 \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) + 2n \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot u \right]}{\partial \theta} \right\} \quad (4)$$

$$= -2ns \cdot \left\{ \frac{\partial \cdot \left[s^2 \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right) - 2ns^2 \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot v \right]}{\partial s} \right\} = -2ns \cdot \left\{ \frac{\partial \cdot (v \cdot \sin. \theta')}{\partial \theta} \right\} \quad (5)$$

& ces deux équations tiendront lieu de l'équation (3), parce que p étant indéterminé, si ces équations sont satisfaites, on pourra déterminer p , de manière que l'équation (3) soit pareillement satisfaite; mais p disparaissant, comme on l'a vu, de l'équation à la surface supérieure, il faut pour les points de cette surface, non-seulement que les équations (4) & (5) soient satisfaites, mais que l'équation (3) le soit encore, en y supposant $dp = 0$; voyons ce que devient alors cette équation.

- V.

SOIT G l'attraction du sphéroïde & du fluide à l'origine du mouvement sur un point m de la surface, pour lequel l'angle mCa étoit $= \theta + au$, le rayon $Cm = 1 + q\lambda + l\gamma + aqu \cdot \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta} + alu \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) \right)$, & la longitude $= \sigma + nt + av$; soit encore \mathcal{C} la droite suivant laquelle agit cette attraction; cette droite coïncide avec le rayon Cm , aux quantités près de l'ordre q , en sorte que si l'on fait pour abrégér $Cm = s'$; on pourra supposer $d\mathcal{C} = ds' + qdN$, N étant fonction de θ ; maintenant l'équation (3) donne dans le cas de l'équilibre,

$$\left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right) = 0, \left(\frac{\partial \pi}{\partial r} \right) = 0, \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) = 0, \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) = 0;$$

de plus, comme il s'agit d'un point placé à la surface, il y faut supposer $dp = 0$; si donc l'on observe que dans ce cas $s + ar = s'$, & que la somme des termes $Fdf + F'df + \dots$, est égale à l'attraction du sphéroïde & du fluide multipliée par l'élément de la direction, & par conséquent égale à $G(ds' + qdN)$, on aura

$$\frac{r^2}{2} \cdot d \cdot [s' \cdot \sin. (\theta + au)]^2 = G(ds' + qdN).$$

Lorsque le point N arrive pendant l'oscillation sur le rayon Cm , il ne se trouve point à la distance s' du centre C , mais à la distance $s + ar$; la différence est $s + ar - s'$,

$$\text{ou, } a \cdot [r - qu(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}) - lu(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta})]; \text{ soit } r - qu(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}) - lu(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}) = y; \text{ en sorte que } ay \text{ exprime la hauteur du}$$

point N du fluide au-dessus de la surface d'équilibre, que nous regarderons comme le véritable niveau du fluide; l'attraction du sphéroïde & du fluide tels qu'ils étoient à l'origine du mouvement, sur le point N , ne diffère de G , que d'une quantité de l'ordre ay . Soit $G + ayH$ cette attraction; elle n'agit plus comme précédemment suivant la droite \mathcal{C} , mais suivant une nouvelle droite \mathcal{C}' , dont la direction coïncideroit avec celle du rayon Cm , si l'on avoit $l = 0$ & $q = 0$, & qui seroit égale à \mathcal{C} , si l'on avoit $ay = 0$; on peut donc supposer $d\mathcal{C}' = ds' + ady + qdN + aqy dN'$; l'attraction du fluide & du sphéroïde, tels qu'ils étoient à l'origine sur le point N , placé à la distance $s + ar$ du centre C , cette attraction, dis-je, multipliée par l'élément de la direction, est conséquemment égale à $(G + ayH) \cdot (ds' + ady + qdN + aqy dN')$; donc si l'on néglige les quantités des ordres ayq , an^2r , an^2qu , & si l'on observe en même temps que ds' est de l'ordre $q\partial\theta$, & que G est aux quantités près de l'ordre q , égal à la pesanteur g ; on aura

$$(G + ayH) \cdot d\mathcal{C}' - \frac{r^2}{2} \cdot d \cdot [(s + ar) \cdot \sin. (\theta + au)]^2 = ag \cdot dy.$$

Après le temps t , le fluide n'a plus la même figure qu'à l'origine du mouvement, & l'attraction de la masse du fluide est visiblement égale à ce qu'elle étoit à l'origine, plus à l'attraction de la différence de deux sphéroïdes de même densité que le fluide, dont l'un auroit s' , & l'autre $s' + ay$ pour rayon; cette attraction est aux quantités près de l'ordre ayq , la même que la différence des attractions d'une sphère de même densité que le fluide, & dont le rayon est 1, & d'un sphéroïde de pareille densité, & dont le rayon est $1 + ay$; soit donc ayA cette différence d'attractions, & e la droite suivant laquelle elle agit; on aura pour l'attraction du sphéroïde & du fluide, après le temps t , multipliée par l'élément de la direction, $(G + ayH) dG' + ayA de$.

Considérons maintenant un astre quelconque S , dont la distance au centre C soit h , & la distance au point N soit f , f étant fonction de $s + ar$, $\theta + au$, $\varpi + nt + v$; & des quantités qui déterminent la position de l'astre S ;

on aura $\frac{S}{f^2}$ pour l'action de cet astre sur le point N ; en multipliant cette force par l'élément df de la direction,

on aura $-Sd. \frac{1}{f}$ pour produit. Comme nous ne nous

proposons pas ici de déterminer les oscillations absolues du fluide dans l'espace, mais les oscillations sur le sphéroïde, nous supposons le centre C immobile; il faut conséquemment transporter en sens contraire au point N l'action de S sur C ; pour cela, concevons que l'action à transporter soit celle de S sur un point R , éloigné du centre C de la distance $CR = a$; cette action multipliée par

l'élément de la direction, sera $-Sd. \frac{1}{f}$, f étant ce que

devient f , lorsqu'on y change $s + ar$ en a ; or l'action de S sur R , transportée au point N , est la même que l'action d'un second astre S' , égal en tout au premier, & situé par rapport à N , de la même manière que S l'est par rapport à R ; en prenant donc C' , tel que $C'N = CR$, C'

pourra

pourra être considéré comme le centre des angles différentiels $\partial \theta$ & $\partial \varpi$, dans la différence $d \frac{1}{f}$; mais si l'on transporte le centre de ces angles au point C , il est clair qu'il faut alors changer dans $d \frac{1}{f}$, $\partial \theta$ en $\frac{(s+a) \partial \theta}{a}$, $\partial \varpi$ en $\frac{(s+a) \partial \varpi}{a}$, & ∂a en $\partial s + a \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right) \partial s$. Soit $(d \frac{1}{f})$ ce que devient alors $d \frac{1}{f}$; si l'on fait ensuite dans cette quantité $a = 0$, on aura $S(d \frac{1}{f})$ pour l'attraction de S sur C , transportée en sens contraire au point N , & multipliée par l'élément de la direction; l'attraction de l'astre S produit donc, en vertu de la supposition du centre C immobile, les deux termes $+ S d \frac{1}{f} - S(d \frac{1}{f})$, dans le second membre de l'équation (3).

Nous observerons ici que par la même raison pour laquelle nous avons transporté en sens contraire au point N , l'action de S sur le centre C , on doit également transporter en sens contraire à ce même point, l'attraction sur le point C d'un sphéroïde dont la densité est δ , & le rayon $1 + ay$, moins l'attraction d'une sphère de même densité, & dont le rayon est 1 , & comme cette dernière attraction est évidemment nulle, il suffit de transporter en sens contraire au point N , l'action du sphéroïde précédent sur le point C ; mais il est aisé de s'assurer *à priori*, que cette action doit être nulle; car c'est un théorème connu & facile à démontrer, que si un nombre indéfini de corpuscules très-voisins les uns des autres sont attirés par un astre éloigné, le centre de gravité du système de ces corpuscules est attiré de la même manière, que s'ils étoient tous réunis à leur centre commun de gravité; on sait d'ailleurs que la position de ce centre ne change point par l'action mutuelle des corpuscules les uns sur les autres; en rapprochant ces deux théorèmes, il est aisé d'en conclure

que le point C étant à l'origine du mouvement, le centre de gravité du fluide & du sphéroïde qu'il recouvre, si on lui transporte à chaque instant en sens contraire, l'action qu'il éprouve de la part de l'astre S que nous supposons ici à une distance considérable de la Planète, ce point restera immobile, & sera toujours le lieu du centre de gravité du fluide & du sphéroïde; d'où il résulte que l'action du fluide sur ce point, sera toujours nulle. On pourra d'ailleurs s'en assurer à *posteriori*, lorsque nous aurons déterminé la valeur de y . Nous négligeons encore l'attraction du fluide sur le sphéroïde qu'il recouvre, & la pression qu'il exerce lorsqu'il est dérangé de son état d'équilibre. Ces deux forces doivent produire de petits changemens dans la position de l'axe de rotation du sphéroïde; & dans le mouvement même de rotation, ce qui peut influer sur les valeurs de u , v & y ; mais ces changemens sont de l'ordre $\alpha y q$, puisqu'ils seroient nuls si l'on avoit $y = 0$, ou si le sphéroïde étoit une sphère; nous pouvons donc ici nous permettre de les négliger. Au reste, le calcul de ces altérations est très-intéressant, puisqu'elles peuvent influer sur la nutation de l'axe de la Terre, & sur la précession des Équinoxes; nous le donnerons dans la suite de ces recherches.

Si l'on suppose maintenant dans l'équation (3), $dp = 0$; & que l'on considère qu'à la surface, ∂s est de l'ordre $q \partial \theta$, & que l'on peut supposer $s = 1$, on aura pour tous les points de cette surface,

$$\left. \begin{aligned} & \alpha \partial \theta . \left[\left(\frac{\partial \partial u}{\partial r^2} \right) - 2 n \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) . \sin. \theta . \cos. \theta \right] \\ & + \alpha \partial \varpi . \left[\sin. \theta^2 . \left(\frac{\partial \partial v}{\partial r^2} \right) + 2 n \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) . \sin. \theta . \cos. \theta \right] \\ & = - \alpha g dy - \alpha y A . \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \partial \theta + \left(\frac{\partial^2}{\partial \varpi^2} \right) \partial \varpi \right] \\ & + S . \left[d . \frac{1}{f} - \left(d . \frac{1}{f} \right) \right] \end{aligned} \right\} (\gamma).$$

Soit présentement, l'angle SCa , & ϕ la longitude de l'astre S ; la différence des longitudes de l'astre & du point N , sera donc $\phi - nt - \alpha v$; nommons \downarrow cette différence; cela posé,

la distance perpendiculaire de l'astre au plan de l'Équateur est $h \cdot \cos. v$; la distance à l'axe Ca est $h \sin. v$; donc la distance au Méridien qui passe par le point N , est $h \sin. v \cdot \sin. \psi$, & la distance au plan qui passant par le centre C est perpendiculaire à l'Équateur & au Méridien du point N , est $h \sin. v \cdot \cos. \psi$; on aura les distances respectives du point N à ces mêmes plans, en changeant dans les quantités précédentes v en $\theta + au$, h en $s + ar$, & en y supposant $\psi = 0$; on aura donc

$$f = [h \cos. v - (s + ar) \cdot \cos. (\theta + au)]^2 + h^2 \sin. v^2 \sin. \psi^2 \\ + [h \sin. v \cdot \cos. \psi - (s + ar) \cdot \sin. (\theta + au)]^2;$$

d'où l'on tire

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{h^2} \cdot \left\{ 1 + \frac{(s + ar)^2}{h^2} \cdot [\cos. v \cdot \cos. (\theta + au) + \sin. (\theta + au) \cdot \sin. v \cdot \cos. \psi] - \frac{(s + ar)^2}{2 h^2} \right. \\ \left. + \frac{3(s + ar)^2}{2 h^2} \cdot [\cos. v \cdot \cos. (\theta + au) + \sin. (\theta + au) \cdot \sin. v \cdot \cos. \psi]^2 + \dots \right\}$$

si l'on change dans cette expression de $\frac{1}{f}$, $s + ar$ en a ,

on aura $\frac{1}{f}$; donc si l'on suppose h très-grand, que l'on fasse

$\frac{3S}{2h^2} = aK$, & que l'on observe qu'à la surface, ∂s est de l'ordre $q \partial \theta$, & que s est à très-peu-près égal à 1, on aura

$$S[d \frac{1}{f} - (d \cdot \frac{1}{f})] = aK \cdot d \cdot [\cos. \theta \cdot \cos. v + \sin. \theta \cdot \sin. v \cdot \cos. (\varphi - n\lambda - \omega)]^2;$$

Il est aisé de voir que $-ayA \cdot (\frac{\partial a}{\partial \theta})$ est l'attraction perpendiculaire à CN dans le plan du Méridien, d'un sphéroïde dont le rayon est $1 + ay$, & dont la densité est A , & que $-\frac{ayA}{\sin. \theta} \cdot (\frac{\partial a}{\partial \varphi})$, est l'attraction du même sphéroïde, perpendiculairement au plan NCa , ou dans le sens

du parallèle; nommant donc $a \delta B$ la première de ces attractions, & $a \delta C$ la seconde, on aura

$$-ayA[(\frac{\partial a}{\partial \theta})\partial\theta + (\frac{\partial a}{\partial \varpi})\partial\varpi] = a\delta B.\partial\theta + a\delta C.\partial\varpi.\sin.\theta.$$

Les quantités B & C ont entr'elles un rapport remarquable; & qui nous sera utile dans la suite; nommons f la distance d'une molécule quelconque infiniment petite du sphéroïde que nous venons de considérer, au point N ; soit m la masse de cette molécule; son attraction sur le point N , perpendiculairement à CN dans le plan du Méridien NCa , est $-\frac{m}{s+ar} \cdot (\frac{\partial}{\partial \theta} \cdot \frac{1}{f})$, & son attraction perpendicu-

lairement au plan NCa , est $-\frac{m}{(s+ar)\sin.\theta} \cdot (\frac{\partial}{\partial \varpi} \cdot \frac{1}{f})$;

soit b la première de ces attractions, & c la seconde, on aura $(\frac{\partial b}{\partial \varpi}) = (\frac{\partial c \sin.\theta}{\partial \theta})$; cette équation ayant lieu, quelle que soit la position de la molécule m , il est clair que la même relation doit exister encore entre les deux attractions du sphéroïde entier, en sorte que l'on a $(\frac{\partial B}{\partial \varpi}) = (\frac{\partial (C \sin.\theta)}{\partial \theta})$.

En faisant les substitutions précédentes dans l'équation (γ) , elle se changera dans la suivante,

$$\begin{aligned} & \partial\theta \cdot [(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}) - 2n(\frac{\partial u}{\partial r}) \cdot \sin.\theta \cdot \cos.\theta] \\ & + \partial\varpi \cdot [\sin.\theta^2 \cdot (\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}) + 2n(\frac{\partial u}{\partial r}) \cdot \sin.\theta \cdot \cos.\theta] \\ = & -g(\frac{\partial y}{\partial \theta})\partial\theta - g(\frac{\partial y}{\partial \varpi})\partial\varpi + \delta B\partial\theta + \delta C.\partial\varpi.\sin.\theta \\ & + K\partial\theta \cdot \left\{ \sin.2\theta \cdot [\frac{1}{2}\sin.v^2 - \cos.v^2 + \frac{1}{2}\sin.v^2 \cdot \cos.(2\varphi - 2nt - 2\varpi)] \right. \\ & \left. + 2\cos.2\theta \cdot \sin.v \cdot \cos.v \cdot \cos.(\varphi - nt - \varpi) \right\} \\ & + K\partial\varpi \cdot \sin.v \cdot \cos.v \cdot \sin.2\theta \cdot \sin.(\varphi - nt - \varpi) \\ & + K\partial\varpi \cdot \sin.v^2 \cdot \sin.\theta^2 \cdot \sin.(2\varphi - 2nt - 2\varpi). \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & \partial\theta \cdot [(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}) - 2n(\frac{\partial u}{\partial r}) \cdot \sin.\theta \cdot \cos.\theta] \\ & + \partial\varpi \cdot [\sin.\theta^2 \cdot (\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}) + 2n(\frac{\partial u}{\partial r}) \cdot \sin.\theta \cdot \cos.\theta] \right\} (\gamma') \end{aligned}$$

V I.

REPRENONS l'équation (1) de l'article II; si l'on ne fait varier s que de la profondeur du fluide, cette profondeur étant supposée fort petite, on peut en intégrant cette équation, considérer dans toute l'étendue de l'intégrale les quantités s & $s^2 [(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) + u \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta}]$, comme constantes, & comme étant les mêmes qu'à la surface du fluide, ce qui donne en intégrant l'équation depuis la surface du sphéroïde, jusqu'à celle du fluide,

$$s^2 \cdot r + s^2 \cdot l \gamma \cdot [(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) + u \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta}] - s^2(r) = 0;$$

(r) étant ce que devient r à la surface du sphéroïde; or on

$$a(r) = qu(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}); \text{ donc}$$

$$r = -l \gamma [(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) + u \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta}] + qu(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}).$$

Partant y étant égal à $r - qu(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}) - lu(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta})$, on a

$$y = -l \gamma \cdot [(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) + u \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta}] - lu(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}); (6)$$

rapprichons maintenant toutes les équations auxquelles nous devons satisfaire; nous aurons d'abord l'équation (6); de plus, comme dans l'équation (γ), les différentielles $\partial \varpi$ & $\partial \theta$, sont entièrement indépendantes, elle donnera les suivantes

$$(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}) - 2n(\frac{\partial v}{\partial r}) \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta$$

$$= -g(\frac{\partial y}{\partial \theta}) + \delta B$$

$$+ K \left\{ \begin{aligned} & \sin. 2\theta \cdot [\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 \cdot \cos. (2\phi - 2nt - 2\varpi)] \\ & + 2 \cos. 2\theta \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \cos. (\phi - nt - \varpi) \end{aligned} \right\} (7)$$

N^o MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
ou en substituant au lieu de y , la valeur

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) - 2n \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \\
 = & \lg \gamma \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + 2 \lg \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \lg u \cdot \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial \theta^2} \right) + \lg \gamma \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial t} \right) \\
 & + \lg \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) + \lg \gamma \cdot \left[\partial \cdot u \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] \\
 & + \lg \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) \cdot \frac{\pi \cdot \cos. \theta}{\sin. \theta} + \Delta B \\
 & + K \cdot \left\{ \begin{aligned} & \sin. 2\theta \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. \gamma^2 - \cos. \gamma^2 + \frac{1}{2} \sin. \gamma^2 \cdot \cos. (2\phi - 2nt - 2\pi) \right] \\ & + 2 \cos. 2\theta \cdot \sin. \gamma \cdot \cos. \gamma \cdot \cos. (\phi - nt - \pi) \end{aligned} \right\}
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \cdot \sin. \theta^2 + 2n \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \\
 = & -g \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) + \Delta \cdot C \cdot \sin. \theta \\
 & + K \cdot \sin. \gamma \cdot \cos. \gamma \cdot \sin. 2\theta \cdot \sin. (\phi - nt - \pi) \\
 & + K \sin. \gamma^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \sin. (2\phi - 2nt - 2\pi)
 \end{aligned} \tag{9}$$

ou, en substituant au lieu de y , la valeur

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \cdot \sin. \theta^2 + 2n \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \\
 = & \lg \gamma \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + \lg \gamma \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial t} \right) + \lg \gamma \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \\
 & + \lg \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \Delta C \cdot \sin. \theta \\
 & + K \cdot \sin. \gamma \cdot \cos. \gamma \cdot \sin. 2\theta \cdot \sin. (\phi - nt - \pi) \\
 & + K \cdot \sin. \gamma^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \sin. (2\phi - 2nt - 2\pi)
 \end{aligned} \tag{10}$$

Il faut ensuite satisfaire pour tous les points du fluide, aux
deux équations,

$$\left\{ \frac{\partial \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) - 2 n \sin. \theta . \cos. \theta . v \right]}{\partial \varpi} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{\partial \cdot \left[\sin. \theta^2 \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) + 2 n u . \sin. \theta . \cos. \theta \right]}{\partial \theta} \right\} \quad (4)$$

$$\left\{ \frac{\partial \cdot \left[s^2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) - 2 n s^2 v . \sin. \theta . \cos. \theta \right]}{\partial s} \right\}$$

$$= - 2 n s \left\{ \frac{\partial \cdot v \sin. \theta^2}{\partial \theta} \right\} \quad (5).$$

Il faut enfin satisfaire à ces conditions, que l'on ait à l'origine du mouvement $y = 0$, $\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) = 0$, $u = 0$, $\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0$, $v = 0$, & $\left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) = 0$.

V I I.

SUPPOSONS d'abord que la Planète & le fluide n'ont aucun mouvement de rotation, & qu'à l'origine du mouvement, leurs figures ont été sphériques; il faut faire alors dans les équations précédentes, $n = 0$ & $\gamma = 1$, ce qui réduit les équations (6), (8) & (10) aux suivantes,

$$y = - 1 \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right) + u \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) &= 1g \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + 1g \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \varpi \partial \theta} \right) + 1g \cdot \left[\partial \cdot u \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] \\ &+ \partial \cdot B \\ &+ K \cdot \sin. 2 \theta \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. \gamma^2 - \cos. \gamma^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sin. \gamma^2 \cdot \cos. (2 \varphi - 2 \varpi) \right] \\ &+ 2 K \cdot \cos. 2 \theta \cdot \sin. \gamma \cdot \cos. \gamma \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} \right) \cdot \sin. \theta^2 &= 1g. \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \varpi^2} \right) + 1g. \left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial \varpi \partial \theta} \right) + 1g. \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot \left(\frac{\partial \pi}{\partial \varpi} \right) \\ &+ \Delta C \cdot \sin. \theta \\ &+ K \cdot \sin. \tau \cdot \cos. \tau \cdot \sin. 2 \theta \cdot \sin. (\varphi - \pi) \\ &+ K \cdot \sin. \tau^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \sin. (2 \varphi - 2 \pi) \end{aligned} \right\} (13)$$

l'équation (4) donne en y faisant $n = 0$, & en l'intégrant par rapport à τ ,

$$\left(\frac{\partial \pi}{\partial \varpi} \right) = \left[\frac{\partial \cdot v \sin. \theta^2}{\partial \theta} \right] (14)$$

& l'équation (5) donne

$$\left[\frac{\partial \cdot \tau^2 \pi}{\partial \tau} \right] = 0 (15)$$

Supposons d'abord le fluide infiniment rare, ou $\Delta = 0$, & cherchons les valeurs de u & de v , qui peuvent satisfaire à ces équations; en considérant l'équation (12), il est assez naturel de croire que l'expression de u , peut avoir la forme suivante,

$$u = x \cdot \sin. 2 \theta + z \cdot \cos. 2 \theta;$$

x & z étant fonctions de ϖ & de τ , sans θ ; voyons conséquemment si cette supposition peut se soutenir, & quelles sont les valeurs de u & de v qui en résultent,

En substituant la valeur précédente de u , dans l'équation (14), on aura

$$\left[\frac{\partial \cdot v \sin. \theta^2}{\partial \theta} \right] = \sin. 2 \theta \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) + \cos. 2 \theta \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial \varpi} \right);$$

d'où l'on tire en intégrant par rapport à θ ,

$$v \cdot \sin. \theta^2 = -\frac{1}{2} \cdot \cos. 2 \theta \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) + \frac{1}{2} \cdot \sin. 2 \theta \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial \varpi} \right) + H;$$

H étant une constante qui sera fonction de ϖ & de τ , sans θ ; donc

$$v = \frac{\sin. 2 \theta}{2 \sin. \theta^2} \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial \varpi} \right) - \frac{\cos. 2 \theta}{2 \sin. \theta^2} \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) + \frac{H}{\sin. \theta^2}.$$

On peut mettre cette expression de v sous une forme un peu plus simple, en considérant que l'on a

$$\sin. 2 \theta = 2 \sin. \theta \cdot \cos. \theta, \quad 1 - \cos. 2 \theta = 2 \sin. \theta^2,$$

& que

& que l'on peut supposer $H = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) + H'$,
 H' ne renfermant point θ ; on aura ainsi

$$v = \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial \varpi} \right) + \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) + \frac{H'}{\sin. \theta^2};$$

substituant maintenant ces valeurs de u & de v dans l'équation (12), elle deviendra

$$\begin{aligned} & \sin. 2\theta \cdot \left(\frac{\partial \partial x}{\partial r^2} \right) + \cos. 2\theta \cdot \left(\frac{\partial \partial z}{\partial r^2} \right) \\ &= -6 \lg x \cdot \sin. 2\theta - 4 \lg z \cdot \cos. 2\theta + \lg \cdot \left(\frac{\partial \partial z}{\partial \varpi^2} \right) \cdot \left[\partial \cdot \left(\frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right) \right] \\ & \quad + \lg z \cdot \left[\partial \cdot \left(\frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot \cos. 2\theta \right) \right] - 2 \lg \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta^2} \cdot \left(\frac{\partial H'}{\partial \varpi} \right) \\ & \quad + K \cdot \sin. 2\theta \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi) \right] \\ & \quad + 2 K \cdot \cos. 2\theta \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \cos. (\varphi - \varpi); \end{aligned}$$

il est aisé de voir que cette équation peut se simplifier par la supposition de $\left(\frac{\partial \partial z}{\partial \varpi^2} \right) = -z$, & qu'alors la somme des deux termes,

$$\lg \cdot \left(\frac{\partial \partial z}{\partial \varpi^2} \right) \cdot \left[\partial \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right], \text{ \& } \lg z \cdot \left[\partial \cdot \left(\frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot \cos. 2\theta \right) \right],$$

se réduit au terme $-2 \lg z \cdot \cos. 2\theta$; l'équation précédente devient ainsi

$$\begin{aligned} & \sin. 2\theta \cdot \left\{ \left(\frac{\partial \partial x}{\partial r^2} \right) + 6 \lg x - K \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi) \right] \right\} \\ & + \cos. 2\theta \cdot \left\{ \left(\frac{\partial \partial z}{\partial r^2} \right) + 6 \lg z - 2 K \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \right\} \\ & \quad + 2 \lg \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta^2} \cdot \left(\frac{\partial H'}{\partial \varpi} \right) = 0, \end{aligned}$$

en égalant séparément à zéro, les coefficients de $\sin. 2\theta$ & de $\cos. 2\theta$, on aura les trois équations suivantes,

Mém. 1775.

P

$$0 = \left(\frac{\partial^2 x}{\partial r^2} \right) + 6 \lg x - K. \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 . \cos. (2\varphi - 2\varpi) \right] \quad (16)$$

$$0 = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial r^2} \right) + 6 \lg z - 2 K. \sin. v . \cos. v . \cos. (\varphi - \varpi) \quad (17)$$

$$0 = \left(\frac{\partial H}{\partial \varpi} \right) \quad (18).$$

Voyons maintenant si ces mêmes équations satisfont à l'équation (13). En y substituant au lieu de u & de v leurs valeurs, & supposant comme ci-dessus $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial \varpi^2} \right) = -z$, elle devient

$$\begin{aligned} & \sin. 2\theta . \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial \varpi \partial r^2} \right) + 3 \lg. \left(\frac{\partial z}{\partial \varpi} \right) - K. \sin. v . \cos. v . \sin. (\varphi - \varpi) \right] \\ & + \sin. \theta^2 \left\{ \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi \partial r^2} \right) - \frac{\lg}{\sin. \theta^2} . \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi^3} \right) - 2 \lg . \frac{\cos. 2\theta}{\sin. \theta^2} . \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) \right. \\ & \quad \left. - 2 \lg \frac{\cos. \theta^2}{\sin. \theta^2} . \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) - K. \sin. v^2 . \sin. (2\varphi - 2\varpi) \right\} \\ & + \left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} \right) - \lg . \left(\frac{\partial^2 H}{\partial \varpi^2} \right) = 0; \end{aligned}$$

en égalant à zéro le coefficient de $\sin. 2\theta$, on aura

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial \varpi \partial r^2} \right) + 6 \lg. \left(\frac{\partial z}{\partial \varpi} \right) - 2 K. \sin. v . \cos. v . \sin. (\varphi - \varpi) = 0,$$

équation qui résulte de l'équation (17), en la différentiant par rapport à ϖ ; si l'on égale pareillement à zéro le coefficient de $\sin. \theta^2$, on aura en observant que $\cos. 2\theta = 1 - 2 \sin. \theta^2$,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi \partial r^2} \right) - \frac{\lg}{\sin. \theta^2} . \left[\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi^3} \right) + 4 \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) \right] + 6 \lg . \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) \\ - K. \sin. v^2 . \sin. (2\varphi - 2\varpi) = 0; \end{aligned}$$

si l'on suppose $\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi^3} \right) = -4 \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right)$, l'équation précédente donnera

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial \varpi \partial r^2} \right) + 6 \lg. \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right) - K. \sin. v^2 . \sin. (2\varphi - 2\varpi) = 0;$$

or cette équation résulte de l'équation (16), en la différenciant par rapport. à ϖ ;

on aura enfin $\delta = \left(\frac{\partial^2 H'}{\partial r^2} \right) - \lg. \left(\frac{\partial^2 H'}{\partial \varpi^2} \right) \frac{1}{\sin. \theta}$; or on satisfera

à cette équation & à l'équation (18), en supposant $H' = 0$.

V I I I.

REPRENONS les équations

$$0 = \left(\frac{\partial^2 x}{\partial r^2} \right) + 6 \lg. x - K. \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 \cdot \cos. (2\phi - 2\varpi) \right] \quad (16)$$

$$0 = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial r^2} \right) + 6 \lg. z - 2 K. \sin. v \cdot \cos. v \cdot \cos. (\phi - \varpi) \quad (17);$$

leurs intégrales renferment chacune deux constantes arbitraires, au moyen desquelles on peut remplir les conditions de

$$x=0, \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)=0, v=0, \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)=0, \gamma=0, \left(\frac{\partial \gamma}{\partial t} \right)=0,$$

à l'origine du mouvement; car il est aisé de voir par ce qui précède, que ces conditions seront remplies, si l'on a à

$$\text{cette origine, } x=0, \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)=0, z=0, \& \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)=0;$$

mais comme nous ne sommes arrivés aux équations (16) & (17), qu'en supposant

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial \varpi^2} \right) = -z, \& \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \varpi^2} \right) = -4 \left(\frac{\partial x}{\partial \varpi} \right),$$

il faut avant que de les admettre, s'assurer si ces nouvelles équations sont compatibles avec elles; pour cela, différencions deux fois de suite, l'équation (17) par rapport à ϖ ; en

faisant $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial \varpi^2} \right) = -z'$, nous aurons l'équation suivante,

$$0 = \left(\frac{\partial^2 z'}{\partial r^2} \right) + 6 \lg. z' - 2 K. \sin. v \cdot \cos. v \cdot \cos. (\phi - \varpi).$$

Cette équation est précisément la même que l'équation (17); de plus, les deux constantes arbitraires de son intégrale sont encore les mêmes que celles de l'équation (17); car puisqu'à l'origine du mouvement, on a $z=0$, & $\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)=0$,

on aura pareillement à cette origine $(\frac{\partial^2 z}{\partial \varpi^2}) = 0$, ou $z' = 0$,
 & $(\frac{\partial^3 z}{\partial \varpi^2 \partial t}) = 0$, ou $(\frac{\partial^2 z'}{\partial t}) = 0$; donc les constantes
 arbitraires de l'équation en z' sont déterminées par les mêmes
 conditions que celles de l'équation en z ; partant $z = z'$,
 ou $(\frac{\partial^2 z}{\partial \varpi^2}) = -z$.

Pareillement, si l'on différencie l'équation (16) une fois
 par rapport à ϖ , & que l'on fasse $(\frac{\partial x}{\partial \varpi}) = x'$, on aura
 $0 = (\frac{\partial^2 x'}{\partial t^2}) + 6lg.x' - K.\sin.\vartheta^2.\sin.(2\varphi - 2\varpi)$;
 si l'on différencie cette dernière équation deux fois de suite
 par rapport à ϖ , & que l'on fasse $(\frac{\partial^2 x'}{\partial \varpi^2}) = -4x''$, on aura
 $0 = (\frac{\partial^2 x''}{\partial t^2}) + 6lg.x'' - K.\sin.\vartheta^2.\sin.(2\varphi - 2\varpi)$;
 cette équation est la même que l'équation en x' ; de plus, les
 constantes arbitraires sont les mêmes, puisqu'ayant à l'origine
 du mouvement $x = 0$, & $(\frac{\partial x}{\partial t}) = 0$, on a à cette même
 origine, $(\frac{\partial x}{\partial \varpi}) = 0$, ou $x' = 0$, $(\frac{\partial^2 x}{\partial \varpi \partial t}) = 0$, ou $(\frac{\partial x'}{\partial t}) = 0$,
 $(\frac{\partial^2 x}{\partial \varpi^2}) = 0$, ou $x'' = 0$, & $(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi^2 \partial t}) = 0$, ou $(\frac{\partial x''}{\partial t}) = 0$;
 on a donc $x' = x''$; partant $(\frac{\partial^2 x'}{\partial \varpi^2}) = -4x'$, ou
 $(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi^3}) = -4(\frac{\partial x}{\partial \varpi})$.

Il résulte de-là que les valeurs de u & de v , ont été bien choisies,
 puisqu'elles satisfont aux équations (12), (13) & (14), &
 aux conditions primitives du mouvement; rassemblant donc
 les expressions précédentes, nous aurons

$$u = x.\sin.2\theta + z.\cos.2\theta,$$

$$v = \frac{\cos.\theta}{\sin.\theta} \cdot (\frac{\partial z}{\partial \varpi}) + (\frac{\partial x}{\partial \varpi});$$

l'équation (11) donnera

$$y = l[3z \cdot \sin. 2\theta - 3x \cdot \cos. 2\theta - x - (\frac{\partial^2 x}{\partial \theta^2})],$$

& l'on déterminera x & z , au moyen des deux équations

$$0 = (\frac{\partial^2 x}{\partial r^2}) + 6lg \cdot x - K[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 \cdot \cos. (2\phi - 2\varpi)] \quad (16)$$

$$0 = (\frac{\partial^2 z}{\partial r^2}) + 6lg \cdot z - 2K \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \cos. (\phi - \varpi) \quad (17).$$

Les équations précédentes servent à déterminer le mouvement du fluide à la surface; on aura celui de tous les points intérieurs, en considérant que l'équation (15) donne en l'intégrant, $s^2 u$ égal à une fonction indépendante de s ; donc s étant toujours très-peu différent de l'unité, l'expression de u sera la même pour tous les points originairement situés sur le même rayon CN . Il est facile de conclure pareillement de l'équation (14) que la valeur de v est la même pour tous ces points; enfin l'équation (1) donne en l'intégrant, & en considérant que la profondeur du fluide est toujours fort petite,

$$r = -\sigma \cdot [(\frac{\partial x}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \theta}) + u \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta}] + qu(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}).$$

σ étant la distance primitive du point du fluide que l'on considère à la surface du sphéroïde; la détermination du mouvement de tous les points du fluide, se trouve ainsi réduite à l'intégration des équations (16) & (17); or la loi du mouvement de l'astre étant supposée connue, on aura h , v & ϕ en fonctions du temps t ; ainsi on pourra intégrer ces équations par les méthodes connues.

I X.

NOUS avons supposé dans les articles précédens, la densité Δ du fluide égale à zéro, & cela nous étoit nécessaire pour connoître la figure qu'il peut prendre; supposons maintenant Δ quelconque; pour intégrer dans cette supposition les équations (12) & (13) de l'article VII, il est nécessaire de connoître ΔB & ΔC ; nous avons vu (art. V) que $\alpha \Delta B$ est l'attraction horizontale dans le sens du méridien d'un sphéroïde dont la

densité est Δ , & le rayon $1 + ay$, & que $a\Delta C$ est l'attraction horizontale du même sphéroïde dans le sens du parallèle; or j'ai fait voir ci-dessus (*Voyez les Recherches précédentes sur la loi de la pesanteur à la surface des sphéroïdes homogènes*), que l'on a

$$a\Delta B = - a\Delta \iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \frac{\cos. q}{\sin. q} \cdot y',$$

$$\& a\Delta C = a\Delta \cdot \iint \partial p \partial q \cdot \frac{\cos. p}{\sin. q} \cdot y';$$

où l'on doit observer 1.^o que y' est pareille fonction de θ' & de ϖ' , que y l'est de θ & de ϖ ; 2.^o que l'on a

$$\cos. \theta' = \cos. \theta + 2 \sin. p^2 \cdot \sin. q \cdot \sin. (\theta - q) = \cos. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \cos. (\theta - 2q),$$

$$\& \sin. (\varpi' - \varpi) = \frac{2 \sin. p \cdot \cos. p \cdot \sin. q}{\sin. \theta'};$$

3.^o enfin que les doubles intégrales précédentes doivent être prises depuis p & q égaux à zéro, jusqu'à p & q égaux à 180° , & qu'ainsi l'on peut rejeter les termes de la forme $P \partial q \cdot \partial p \cdot \cos. p$, P ne renfermant que des puissances paires de $\cos. p$. Concevons, cela posé, que l'on ait comme précédemment,

$$y = l \cdot [3z \sin. 2\theta - 3x \cdot \cos. 2\theta - x - (\frac{\partial^2 x}{\partial \varpi^2})],$$

$$u = x \cdot \sin. 2\theta + z \cdot \cos. 2\theta,$$

$$\& v = \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot (\frac{\partial z}{\partial \varpi}) + (\frac{\partial x}{\partial \varpi});$$

x & z étant des fonctions de t & de ϖ sans θ , telles que l'on ait $(\frac{\partial^2 z}{\partial \varpi^2}) + z = 0$, & $(\frac{\partial^2 x}{\partial \varpi^2}) + 4(\frac{\partial x}{\partial \varpi}) = 0$;

en intégrant ces deux dernières équations, on aura

$$z = a \cdot \sin. (\varphi - \varpi) + b \cdot \cos. (\varphi - \varpi),$$

$$\& x = c + a' \cdot \sin. (2\varphi - 2\varpi) + b' \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi);$$

a, b, c, a', b' étant des fonctions de t sans ϖ ni θ ; en substituant ces valeurs de z & de x dans l'expression de y , on aura

$$\begin{aligned} y = & 2lc \cdot [1 - 3 \cos. \theta^2] \\ & + 6l \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot [a \cdot \sin. (\varphi - \varpi) + b \cdot \cos. (\varphi - \varpi)] \\ & + 6l \cdot \sin. \theta^2 \cdot [a' \cdot \sin. (2\varphi - 2\varpi) + b' \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi)]. \end{aligned}$$

Supposons pour plus de généralité,

$$y = \varepsilon. [3 \cos. \theta^2 - 1]$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a. \sin. (\varphi - \varpi) \\ + b. \cos. (\varphi - \varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot \left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + f^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots \\ + f^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r} \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a'. \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ + b'. \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta^3 \cdot \left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + p^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots \\ + p^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r} \end{array} \right\}$$

on aura

$$y' = \varepsilon. [3 \cos. \theta'^2 - 1]$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a. \sin. (\varphi - \varpi') \\ + b. \cos. (\varphi - \varpi') \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta' \cdot \cos. \theta' \cdot \left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + f^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a'. \sin. (2\varphi - 2\varpi') \\ + b'. \cos. (2\varphi - 2\varpi') \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta'^3 \cdot \left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + p^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

maintenant on a

$$\sin. (\varphi - \varpi') = \sin. (\varphi - \varpi) \cdot \cos. (\varpi' - \varpi) - \cos. (\varphi - \varpi) \cdot \sin. (\varpi' - \varpi)$$

$$\cos. (\varphi - \varpi') = \cos. (\varphi - \varpi) \cdot \cos. (\varpi' - \varpi) + \sin. (\varphi - \varpi) \cdot \sin. (\varpi' - \varpi)$$

$$\sin. (2\varphi - 2\varpi') = \sin. (2\varphi - 2\varpi) \cdot \cos. (2\varpi' - 2\varpi) - \cos. (2\varphi - 2\varpi) \cdot \sin. (2\varpi' - 2\varpi)$$

$$\cos. (2\varphi - 2\varpi') = \cos. (2\varphi - 2\varpi) \cdot \cos. (2\varpi' - 2\varpi) + \sin. (2\varphi - 2\varpi) \cdot \sin. (2\varpi' - 2\varpi);$$

donc

$$y' = \varepsilon. [3 \cos. \theta'^2 - 1]$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} a. \sin. (\varphi - \varpi) \\ + b. \cos. (\varphi - \varpi) \end{array} \right\} \cdot \cos. (\varpi' - \varpi) \\ \left\{ \begin{array}{l} + b. \sin. (\varphi - \varpi) \\ - a. \cos. (\varphi - \varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. (\varpi' - \varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta' \cdot \cos. \theta' \cdot \left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + f^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} a'. \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ + b'. \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{array} \right\} \cdot \cos. (2\varpi' - 2\varpi) \\ \left\{ \begin{array}{l} + b'. \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ - a'. \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. (2\varpi' - 2\varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta'^3 \cdot \left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + p^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

on tirera facilement des valeurs de $\cos. \theta'$ & de $\sin. (\varpi' - \varpi)$,

$$\begin{aligned}\cos. (\varpi' - \varpi) &= \frac{\sin. \theta - 2 \sin. p^2 \cdot \sin. q \cdot \cos. (\theta - q)}{\sin. \theta'} \\ \sin. (2 \varpi' - 2 \varpi) &= \frac{4 \cdot \sin. \theta \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot \sin. q + 4 \sin. p^2 \cdot \cos. p \cdot \sin. q \cdot \sin. (\theta - 2 q)}{\sin. \theta'^2} \\ \cos. (2 \varpi' - 2 \varpi) &= \frac{[\sin. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \sin. (\theta - 2 q)]^2 - 4 \sin. p^2 \cdot \cos. p^2 \cdot \sin. q^2}{\sin. \theta'^2};\end{aligned}$$

On aura, cela posé, en négligeant les termes qu'il est permis de négliger d'après la remarque que nous avons faite ci-dessus,

$$\begin{aligned}C &= \iint \partial p \partial q \cdot \frac{\cos. p}{\sin. q} \cdot y' \\ &= \left\{ \begin{aligned} &b \cdot \sin. (\varphi - \varpi) \\ &- a \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \iint 2 \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot \cos. \theta' \cdot \left\{ \begin{aligned} &f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ &+ f^{(2)} \cdot \sin. \theta'^{2'} \end{aligned} \right\} \\ &+ \left\{ \begin{aligned} &b' \cdot \sin. (2 \varphi - 2 \varpi) \\ &- a' \cdot \cos. (2 \varphi - 2 \varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \iint 4 \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^4 \cdot \sin. \theta \cdot \left\{ \begin{aligned} &p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ &+ p^{(2)} \cdot \sin. \theta'^{2'} \end{aligned} \right\} \\ &+ \left\{ \begin{aligned} &b' \cdot \sin. (2 \varphi - 2 \varpi) \\ &- a' \cdot \cos. (2 \varphi - 2 \varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \iint 4 \partial p \partial q \cdot \sin. p^3 \cdot \cos. p^2 \cdot \sin. (\theta - 2 q) \cdot \left\{ \begin{aligned} &p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ &+ p^{(2)} \cdot \sin. \theta'^{2'} \end{aligned} \right\}\end{aligned}$$

or on a généralement,

$$\begin{aligned}&\int \partial q \cdot \sin. (\theta - 2 q) \cdot \sin. \theta'^{2\mu} \\ &= \int \partial q \cdot \sin. (\theta - 2 q) \cdot \{ 1 - [\cos. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \cos. (\theta - 2 q)]^2 \}^\mu = 0;\end{aligned}$$

en prenant l'intégrale depuis $q = 0$, jusqu'à $q = 180^\circ$;
on a de plus

$$\begin{aligned}&\iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot \cos. \theta'^{2\mu+1} \\ &= \iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot [\cos. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \cos. (\theta - 2 q)]^{\mu+1};\end{aligned}$$

si l'on considère maintenant que $\int \partial q \cdot \cos. (\theta - 2 q)^i = 0$,
lorsque i est impair, que $\int \partial q \cdot \cos. (\theta - 2 q)^i = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots i-1}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots i} \cdot \pi$,
lorsque i est un nombre pair, π étant le rapport de la demi-circonférence au rayon, & que

$$\int \partial p \cdot \sin. p \cdot \cos. p^{2i} (1 - \cos. p^2)^s = 2 \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2s}{(2i+1) \cdot (2i+3) \cdot (2i+5) \dots (2i+2s+1)};$$

on

on trouvera,

$$\iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot \cos. \theta^{2\mu+1}$$

$$= \frac{2\pi}{4\mu+5} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\cos. \theta^{2\mu+1} + \frac{2}{1} \cdot \frac{(2\mu+1) \cdot 2\mu}{(4\mu+3) \cdot (4\mu+1)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-1} \\ &+ \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \frac{(2\mu+1) \cdot 2\mu \cdot (2\mu-1) \cdot (2\mu-2)}{(4\mu+3) \cdot (4\mu+1) \cdot (4\mu-1) \cdot (4\mu-3)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-3} \\ &+ \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{(2\mu+1) \cdot \dots \cdot (2\mu-4)}{(4\mu+3) \cdot \dots \cdot (4\mu-7)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-5} \\ &+ \&c. \end{aligned} \right.$$

on aura pareillement,

$$\iint \partial p \cdot \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot \cos. \theta^{2\mu}$$

$$= \frac{2\pi}{4\mu+5} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\cos. \theta^{2\mu} + \frac{2}{1} \cdot \frac{2\mu \cdot (2\mu-1)}{(4\mu+3) \cdot (4\mu+1)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-2} \\ &+ \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \frac{2\mu \cdot (2\mu-1) \cdot (2\mu-2) \cdot (2\mu-3)}{(4\mu+3) \cdot (4\mu+1) \cdot (4\mu-1) \cdot (4\mu-3)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-4} \\ &+ \&c. \end{aligned} \right.$$

Si l'on substitue présentement au lieu de $\sin. \theta^{1/2}$, $1 - \cos. \theta^{1/2}$, dans la valeur précédente de C , & qu'après avoir intégré, on restitue $1 - \sin. \theta$, au lieu de $\cos. \theta^{1/2}$, on trouvera pour δC une expression de cette forme,

$$\delta C = \left\{ \begin{aligned} &b \cdot \sin. (\varphi - \varpi) \\ &- a \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \cos. \theta \cdot \left\{ \begin{aligned} &\lambda + \lambda^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + \lambda^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots \\ &+ \lambda^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r} \end{aligned} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{aligned} &b' \cdot \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ &- a' \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \sin. \theta \cdot \left\{ \begin{aligned} &\lambda + \lambda^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + \lambda^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots \\ &+ \lambda^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r} \end{aligned} \right\}$$

$\lambda, \lambda^{(1)}, \&c. \lambda, \lambda^{(1)}, \&c.$ étant des coefficients constants que l'on déterminera facilement par ce qui précède, & l'on aura

$$\lambda^{(r)} = \frac{4\delta \cdot \pi \cdot f^{(r)}}{4r+5}, \& \lambda^{(r)} = \frac{8\delta \cdot \pi \cdot p^{(r)}}{4r+5}; \text{ ayant ainsi } \delta C,$$

on aura sur le champ δB , par la remarque de l'article *V*; car

l'équation $(\frac{\partial B}{\partial \varpi}) = (\frac{\partial C \cdot \sin. \theta}{\partial \theta})$ que nous avons trouvée

dans cet article, donne $\delta B = \delta \cdot f(\frac{\partial C \cdot \sin. \theta}{\partial \theta}) \partial \varpi + \delta \cdot H,$

Mém. 1775.

Q

H étant une fonction de θ sans ϖ ; or B étant, comme on l'a vu, égal à $-\iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \frac{\cos. q}{\sin. q} \cdot y'$, il est clair que l'on aura $H = -\iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \frac{\cos. q}{\sin. q} \cdot (3 \cos. \theta'^2 - 1)$; d'où l'on tire $H = -\frac{12}{5} \pi \cdot \epsilon \cdot \sin. 2 \theta$.

Dans la question présente, nous avons

$$\epsilon = -2lc, r = 0, f = 6l, \& p = 6l;$$

partant,

$$\begin{aligned} \delta C = & [b \cdot \sin. (\varphi - \varpi) - a \cdot \cos. (\varphi - \varpi)] \cdot \frac{24}{5} \pi \delta l \cdot \cos. \theta \\ & + [b' \cdot \sin. (2\varphi - 2\varpi) - a' \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi)] \cdot \frac{48}{5} \pi \delta l \cdot \sin. \theta, \end{aligned}$$

$$\text{ou } \delta C = \frac{24}{5} \pi \delta l \cdot [\cos. \theta \cdot (\frac{\partial \zeta}{\partial \varpi}) + \sin. \theta \cdot (\frac{\partial x}{\partial \varpi})];$$

donc $a \delta C = \frac{24}{5} \pi a \delta l v \cdot \sin. \theta$; on aura pareillement,

$$\delta B = \frac{24}{5} \pi lc \sin. 2 \theta + \int (\frac{\partial C \sin. \theta}{\partial \theta}) \partial \varpi;$$

d'où l'on tirera facilement $a \delta B = \frac{24}{5} a \pi \delta l u$; les équations (12) & (13) deviendront ainsi,

$$(\frac{\partial \partial u}{\partial r^2}) = lg \cdot (\frac{\partial \partial u}{\partial \theta^2}) + lg \cdot (\frac{\partial \partial v}{\partial \varpi \partial \theta}) + lg \cdot \left[\partial \cdot \frac{u \cdot \cos. \theta}{\sin. \theta} \right] + \frac{24}{5} \pi \delta l \cdot u$$

$$+ K \cdot \left\{ \sin. 2 \theta \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi) \right] \right. \\ \left. + 2 \cos. 2 \theta \cdot \sin. v \cos. v \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \right\}$$

$$(\frac{\partial \partial v}{\partial r^2}) \cdot \sin. \theta^2 = lg \cdot (\frac{\partial \partial v}{\partial \varpi^2}) + lg \cdot (\frac{\partial \partial u}{\partial \varpi \partial \theta}) + lg \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot (\frac{\partial u}{\partial \varpi})$$

$$+ \frac{24}{5} \pi \delta l v \cdot \sin. \theta^2$$

$$+ K \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \sin. 2 \theta \cdot \sin. (\varphi - \varpi)$$

$$+ K \cdot \sin. v^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \sin. (2\varphi - 2\varpi);$$

en intégrant ces équations par la méthode de l'article VII, on parviendra aux deux suivantes,

$$0 = \left(\frac{\partial \partial x}{\partial t^2} \right) + \left[6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l \right] \cdot x - K \left\{ \frac{1}{2} \cdot \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi) \right\} \quad (19)$$

$$0 = \left(\frac{\partial \partial z}{\partial t^2} \right) + \left[6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l \right] \cdot z - 2K \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \quad (20)$$

équations qui ne diffèrent des équations (16) & (17), qu'en ce que g se change en $g - \frac{4}{5} \pi \cdot \delta$; d'où l'on voit qu'à cette différence près, lorsque le fluide a une densité quelconque, son mouvement se détermine précisément de la même manière que lorsqu'il est infiniment rare.

X.

POUR donner une application des formules précédentes, supposons que l'Astre reste toujours à la même distance du centre C de la Planète, & sur le même parallèle, mais qu'il tourne autour de la Planète avec un mouvement angulaire égal à mt ; K & v seront alors constans, & si pour plus de simplicité, on prend pour premier méridien celui où l'Astre se trouvoit à l'origine du mouvement, ou lorsque $t=0$, on aura $\varphi=mt$; soit de plus, $6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l = a^2$, on aura, en intégrant les équations (19) & (20)

$$x = H \cdot \sin. at + L \cdot \cos. at + \frac{K}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 \right] + \frac{K \cdot \sin. v^2}{2a^2 - 8m^2} \cdot \cos. (2mt - 2\varpi),$$

$$z = M \cdot \sin. at + N \cdot \cos. at + \frac{2K \cdot \sin. v \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \cos. (mt - \varpi);$$

H, L, M & N étant des constantes arbitraires qu'il faut déterminer par la supposition de $x=0$, $\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) = 0$,

$z=0$, & $\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) = 0$, lorsque $t=0$, ce qui donne les quatre équations suivantes,

$$0 = L + \frac{K}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 \right] + \frac{K \cdot \sin. v^2}{2a^2 - 8m^2} \cdot \cos. 2\varpi,$$

$$0 = aH + \frac{mK \cdot \sin. v^2}{a^2 - 4m^2} \cdot \sin. 2\varpi,$$

$$0 = N + \frac{2K \sin. v \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \cos. \varpi,$$

$$0 = aM + \frac{2mK \sin. v \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \sin. \varpi;$$

on aura ainsi

$$x = \frac{K}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 \right] \cdot [1 - \cos. at]$$

$$+ \frac{K \sin. v^2}{2a^2 - 8m^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \cos. (2mt - 2\varpi) - \cos. 2\varpi \cos. at \\ - \frac{2m}{a} \sin. 2\varpi \sin. at \end{array} \right\}$$

$$z = \frac{2K \sin. v \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \cos. (mt - \varpi) - \cos. \varpi \cos. at \\ - \frac{m}{a} \sin. \varpi \sin. at \end{array} \right\}$$

ce qui donne

$$u = \frac{K}{a^2} \cdot \sin. 2\theta \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 \right] \cdot [1 - \cos. at]$$

$$+ \frac{K \sin. v^2}{2a^2 - 8m^2} \cdot \sin. 2\theta \cdot \left\{ \begin{array}{l} \cos. (2mt - 2\varpi) - \cos. 2\varpi \cos. at \\ - \frac{2m}{a} \sin. 2\varpi \sin. at \end{array} \right\}$$

$$+ \frac{2K \sin. v \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \cos. 2\theta \cdot \left\{ \begin{array}{l} \cos. (mt - \varpi) - \cos. \varpi \cos. at \\ - \frac{m}{a} \sin. \varpi \sin. at \end{array} \right\}$$

$$v = \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot \frac{2K \sin. v \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \sin. (mt - \varpi) + \sin. \varpi \cos. at \\ - \frac{m}{a} \cos. \varpi \sin. at \end{array} \right\}$$

$$+ \frac{K \sin. v^2}{a^2 - 4m^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \sin. (2mt - 2\varpi) + \sin. 2\varpi \cos. at \\ - \frac{2m}{a} \cos. 2\varpi \sin. at \end{array} \right\}$$

$$y = \frac{6K \sin. v \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \sin. 2\theta \cdot \left\{ \begin{array}{l} \cos. (mt - \varpi) - \cos. \varpi \cos. at \\ - \frac{m}{a} \sin. \varpi \sin. at \end{array} \right\}$$

$$+ \frac{3K \sin. v^2}{a^2 - 4m^2} \cdot \sin. \theta^2 \cdot \left\{ \begin{array}{l} \cos. (2mt - 2\varpi) - \cos. 2\varpi \cos. at \\ - \frac{2m}{a} \sin. 2\varpi \sin. at \end{array} \right\}$$

$$- \frac{K}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 \right] \cdot [1 + 3 \cos. 2\theta] \cdot [1 - \cos. at];$$

telles feroient les valeurs de u , v & y , si la Planète n'avoit aucun mouvement de rotation.

Si l'on suppose l'Astre attirant au-dessus du pôle ou à l'origine de l'angle θ , on aura le cas que M. d'Alembert a traité dans ses excellentes Recherches sur la cause des Vents; dans ce cas $v = 0$, partant on a

$$\begin{aligned} u &= \frac{K}{a^2} \cdot \sin. 2\theta \cdot [\cos. at - 1], \\ v &= 0, \\ y &= \frac{1}{2} \frac{K}{a^2} \cdot [1 + 3 \cos. 2\theta] \cdot [1 - \cos. at]. \end{aligned}$$

X I.

LE cas que nous venons de considérer, seroit à-peu-près celui du Soleil & de la Lune par rapport à la Terre, si cette Planète n'avoit point de mouvement de rotation sur son axe; on auroit donc alors, par l'article précédent, les loix des oscillations des eaux de la mer, en la supposant par-tout de la même profondeur; mais on doit observer que les termes qui dans ces expressions sont indépendans de la position actuelle de l'Astre attirant, ou, ce qui revient au même, de son aspect par rapport aux différens points du fluide, doivent s'anéantir à la longue en vertu du frottement & de la ténacité des parties fluides; ces termes sont évidemment ceux qui sont multipliés par $\sin. at$, & par $\cos. at$; en les négligeant, on aura

$$\begin{aligned} u &= \frac{K}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 \right] \cdot \sin. 2\theta \\ &\quad + \frac{K \cdot \sin. v^2}{2a^2 - 8m^2} \cdot \sin. 2\theta \cdot \cos. (2mt - 2\omega) \\ &\quad + \frac{2K \cdot \sin. v \cdot \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \cos. 2\theta \cdot \cos. (mt - \omega), \\ v &= \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot \frac{2K \cdot \sin. v \cdot \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \sin. (mt - \omega) \\ &\quad + \frac{K \cdot \sin. v^2}{a^2 - 4m^2} \cdot \sin. (2mt - 2\omega), \end{aligned}$$

$$y = \frac{IK}{a^2} \cdot [\text{cof. } v^2 - \frac{1}{2} \sin. v^2] \cdot [1 + 3 \cdot \text{cof. } 2 \theta] \\
+ \frac{6IK \cdot \sin. v \cdot \text{cof. } v}{a^2 - m^2} \cdot \sin. 2 \theta \cdot \text{cof. } (mt - \varpi) \\
+ \frac{3IK \cdot \sin. v^2}{a^2 - 4m^2} \cdot \sin. \theta^2 \cdot \text{cof. } (2mt - 2\varpi).$$

On peut parvenir à ces mêmes expressions, en supposant que les molécules fluides éprouvent une légère résistance proportionnelle à la vitesse; sur cela, nous observerons que cette supposition qui semble limitée, a cependant toute la généralité possible; car toutes les hypothèses de résistance que l'on peut physiquement admettre, devant ramener à la longue le fluide à un même état de mouvement, il est indifférent pour déterminer cet état, d'employer telle ou telle hypothèse de résistance; les résultats seront toujours les mêmes après un long intervalle de temps, & ils ne différeront entre eux, que près de l'origine du mouvement, lorsque le fluide n'est pas encore parvenu à son état de permanence.

La supposition d'une légère résistance proportionnelle à la vitesse, introduit dans le second membre de l'équation (12), le terme $-\rho \cdot (\frac{\partial u}{\partial t})$, & dans le second membre de l'équation (13), le terme $-\rho \cdot (\frac{\partial w}{\partial t}) \cdot \sin. \theta^2$; ρ étant une très-petite quantité constante, dépendante de l'intensité de la résistance; or en suivant le calcul des *articles VII, VIII & IX*; il est aisé de voir qu'il ne résulte de changement par l'introduction de ces nouveaux termes, qu'en ce que les équations (19) & (20) prennent la forme suivante,

$$0 = (\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}) + \rho \cdot (\frac{\partial x}{\partial t}) + a^2 \cdot x - K \cdot [\frac{1}{2} \sin. v^2 - \text{cof. } v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 \cdot \text{cof. } (2mt - 2\varpi)],$$

$$0 = (\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}) + \rho \cdot (\frac{\partial z}{\partial t}) + a^2 \cdot z - 2K \cdot \sin. v \cdot \text{cof. } v \cdot \text{cof. } (mt - \varpi);$$

a^2 étant, comme précédemment, égal à $6lg - \frac{24}{5}\pi \Delta I$. Si l'on intègre ces deux équations, & qu'ensuite on néglige dans les intégrales, les quantités périodiques multipliées par ρ ,

à cause de la petitesse de cette quantité, on aura

$$x = e^{-\frac{1}{2}pt} \cdot [H. \sin. t \sqrt{(a^2 - \frac{1}{4}p^2)} + L. \cos. t \sqrt{(a^2 - \frac{1}{4}p^2)}] \\ + \frac{K}{a^2} \cdot [\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2] + \frac{K. \sin. v^2}{2a^2 - 8m^2} \cdot \cos. (2mt - 2\omega),$$

$$z = e^{-\frac{1}{2}pt} \cdot [M. \sin. t \sqrt{(a^2 - \frac{1}{4}p^2)} + N. \cos. t \sqrt{(a^2 - \frac{1}{4}p^2)}] \\ + \frac{2K. \sin. v. \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \cos. (mt - \omega);$$

e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité, & H, L, M & N étant des constantes arbitraires qui dépendent des valeurs de $x, (\frac{\partial x}{\partial t}), z$ & $(\frac{\partial z}{\partial t})$ à l'origine du mouvement; or quelles que soient ces valeurs, il est clair qu'après un temps considérable, $e^{-\frac{1}{2}pt}$ devient extrêmement petit; on pourra donc après ce temps, supposer

$$x = \frac{K}{a^2} \cdot [\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2] + \frac{K. \sin. v^2}{2a^2 - 8m^2} \cdot \cos. (2mt - 2\omega),$$

$$z = \frac{2K. \sin. v. \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \cos. (mt - \omega);$$

d'où l'on tire les valeurs précédentes de u, v & y .

Si l'on supposoit le globe recouvert d'un nombre n de fluides de densités différentes, & tels que la somme de leurs profondeurs fût très-petite relativement au rayon du globe, on parviendroit facilement, en ayant égard aux attractions & aux pressions de ces différens fluides, à des équations différentielles dont on détermineroit les intégrales par la méthode que nous venons d'exposer dans les articles précédens: les valeurs de u, v & y auroient pour chaque fluide, une forme analogue à celle que nous avons trouvée, & il n'y auroit de différence qu'en ce que les quantités x & z , relatives à chaque fluide, seroient déterminées par un nombre $2n$ d'équations différentielles du second ordre, dans lesquelles ces variables seroient mêlées les unes avec les autres, les x étant mêlées avec les x , & les z avec les z ; mais toutes ces équations sont facilement intégrables par les méthodes connues.

densité est Δ , & le rayon $1 + ay$, & que $a\Delta C$ est l'attraction horizontale du même sphéroïde dans le sens du parallèle; or j'ai fait voir ci-dessus (*Voyez les Recherches précédentes sur la loi de la pesanteur à la surface des sphéroïdes homogènes*), que l'on a

$$a\Delta B = - a\Delta \iint \partial p \partial q \cdot \sin p \cdot \frac{\cos q}{\sin q} \cdot y',$$

$$\& a\Delta C = a\Delta \cdot \iint \partial p \partial q \cdot \frac{\cos p}{\sin q} \cdot y';$$

où l'on doit observer 1.^o que y' est pareille fonction de θ' & de ϖ' , que y l'est de θ & de ϖ ; 2.^o que l'on a

$$\cos \theta' = \cos \theta + 2 \sin p^2 \cdot \sin q \cdot \sin (\theta - q) = \cos \theta \cdot \cos p^2 + \sin p^2 \cdot \cos (\theta - 2q),$$

$$\& \sin (\varpi' - \varpi) = \frac{2 \sin p \cdot \cos p \cdot \sin q}{\sin \theta};$$

3.^o enfin que les doubles intégrales précédentes doivent être prises depuis p & q égaux à zéro, jusqu'à p & q égaux à 180° , & qu'ainsi l'on peut rejeter les termes de la forme $P \partial q \cdot \partial p \cdot \cos p$, P ne renfermant que des puissances paires de $\cos p$. Concevons, cela posé, que l'on ait comme précédemment,

$$y = l \cdot [3z \sin 2\theta - 3x \cdot \cos 2\theta - x - (\frac{\partial^2 x}{\partial \varpi^2})],$$

$$u = x \cdot \sin 2\theta + z \cdot \cos 2\theta,$$

$$\& v = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot (\frac{\partial z}{\partial \varpi}) + (\frac{\partial x}{\partial \varpi});$$

x & z étant des fonctions de t & de ϖ sans θ , telles que l'on ait $(\frac{\partial^2 z}{\partial \varpi^2}) + z = 0$, & $(\frac{\partial^2 x}{\partial \varpi^2}) + 4(\frac{\partial x}{\partial \varpi}) = 0$;

en intégrant ces deux dernières équations, on aura

$$z = a \cdot \sin (\varphi - \varpi) + b \cdot \cos (\varphi - \varpi),$$

$$\& x = c + a' \cdot \sin (2\varphi - 2\varpi) + b' \cdot \cos (2\varphi - 2\varpi);$$

a, b, c, a', b' étant des fonctions de t sans ϖ ni θ ; en substituant ces valeurs de z & de x dans l'expression de y , on aura

$$\begin{aligned} y = & 2lc \cdot [1 - 3 \cos \theta^2] \\ & + 6l \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot [a \cdot \sin (\varphi - \varpi) + b \cdot \cos (\varphi - \varpi)] \\ & + 6l \cdot \sin \theta^3 \cdot [a' \cdot \sin (2\varphi - 2\varpi) + b' \cdot \cos (2\varphi - 2\varpi)]. \end{aligned}$$

Supposons pour plus de généralité,

$$y = \varepsilon. [3 \cos. \theta^2 - 1]$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a. \sin. (\varphi - \varpi) \\ + b. \cos. (\varphi - \varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot \left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + f^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots \\ + f^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r} \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a'. \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ + b'. \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta^3 \cdot \left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + p^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots \\ + p^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r} \end{array} \right\}$$

on aura

$$y' = \varepsilon. [3 \cos. \theta'^2 - 1]$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a. \sin. (\varphi - \varpi') \\ + b. \cos. (\varphi - \varpi') \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta' \cdot \cos. \theta' \cdot \left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + f^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a'. \sin. (2\varphi - 2\varpi') \\ + b'. \cos. (2\varphi - 2\varpi') \end{array} \right\} \cdot \sin. \theta'^3 \cdot \left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + p^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

maintenant on a

$$\sin. (\varphi - \varpi') = \sin. (\varphi - \varpi) \cdot \cos. (\varpi' - \varpi) - \cos. (\varphi - \varpi) \cdot \sin. (\varpi' - \varpi)$$

$$\cos. (\varphi - \varpi') = \cos. (\varphi - \varpi) \cdot \cos. (\varpi' - \varpi) + \sin. (\varphi - \varpi) \cdot \sin. (\varpi' - \varpi)$$

$$\sin. (2\varphi - 2\varpi') = \sin. (2\varphi - 2\varpi) \cdot \cos. (2\varpi' - 2\varpi) - \cos. (2\varphi - 2\varpi) \cdot \sin. (2\varpi' - 2\varpi)$$

$$\cos. (2\varphi - 2\varpi') = \cos. (2\varphi - 2\varpi) \cdot \cos. (2\varpi' - 2\varpi) + \sin. (2\varphi - 2\varpi) \cdot \sin. (2\varpi' - 2\varpi);$$

donc

$$y' = \varepsilon. [3 \cos. \theta'^2 - 1]$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a. \sin. (\varphi - \varpi) \\ + b. \cos. (\varphi - \varpi) \end{array} \right\} \cdot \cos. (\varpi' - \varpi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + f^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} + b. \sin. (\varphi - \varpi) \\ - a. \cos. (\varphi - \varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. (\varpi' - \varpi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + f^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} a'. \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ + b'. \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{array} \right\} \cdot \cos. (2\varpi' - 2\varpi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + p^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} + b'. \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ - a'. \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{array} \right\} \cdot \sin. (2\varpi' - 2\varpi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ + p^{(r)} \cdot \sin. \theta'^{2r} \end{array} \right\}$$

on tirera facilement des valeurs de $\cos. \theta'$ & de $\sin. (\varpi' - \varpi)$,

$$\begin{aligned}\cos. (\varpi' - \varpi) &= \frac{\sin. \theta - 2 \sin. p^2 \cdot \sin. q \cdot \cos. (\theta - q)}{\sin. \theta'} \\ \sin. (2 \varpi' - 2 \varpi) &= \frac{4 \cdot \sin. \theta \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot \sin. q + 4 \sin. p^2 \cdot \cos. p \cdot \sin. q \cdot \sin. (\theta - 2 q)}{\sin. \theta'^2} \\ \cos. (2 \varpi' - 2 \varpi) &= \frac{[\sin. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \sin. (\theta - 2 q)]^2 - 4 \sin. p^4 \cdot \cos. p^2 \cdot \sin. q^2}{\sin. \theta'^4};\end{aligned}$$

On aura, cela posé, en négligeant les termes qu'il est permis de négliger d'après la remarque que nous avons faite ci-dessus,

$$\begin{aligned}C &= \iint \partial p \partial q \cdot \frac{\cos. p}{\sin. q} \cdot y' \\ &= \left\{ \begin{aligned} &b \cdot \sin. (\varphi - \varpi) \\ &- a \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \iint 2 \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot \cos. \theta' \cdot \left\{ \begin{aligned} &f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ &+ f^{(2)} \cdot \sin. \theta'^4 \dots \end{aligned} \right\} \\ &+ \left\{ \begin{aligned} &b' \cdot \sin. (2 \varphi - 2 \varpi) \\ &- a' \cdot \cos. (2 \varphi - 2 \varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \iint 4 \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^4 \cdot \sin. \theta \cdot \left\{ \begin{aligned} &p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ &+ p^{(2)} \cdot \sin. \theta'^4 \dots \end{aligned} \right\} \\ &+ \left\{ \begin{aligned} &b' \cdot \sin. (2 \varphi - 2 \varpi) \\ &- a' \cdot \cos. (2 \varphi - 2 \varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \iint 4 \partial p \partial q \cdot \sin. p^3 \cdot \cos. p^2 \cdot \sin. (\theta - 2 q) \cdot \left\{ \begin{aligned} &p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta'^2 \dots \\ &+ p^{(2)} \cdot \sin. \theta'^4 \dots \end{aligned} \right\}\end{aligned}$$

or on a généralement,

$$\begin{aligned}&\int \partial q \cdot \sin. (\theta - 2 q) \cdot \sin. \theta'^{2\mu} \\ &= \int \partial q \cdot \sin. (\theta - 2 q) \cdot \{ 1 - [\cos. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \cos. (\theta - 2 q)]^2 \}^\mu = 0;\end{aligned}$$

en prenant l'intégrale depuis $q = 0$, jusqu'à $q = 180^\circ$;
on a de plus

$$\begin{aligned}&\iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot \cos. \theta'^{2\mu+1} \\ &= \iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^2 \cdot [\cos. \theta \cdot \cos. p^2 + \sin. p^2 \cdot \cos. (\theta - 2 q)]^{\mu+1};\end{aligned}$$

si l'on considère maintenant que $\int \partial q \cdot \cos. (\theta - 2 q)^i = 0$,
lorsque i est impair, que $\int \partial q \cdot \cos. (\theta - 2 q)^i = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots i-1}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots i} \cdot \pi$,
lorsque i est un nombre pair, π étant le rapport de la demi-circonférence au rayon, & que

$$\int \partial p \cdot \sin. p \cdot \cos. p^{2i} (1 - \cos. p^2)^s = 2 \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2s}{(2i+1) \cdot (2i+3) \cdot (2i+5) \dots (2i+2s+1)};$$

on

on trouvera,

$$\iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^3 \cdot \cos. \theta^{2\mu+1}$$

$$= \frac{2\pi}{4\mu+5} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\cos. \theta^{2\mu+1} + \frac{2}{1} \cdot \frac{(2\mu+1) \cdot 2\mu}{(4\mu+3) \cdot (4\mu+1)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-1} \\ &+ \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \frac{(2\mu+1) \cdot 2\mu \cdot (2\mu-1) \cdot (2\mu-2)}{(4\mu+3) \cdot (4\mu+1) \cdot (4\mu-1) \cdot (4\mu-3)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-3} \\ &+ \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{(2\mu+1) \cdot \dots \cdot (2\mu-4)}{(4\mu+3) \cdot \dots \cdot (4\mu-7)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-5} \\ &+ \&c. \end{aligned} \right.$$

on aura pareillement,

$$\iint \partial p \cdot \partial q \cdot \sin. p \cdot \cos. p^4 \cdot \cos. \theta^{2\mu}$$

$$= \frac{2\pi}{4\mu+5} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\cos. \theta^{2\mu} + \frac{2}{1} \cdot \frac{2\mu \cdot (2\mu-1)}{(4\mu+3) \cdot (4\mu+1)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-2} \\ &+ \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \frac{2\mu \cdot (2\mu-1) \cdot (2\mu-2) \cdot (2\mu-3)}{(4\mu+3) \cdot (4\mu+1) \cdot (4\mu-1) \cdot (4\mu-3)} \cdot \cos. \theta^{2\mu-4} \\ &+ \&c. \end{aligned} \right.$$

Si l'on substitue présentement au lieu de $\sin. \theta^{1/2}$, $1 - \cos. \theta^{1/2}$, dans la valeur précédente de C , & qu'après avoir intégré, on restitue $1 - \sin. \theta$, au lieu de $\cos. \theta$, on trouvera pour δC une expression de cette forme,

$$\delta C = \left\{ \begin{aligned} &b \cdot \sin. (\varphi - \varpi) \\ &- a \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \cos. \theta \cdot \left\{ \begin{aligned} &\lambda + \lambda^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + \lambda^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots \\ &+ \lambda^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r} \end{aligned} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{aligned} &b' \cdot \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ &- a' \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{aligned} \right\} \cdot \sin. \theta \cdot \left\{ \begin{aligned} &\lambda + \lambda^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + \lambda^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots \\ &+ \lambda^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r} \end{aligned} \right\}$$

$\lambda, \lambda^{(1)}, \&c. \lambda, \lambda^{(1)}, \&c.$ étant des coefficients constants que l'on déterminera facilement par ce qui précède, & l'on aura

$$\lambda^{(r)} = \frac{4\delta \cdot \pi \cdot f^{(r)}}{4r+5}, \& \lambda^{(r)} = \frac{8\delta \cdot \pi \cdot p^{(r)}}{4r+5}; \text{ ayant ainsi } \delta C,$$

on aura sur le champ δB , par la remarque de l'article *V*; car

l'équation $(\frac{\partial B}{\partial \varpi}) = (\frac{\partial C \cdot \sin. \theta}{\partial \theta})$ que nous avons trouvée

dans cet article, donne $\delta B = \delta \cdot f(\frac{\partial C \sin. \theta}{\partial \theta}) \partial \varpi + \partial \cdot H,$

Mém. 1775.

Q

H étant une fonction de θ sans ϖ ; or B étant, comme on l'a vu, égal à $-\iint \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \frac{\cos. q}{\sin. q} \cdot y'$, il est clair que l'on aura $H = -\iint \epsilon \partial p \partial q \cdot \sin. p \cdot \frac{\cos. q}{\sin. q} \cdot (3 \cos. \theta'^2 - 1)$; d'où l'on tire $H = -\frac{12}{5} \pi \cdot \epsilon \cdot \sin. 2 \theta$.

Dans la question présente, nous avons

$$\epsilon = -2lc, r = 0, f = 6l, \& p = 6l;$$

partant,

$$\begin{aligned} \delta C = & [b \cdot \sin. (\varphi - \varpi) - a \cdot \cos. (\varphi - \varpi)] \cdot \frac{24}{5} \pi \delta l \cdot \cos. \theta \\ & + [b' \cdot \sin. (2\varphi - 2\varpi) - a' \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi)] \cdot \frac{48}{5} \pi \delta l \cdot \sin. \theta, \end{aligned}$$

$$\text{ou } \delta C = \frac{24}{5} \pi \delta l \cdot [\cos. \theta \cdot (\frac{\partial \zeta}{\partial \varpi}) + \sin. \theta \cdot (\frac{\partial x}{\partial \varpi})];$$

donc $a \delta C = \frac{24}{5} \pi a \delta l v \cdot \sin. \theta$; on aura pareillement,

$$\delta B = \frac{24}{5} \pi lc \sin. 2 \theta + \int (\frac{\partial C \sin. \theta}{\partial \theta}) \partial \varpi;$$

d'où l'on tirera facilement $a \delta B = \frac{24}{5} a \pi \delta l u$; les équations (12) & (13) deviendront ainsi,

$$(\frac{\partial \partial u}{\partial r^2}) = lg \cdot (\frac{\partial \partial u}{\partial \theta^2}) + lg \cdot (\frac{\partial \partial v}{\partial \varpi \partial \theta}) + lg \cdot \left[\frac{\partial \cdot \frac{u \cdot \cos. \theta}{\sin. \theta}}{\partial \theta} \right] + \frac{24}{5} \pi \delta l \cdot u$$

$$+ K \cdot \left\{ \sin. 2 \theta \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \cdot \sin. v^2 \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi) \right] \right. \\ \left. + 2 \cos. 2 \theta \cdot \sin. v \cos. v \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \right\}$$

$$(\frac{\partial \partial v}{\partial r^2}) \cdot \sin. \theta^2 = lg \cdot (\frac{\partial \partial v}{\partial \varpi^2}) + lg \cdot (\frac{\partial \partial u}{\partial \varpi \partial \theta}) + lg \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot (\frac{\partial u}{\partial \varpi})$$

$$+ \frac{24}{5} \pi \delta l v \cdot \sin. \theta^2$$

$$+ K \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \sin. 2 \theta \cdot \sin. (\varphi - \varpi)$$

$$+ K \cdot \sin. v^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \sin. (2\varphi - 2\varpi);$$

en intégrant ces équations par la méthode de l'article VII, on parviendra aux deux suivantes,

$$0 = \left(\frac{\partial \partial x}{\partial t^2} \right) + \left[6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l \right] . x - K \left\{ \frac{1}{2} \cdot \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^2 \cdot \cos. (2\varphi - 2\varpi) \right\} \quad (19)$$

$$0 = \left(\frac{\partial \partial z}{\partial t^2} \right) + \left[6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l \right] . z - 2K \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \cos. (\varphi - \varpi) \quad (20)$$

équations qui ne diffèrent des équations (16) & (17), qu'en ce que g se change en $g - \frac{4}{5} \pi \cdot \delta$; d'où l'on voit qu'à cette différence près, lorsque le fluide a une densité quelconque, son mouvement se détermine précisément de la même manière que lorsqu'il est infiniment rare.

X.

POUR donner une application des formules précédentes, supposons que l'Astre reste toujours à la même distance du centre C de la Planète, & sur le même parallèle, mais qu'il tourne autour de la Planète avec un mouvement angulaire égal à mt ; K & v seront alors constans, & si pour plus de simplicité, on prend pour premier méridien celui où l'Astre se trouvoit à l'origine du mouvement, ou lorsque $t=0$, on aura $\varphi=mt$; soit de plus, $6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l = a^2$, on aura, en intégrant les équations (19) & (20)

$$x = H \cdot \sin. at + L \cdot \cos. at + \frac{K}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 \right] + \frac{K \cdot \sin. v^2}{2a^2 - 8m^2} \cdot \cos. (2mt - 2\varpi),$$

$$z = M \cdot \sin. at + N \cdot \cos. at + \frac{2K \cdot \sin. v \cos. v}{a^2 - m^2} \cdot \cos. (mt - \varpi);$$

H, L, M & N étant des constantes arbitraires qu'il faut déterminer par la supposition de $x = 0, \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) = 0,$

$z = 0, \& \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) = 0$, lorsque $t = 0$, ce qui donne les quatre équations suivantes,

$$0 = L + \frac{K}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 \right] + \frac{K \cdot \sin. v^2}{2a^2 - 8m^2} \cdot \cos. 2\varpi,$$

$$0 = aH + \frac{mK \cdot \sin. v^2}{a^2 - 4m^2} \cdot \sin. 2\varpi,$$

& de $\cos. (mt - \varpi)$; on aura $y = R + Y$ pour l'expression complète de y , dans le cas de $\mathcal{J} = 0$; d'où l'on voit que les oscillations du fluide peuvent être variées à l'infini, & qu'il peut en avoir une infinité dépendantes des angles θ , & $mt - \varpi$, en ne supposant aucun Astre attirant; mais il sera facile par cette considération même, de les distinguer; car les valeurs de u , v & y , que l'on auroit dans ce cas, satisferoient aux équations différentielles (T) de l'article précédent, en supposant $K = 0$ & $\mathcal{J} = 0$, dans ces équations; il est visible de plus que tous les termes des expressions de u , v & y , qui dans ces mêmes suppositions satisfont à ces équations, subsisteroient encore quand il n'y auroit aucun Astre; mais dans ce cas, le frottement & la ténacité du fluide anéantiroient à la longue les oscillations qui en résultent, & comme ces oscillations sont visiblement produites par les termes qui renferment le temps t , on doit rejeter de l'expression complète de y , tous les termes qui renfermant le temps t , satisfont aux équations (T), en supposant $K = 0$ & $\mathcal{J} = 0$ dans ces équations, & admettre tous ceux qui renfermant pareillement le temps t , ne peuvent y satisfaire. Cela posé, il est clair que tous les termes de la quantité R , qui dépendent du temps, doivent être rejetés, puisqu'ils auroient encore lieu dans le cas où la masse de l'Astre attirant seroit nulle; la quantité R se réduit ainsi à une fonction de θ seul, que nous nommerons H , en sorte que l'on aura $y = H + Y$. Voyons présentement quels sont les termes qu'il faut encore rejeter de cette expression de y ; pour cela supposons dans les équations (T), $K = 0$, $\mathcal{J} = 0$,

$$y = H + Y = H + \epsilon + \lambda \cdot \cos. (mt - \varpi) + \mathcal{C} \cdot \cos. (2mt - 1\varpi),$$

ϵ , λ & \mathcal{C} , étant des fonctions de θ , que nous avons déterminées dans l'article précédent; la seconde des équations (T) donnera, en l'intégrant deux fois de suite par rapport à ϖ ,

$$m^2 \cdot u = -\frac{g}{2} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right) \right] (mt - \varpi)^2 + H' \cdot (mt - \varpi) + H''$$

$$+ g \cdot \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \right) \cdot \cos. (mt - \varpi) + \frac{g}{4} \cdot \left(\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \theta} \right) \cdot \cos. (2mt - 2\varpi),$$

H' & H'' étant deux constantes arbitraires qui peuvent être fonctions quelconques de θ ; la troisième des équations (I), donnera en l'intégrant une fois par rapport à ϖ ,

$$m^2 \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right) \cdot \sin. \theta = -g \cdot (H + \epsilon) + G - g\lambda \cdot \cos. (mt - \varpi) - g\mathcal{C} \cdot \cos. (2mt - 2\varpi),$$

G étant une constante arbitraire qui peut être fonction quelconque de θ ; si l'on substitue au lieu de y , u & $\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right)$ ces valeurs dans l'équation

$$y = -1 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right) + u \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right]$$

& que l'on compare séparément les coefficients de $(mt - \varpi)^2$, $(mt - \varpi)$, $\cos. (mt - \varpi)$, & $\cos. (2mt - 2\varpi)$, on verra facilement que les valeurs trouvées dans l'article précédent, pour λ & \mathcal{C} , ne peuvent satisfaire aux équations de condition qui en résultent; d'où il suit que les deux termes $\lambda \cdot \cos. (mt - \varpi)$, & $\mathcal{C} \cdot \cos. (2mt - 2\varpi)$ sont uniquement dûs à l'action de l'Astre, & qu'ils doivent conséquemment être admis; partant, si dans l'expression

$$H + \epsilon + \lambda \cdot \cos. (mt - \varpi) + \mathcal{C} \cdot \cos. (2mt - 2\varpi)$$

de y , il y a quelques termes à rejeter, ils ne peuvent se rencontrer que parmi ceux de la quantité $H + \epsilon$; pour déterminer ces termes, supposons $\delta = 0$, & K quelconque dans la seconde des deux équations (I); si au lieu de y on y substitue $H + \epsilon + \lambda \cdot \cos. (mt - \varpi) + \mathcal{C} \cdot \cos. (2mt - 2\varpi)$, & que l'on observe que la quantité u ne devant renfermer que des quantités périodiques, afin que au reste toujours de l'ordre α , comme nous le supposons ici, $\left(\frac{\partial \delta}{\partial \varpi^2} \right)$ ne doit renfermer aucun terme qui soit fonction de θ seul, on aura

$$-g \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \right) - g \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right) + K \cdot \sin. 2\theta \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. r^2 - \cos. r^2 \right] = 0;$$

mais par la nature de ϵ , on a

$$0 = -g \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right) + K \cdot \sin. 2\theta \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. r^2 - \cos. r^2 \right];$$

partant $(\frac{\partial H}{\partial \theta}) = 0$, ce qui réduit H à une constante que l'on déterminera au moyen de l'équation $\iint y \partial \varpi \partial \theta \cdot \sin. \theta = 0$, d'où l'on tirera facilement $H = 0$; il suit de-là que l'on doit conserver tous les termes de Y , &c que cette intégrale particulière de l'équation (Λ), lorsqu'on y suppose $\delta = 0$, est la plus générale qu'on puisse admettre dans la question présente.

Considérons maintenant le fluide comme ayant une densité quelconque δ , si l'on suppose

$$y = a. [1 + 3 \cos. 2\theta] + c. \sin. 2\theta \cdot \cos. (mt - \varpi) + e. \sin. \theta^2 \cdot \cos. (2mt - 2\varpi),$$

on aura par l'article IX,

$$\delta B = -\frac{24}{5} \pi \cdot \delta \cdot a \sin. 2\theta + \frac{8}{5} \pi \cdot \delta \cdot c \cdot \cos. 2\theta \cdot \cos. (mt - \varpi) + \frac{4}{5} \pi \cdot \delta \cdot e \cdot \sin. 2\theta \cdot \cos. (2mt - 2\varpi),$$

$$\delta C = \frac{8}{5} \pi \cdot \delta \cdot c \cdot \cos. \theta \cdot \sin. (mt - \varpi) + \frac{8}{5} \pi \cdot \delta \cdot e \cdot \sin. \theta \cdot \sin. (2mt - 2\varpi);$$

en substituant ces valeurs dans l'équation (Λ) de l'article XIII, on aura

$$\begin{aligned} & (\frac{\partial^2 y}{\partial \varpi^2}) \cdot [m^2 \cdot \sin. \theta^2 - l g] \\ &= l g \cdot (\frac{\partial^2 y}{\partial \theta^2}) \cdot \sin. \theta^2 + l g \cdot \sin. \theta \cos. \theta \cdot (\frac{\partial y}{\partial \theta}) \\ &+ [\frac{24}{5} \pi \delta \cdot l a - l K \cdot (\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2)] \cdot \sin. \theta \cdot [\frac{\partial (\sin. \theta \cdot \sin. 2\theta)}{\partial \theta}] \\ &+ [\frac{48}{5} \pi \delta l c + 12 \cdot l K \cdot \sin. v \cdot \cos. v] \cdot \sin. \theta^2 \cdot \cos. \theta \cdot \cos. (mt - \varpi) \\ &+ [3 l K \cdot \sin. v^2 + \frac{24}{5} \pi \delta l e] \cdot \sin. \theta^2 \cdot \cos. (2mt - 2\varpi); \end{aligned}$$

en substituant dans cette équation, au lieu de y sa valeur, on trouvera

$$\begin{aligned} a &= \frac{K \cdot [\cos. v^2 - \frac{1}{2} \sin. v^2]}{6g - \frac{24}{5} \pi \cdot \delta}, \\ c &= \frac{6 l K \cdot \sin. v \cdot \cos. v}{6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l - m^2}, \\ e &= \frac{3 l K \cdot \sin. v^2}{6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l - 4m^2}; \end{aligned}$$

ayant

ayant ainsi y , on aura la vitesse de chaque molécule du fluide, en observant que cette vitesse dans le sens du méridien, est $a \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)$, ou $-am \left(\frac{\partial z}{\partial \varpi} \right)$, & que dans le sens du parallèle, cette vitesse est $a \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta$, ou $-am \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right) \cdot \sin. \theta$. Si l'on intègre présentement la seconde & la troisième des équations (I), en remarquant que u & v ne devant renfermer que des quantités périodiques, $\left(\frac{\partial z}{\partial \varpi} \right)$ & $\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right)$ ne doivent renfermer aucun terme qui soit fonction de θ seul, on aura

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) &= - \frac{2mK \cdot \sin. v \cdot \cos. v}{6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l - m^2} \cdot \cos. 2\theta \cdot \sin. (mt - \varpi) \\ &\quad - \frac{mK \cdot \sin. v^2}{6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l - 4m^2} \cdot \sin. 2\theta \cdot \sin. (2mt - 2\varpi) \\ \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta &= \frac{2mK \cdot \sin. v \cdot \cos. v}{6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l - m^2} \cdot \cos. \theta \cdot \cos. (mt - \varpi) \\ &\quad + \frac{2mK \cdot \sin. v^2}{6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l - 4m^2} \cdot \sin. \theta \cdot \cos. (2mt - 2\varpi). \end{aligned}$$

Si l'on suppose maintenant que l'Astre, au lieu de se mouvoir uniformément sur le même parallèle & à la même distance du centre de la Planète, change lentement de parallèle & de distance, & que sa vitesse soit un peu variable, ou, ce qui revient au même, si l'on suppose que h , v & m , au lieu d'être constans, sont très-peu variables, de manière que leurs différences divisées par l'élément du temps soient, par exemple, de l'ordre l ; il suffira de substituer au lieu de ces quantités, leurs véritables valeurs variables; l'expression de y sera ainsi exacte aux quantités de l'ordre l^2 , & celles de $\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)$ & de $\left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta$, le seront aux quantités près de l'ordre l ; on peut donc les employer sans craindre aucune erreur sensible; au reste, si l'on vouloit avoir les petites corrections qui résultent de la variabilité des quantités h , v & m , on pourroit faire usage de la méthode que nous exposerons *article XXI*.

Si l'on compare les résultats auxquels nous venons de parvenir, avec ceux que nous avons trouvés *article XI*, on verra qu'ils sont parfaitement d'accord entr'eux; les deux méthodes qui nous y ont conduit, sont conséquemment exactes, & pourroient, si cela étoit nécessaire, se servir de confirmation l'une à l'autre; la première, il est vrai, a sur la seconde l'avantage de s'étendre au cas où l'Astre a un mouvement quelconque dans l'espace, mais celle-ci a de son côté l'avantage de donner directement le véritable mouvement que le fluide doit prendre à la longue, quels qu'aient été d'ailleurs sa figure & son mouvement primitifs, & comme elle est beaucoup plus simple que la première, nous allons l'appliquer au cas de la Nature, dans lequel la Planète a un mouvement de rotation sur son axe.

X V.

REPRENONS les équations (6), (7) & (9) de l'*article VI*, & supposons comme précédemment, $\varphi = m t$; si l'on fait $n - m = i$, on prouvera par les mêmes raisonnemens de l'*article XIII*, qu'après un temps considérable u , v & y ne seront plus fonctions que de l'angle θ , & des sinus & cosinus de l'angle $it + \omega$, & qu'ainsi l'on aura.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) = i \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right), \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) = i^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}\right), \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = i \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial \theta}\right), \& \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\right) = i^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}\right);$$

on aura donc

$$\left. \begin{aligned} y &= - l r \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + u \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right] - l u \left(\frac{\partial r}{\partial \theta} \right), \\ i^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) - 2 n i \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta, \\ &= - g \cdot \left(\frac{\partial^2 r}{\partial \theta^2} \right) + \Delta \cdot B \\ &\quad + K \cdot \left\{ \sin 2 \theta \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \sin v^2 - \cos v^2 + \frac{1}{2} \sin v^2 \cdot \cos (2 it + 2 \omega) \right] \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos 2 \theta \cdot \sin v \cdot \cos v \cdot \cos (it + \omega) \right\} \\ v \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) \cdot \sin \theta^2 + 2 n i \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta, \\ &= - g \cdot \left(\frac{\partial^2 r}{\partial \theta^2} \right) + \Delta C \cdot \sin \theta - K \cdot \sin v \cdot \cos v \cdot \sin 2 \theta \cdot \sin (it + \omega) \\ &\quad - K \cdot \sin v^2 \cdot \sin \theta^2 \cdot \sin (2 it + 2 \omega); \end{aligned} \right\} \quad (I).$$

si l'on intègre par rapport à ϖ la dernière de ces équations, on aura

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) = & -\frac{2\pi n \cdot \cos. \theta}{i \sin. \theta} - \frac{gy}{i^2 \sin. \theta^2} + \frac{\Delta \cdot \int C \partial \varpi \cdot \sin. \theta}{i^2 \sin. \theta^2} \\ & + \frac{2K}{i^2} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot \cos. (it + \varpi) \\ & + \frac{K}{2i^2} \cdot \sin. \nu^2 \cdot \cos. (2it + 2\varpi) + H, \end{aligned}$$

H étant une fonction de θ ajoutée en intégrant; soit

$$gy = \Delta \cdot \int C \partial \varpi \cdot \sin. \theta = gy',$$

& l'on aura

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) = & -\frac{2\pi n \cdot \cos. \theta}{i \sin. \theta} - \frac{gy'}{i^2 \sin. \theta^2} \\ & + \frac{2K}{i^2} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot \cos. (it + \varpi) \\ & + \frac{K}{2i^2} \cdot \sin. \nu^2 \cdot \cos. (2it + 2\varpi) + H; \end{aligned}$$

or si l'on nomme a & $a^{(1)}$ les parties des expressions de y' & de u , qui sont indépendantes de l'angle $it + \varpi$, & que l'on considère que ν ne devant renfermer que des quantités périodiques, (Voyez ci-après l'article XXI), $\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right)$ ne peut renfermer de termes qui soient fonctions de θ seul, on aura

$$H = \frac{2\pi a^{(1)} \cdot \cos. \theta}{i \sin. \theta} + \frac{ga}{i^2 \sin. \theta^2};$$

partant;

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) = \left. \begin{aligned} & -\frac{2\pi \cdot \cos. \theta}{i \sin. \theta} \cdot [a^{(1)} - u] + \frac{g \cdot (a - y')}{i^2 \cdot \sin. \theta^2} \\ & + \frac{2K \cdot \cos. \theta}{i^2 \cdot \sin. \theta} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \cos. (it + \varpi) \\ & + \frac{K \cdot \sin. \nu^2}{2i^2} \cdot \cos. (2it + 2\varpi) \end{aligned} \right\} (/);$$

si l'on observe présentement que l'équation

$$\left(\frac{\partial B}{\partial \varpi}\right) = \left(\frac{\partial (C \cdot \sin. \theta)}{\partial \theta}\right),$$

S ij

trouvée *article V*, donne en l'intégrant, $B = \int \left[\frac{\partial \cdot C \sin. \theta}{\partial \theta} \right] \cdot \partial \varpi$,

on aura $-g\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \delta \cdot B = -g\left(\frac{\partial y'}{\partial \theta}\right)$; substituant donc au lieu de $\left(\frac{\partial \varpi}{\partial \theta}\right)$ & de $g\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)$, leurs valeurs dans la première & dans la seconde des équations (I), on aura les deux suivantes,

$$\left. \begin{aligned} x &= -ly\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + \frac{ly \cdot \cos. \theta}{i \cdot \sin. \theta} \cdot [(2n - i) \cdot u - 2na^{(n)}] \\ &\quad - lu\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \frac{ly \cdot (y'' - a)}{i^2 \cdot \sin. \theta^2} \\ &\quad - \frac{2K \cdot ly \cdot \cos. \theta}{i^2 \cdot \sin. \theta} \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \cos. (it + \varpi) \\ &\quad - \frac{1Ky \cdot \sin. v^2}{2 \cdot i^2} \cdot \cos. (2it + 2\varpi) \end{aligned} \right\} (21) \mp$$

$$\left. \begin{aligned} &2^2 \cdot \left(\frac{\partial \partial u}{\partial \varpi^2}\right) + 4n^2 \cdot (u - a^{(n)}) \cdot \cos. \theta^2 \\ &= -g\left(\frac{\partial y'}{\partial \theta}\right) + \frac{2ng \cdot \cos. \theta}{i \sin. \theta} \cdot [a - y'] \\ &\quad + \frac{2K}{i} \cdot \sin. v \cos. v \cdot [(2n + 2i) \cdot \cos. \theta^2 - i] \cdot \cos. (it + \varpi) \\ &\quad + K \cdot \sin. 2\theta \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2\right] \\ &\quad + K \cdot \sin. v^2 \cdot \sin. 2\theta \cdot \frac{\pi + i}{2i} \cdot \cos. (2it + 2\varpi) \end{aligned} \right\} (22) \mp$$

pour satisfaire à ces équations, faisons d'abord $\delta = 0$, en sorte que l'on ait $y' = y$, & supposons

$y = a + b \cdot \cos. (it + \varpi) + c \cdot \cos. (2it + 2\varpi)$
 $u = a^{(n)} + b^{(n)} \cdot \cos. (it + \varpi) + c^{(n)} \cdot \cos. (2it + 2\varpi)$,
 $a, b, c, a^{(n)}, b^{(n)}$ & $c^{(n)}$ étant des fonctions de θ seul, qu'il s'agit de déterminer; en substituant ces valeurs dans les équations (21) & (22), & comparant séparément les coefficients de $\cos. (it + \varpi)$ & de $\cos. (2it + 2\varpi)$, on aura les six équations suivantes,

$$\begin{aligned}
 a \cdot \sin. \theta &= -l \cdot \left[\frac{\partial (\gamma a^{(1)}) \cdot \sin. \theta}{\partial \theta} \right] \\
 g \left(\frac{\partial a}{\partial \theta} \right) &= K \cdot \sin. 2 \theta \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 \right] \\
 b &= -l \gamma \cdot \left(\frac{\partial b^{(1)}}{\partial \theta} \right) + \frac{2n-i}{i} \cdot l \gamma b^{(1)} \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} - l b^{(1)} \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) \\
 &\quad + \frac{l g b \gamma}{i^2 \sin. \theta^2} - \frac{2 l K \gamma \cdot \cos. \theta}{i^2 \sin. \theta} \cdot \sin. v \cos. v \\
 b^{(1)} \cdot [4n^2 \cos. \theta^2 - i^2] &= -g \left(\frac{\partial b}{\partial \theta} \right) - \frac{2 n g b \cdot \cos. \theta}{i \sin. \theta} \\
 &\quad + \frac{2 K}{i} \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot [(2n+2i) \cdot \cos. \theta^2 - i] \\
 c &= -l \gamma \left(\frac{\partial c^{(1)}}{\partial \theta} \right) + \frac{2n-i}{i} l \gamma c^{(1)} \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} - l c^{(1)} \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) \\
 &\quad + \frac{l g c \gamma}{i^2 \sin. \theta^2} - \frac{l K \gamma \cdot \sin. v^2}{2 i^2} \\
 4 c^{(1)} \cdot [n^2 \cdot \cos. \theta^2 - i^2] &= -g \left(\frac{\partial c}{\partial \theta} \right) - \frac{2 n g c \cdot \cos. \theta}{i \sin. \theta} \\
 &\quad + \frac{n+i}{2 i} \cdot K \cdot \sin. v^2 \cdot \sin. 2 \theta
 \end{aligned}
 \tag{L}$$

toute la difficulté de la détermination des oscillations du fluide, se trouve ainsi réduite à satisfaire à ces équations.

La quantité γ , ou, ce qui revient au même, la loi de la profondeur du fluide étant indéterminée dans ces équations, la supposition la plus naturelle que l'on puisse faire sur cette profondeur, consiste à regarder le sphéroïde & le fluide comme ayant eu primitivement une figure elliptique; dans

ce cas on a, $\gamma = 1 + \frac{q}{l} \cdot \sin. \theta^2$, q étant un coefficient

constant; nous adopterons conséquemment cette valeur de γ dans la suite de ces recherches; cela posé, si l'on intègre la seconde des équations (L), on aura

$$a = \frac{K}{2g} \cdot \cos. 2 \theta \cdot [\cos. v^2 - \frac{1}{2} \sin. v^2] + F;$$

F étant une constante que nous déterminerons dans la suite; en substituant cette valeur dans la première de ces équations,

on aura en l'intégrant, $\gamma a^{(1)} \cdot \sin. \theta = - \int a d\theta \cdot \sin. \theta$; partant

$$a^{(1)} = - \frac{\int a d\theta \cdot \sin. \theta}{\left(1 + \frac{g}{l} \sin. \theta^2\right) \cdot \sin. \theta}$$

$$= - \frac{K \cdot [\cos. v^2 - \frac{1}{2} \sin. v^2] \cdot [3 \cos. \theta - \cos. 3\theta] - 12gF \cdot \cos. \theta + F^2}{12g \cdot \sin. \theta \cdot \left[1 + \frac{g}{l} \sin. \theta^2\right]}$$

F' étant une nouvelle constante ajoutée en intégrant. Pour satisfaire maintenant à la troisième & à la quatrième des équations (L), supposons

$$b = \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot [f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + f^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + f^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r}],$$

$$b^{(1)} = e + e^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + e^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + e^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r};$$

$f, f^{(1)}, f^{(2)}, \&c, e, e^{(1)}, e^{(2)}, \&c.$ étant des coefficients constants; en substituant ces valeurs de b & de $b^{(1)}$, dans la troisième des équations (L), on aura d'abord en comparant les coefficients de $\frac{\cos. \theta}{\sin. \theta}$, l'équation suivante

$$\frac{22-i}{i} \cdot e + \frac{gf}{i^2} - \frac{2K}{i^2} \cdot \sin. v \cdot \cos. v = 0; (23)$$

en divisant ensuite tous les autres termes de l'équation par $\sin. \theta \cdot \cos. \theta$, on aura une équation de cette forme,

$$f + f^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + f^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + f^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r}$$

$$= A + A^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + A^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + A^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r},$$

$A, A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(r)}$ étant des fonctions de $f, f^{(1)}, \&c, e, e^{(1)}, \&c.$ très-faciles à déterminer, & l'on aura

$$A^{(1)} = \frac{18f^{(2)}}{i^2} - \left[2r + \frac{3i-22}{i}\right] q \cdot e^{(1)};$$

en comparant séparément les coefficients des différentes puissances de $\sin. \theta$, on aura les $r+1$, équations suivantes, $A=f, A^{(1)}=f^{(1)}, A^{(2)}=f^{(2)} \dots A^{(r)}=f^{(r)}$, & cette dernière équation donne en y substituant au lieu de $A^{(r)}$ sa valeur,

$$(qg-i) \cdot f^{(r)} = q \cdot [2rii + 3ii - 2ni] \cdot e^{(r)}; (24)$$

si l'on substitue pareillement les valeurs précédentes de b & de $b^{(r)}$, dans la quatrième des équations (L), on aura une équation de cette forme

$$(4n^2 - i^2)e + [(4n^2 - i^2)e^{(r)} - 4n^2e] \cdot \sin. \theta^2 \\ + [(4n^2 - i^2) \cdot e^{(2)} - 4n^2e^{(2)}] \cdot \sin. \theta^4 \dots \dots \dots \\ + [(4n^2 - i^2)e^{(r)} - 4n^2 \cdot e^{(r-1)}] \cdot \sin. \theta^{2r} - 4n^2e^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r+2} \\ = {}^1B + B^{(r)} \cdot \sin. \theta^2 + B^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + B^{(r+1)} \cdot \sin. \theta^{2r+2};$$

${}^1B, B^{(r)}, B^{(2)},$ &c. étant des coefficients faciles à déterminer, & l'on trouvera

$${}^1B = -\frac{2n+i}{i} \cdot gf + \frac{2n+i}{i} \cdot 2K \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu;$$

& $B^{(r+1)} = gf^{(r)} \cdot [2r + 2 + \frac{2n}{i}]$; si l'on compare maintenant les coefficients des puissances de $\sin. \theta$, on aura

$$(4n^2 - i^2) \cdot e = {}^1B;$$

ou

$$(4n^2 - i^2) \cdot e = -\frac{2n+i}{i} \cdot gf + \frac{2n+i}{i} \cdot 2K \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu$$

partant

$$\frac{2n-i}{i} \cdot e + \frac{gf}{i^2} - \frac{2K}{i^2} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu = 0;$$

équation qui est la même que l'équation (23); on aura ensuite $(4n^2 - i^2) \cdot e^{(r)} - 4n^2 \cdot e = B^{(r)}$,

$$(4n^2 - i^2) \cdot e^{(2)} - 4n^2e^{(2)} = B^{(2)}$$

[.....

$$- 4n^2e^{(r)} = B^{(r+1)},$$

ou $- 4n^2e^{(r)} = gf^{(r)} \cdot [2r + 2 + \frac{2n}{i}]$; si l'on

compare cette équation avec l'équation (24), on en tirera

$$g = \frac{2n^2}{g \cdot [2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i}]}; \text{ on déterminera ensuite les}$$

$2r + 2$ quantités $f, f^{(r)}, f^{(2)} \dots f^{(r)}, e, e^{(r)}, e^{(2)}, \dots e^{(r)}$, au moyen des équations (23) & (24), & des $2r$ équations,

$$f = A, f^{(1)} = A^{(1)}, \dots, f^{(r-1)} = A^{(r-1)};$$

$$(4n^2 - i^2) e^{(1)} - 4n^2 e = B^{(1)},$$

$$(4n^2 - i^2) e^{(2)} - 4n^2 e^{(1)} = B^{(2)},$$

.....

$$(4n^2 - i^2) e^{(r)} - 4n^2 e^{(r-1)} = B^{(r)}.$$

Pour satisfaire ensuite à la cinquième & à la sixième des équations (L), supposons

$$z = \sin. \theta^2 \cdot [p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + p^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + p^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r}],$$

$$c^{(r)} = \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot [C + C^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + C^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + C^{(r-1)} \cdot \sin. \theta^{2r-2}];$$

$p, p^{(1)}, p^{(2)}, \&c, C, C^{(1)}, C^{(2)}, \&c.$ étant des coefficients constans qu'il s'agit de déterminer. Si l'on substitue ces valeurs de c & de $c^{(1)}$ dans la cinquième des équations (L), & que l'on ordonne cette équation par rapport aux puissances de $\sin. \theta$, on aura d'abord, en comparant les termes qui ne renferment point $\sin. \theta$,

$$0 = \frac{2n-2i}{i} \cdot C + \frac{8p}{i^2} - \frac{K \cdot \sin. r^2}{2i^2}; \quad (25)$$

& si l'on divise tous les autres termes de l'équation par $\sin. \theta^2$, on aura une équation de cette forme,

$$p + p^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + p^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + p^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r} \\ = D + D^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 + D^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + D^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r};$$

$D, D^{(1)}, D^{(2)}, \dots$ étant des fonctions de $p, p^{(1)}, \&c.$ & de $C, C^{(1)}, \&c.$ très-faciles à déterminer, & l'on trouvera

$$D^{(r)} = q \cdot C^{(r-1)} \cdot \left[\frac{2ri-2n+3i}{i} \right] + \frac{8q \cdot p^{(r)}}{i^2};$$

en comparant les coefficients des différentes puissances de $\sin. \theta$;

on a $p = D, p^{(1)} = D^{(1)}, p^{(2)} = D^{(2)}, \&c. \dots p^{(r)} = D^{(r)}$,

ou en substituant au lieu de $D^{(r)}$ la valeur,

$$p^{(r)} = q \cdot C^{(r-1)} \cdot \left[\frac{2ri-2n+3i}{i} \right] + \frac{8q \cdot p^{(r)}}{i^2}; \quad (26)$$

si l'on substitue pareillement au lieu de c & de $c^{(1)}$ leurs valeurs dans la sixième des équations (L), en la divisant par $\sin. \theta \cdot \cos. \theta$, & l'ordonnant ensuite par rapport aux différentes

différentes puissances de $\sin. \theta$, on aura une équation de cette forme ;

$$(4n^2 - 4i^2) \cdot \mathcal{C} + [(4n^2 - 4i^2) \mathcal{C}^{(1)} - 4n^2 \mathcal{C}] \cdot \sin. \theta^2 \\ + \&c. \dots - 4n^2 \mathcal{C}^{(r-1)} \cdot \sin. \theta^{2r} = E + E^{(1)} \cdot \sin. \theta^2 \\ + E^{(2)} \cdot \sin. \theta^4 \dots + E^{(r)} \cdot \sin. \theta^{2r};$$

$E, E^{(1)}, E^{(2)}, \&c.$ étant des fonctions de p , faciles à déterminer, & l'on trouvera

$$E = \frac{n+i}{i} \cdot [K \cdot \sin. r^2 - 2gp],$$

$$E^{(r)} = -gp^{(r)} \cdot \left[\frac{2ri + 2i + 2n}{i} \right];$$

si l'on compare maintenant les coefficients des différentes puissances de $\sin. \theta$, on aura d'abord

$$[4n^2 - 4i^2] \cdot \mathcal{C} = \frac{n+i}{i} \cdot (K \cdot \sin. r^2 - 2gp),$$

d'où l'on tire

$$\frac{2n-2i}{i} \cdot \mathcal{C} + \frac{gp}{i^2} - \frac{K \cdot \sin. r^2}{2i^2} = 0,$$

équation qui est la même que l'équation (25) ; on aura ensuite $(4n^2 - 4i^2) \cdot \mathcal{C}^{(1)} - 4n^2 \mathcal{C} = E^{(1)}; \dots - 4n^2 \mathcal{C}^{(r-1)} = E^{(r)}$, ou, en substituant au lieu de $E^{(r)}$ sa valeur,

$2n^2 \mathcal{C}^{(r-1)} = gp^{(r)} \cdot \frac{ri + i + n}{i}$. Si l'on combine cette équation avec l'équation (26), on en tirera

$$q = \frac{2n^2}{g \cdot [2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i}]};$$

on déterminera ensuite les $2r+1$ coefficients $p, p^{(1)}, p^{(2)} \dots p^{(r)}$, $\mathcal{C}, \mathcal{C}^{(1)} \dots \mathcal{C}^{(r-1)}$, au moyen des équations (25) & (26), & des $2r-1$ équations $p = D; p^{(1)} = D^{(1)}; \dots p^{(r-1)} = D^{(r-1)}; (4n^2 - 4i^2) \mathcal{C}^{(1)} - 4n^2 \mathcal{C} = E^{(1)}; (4n^2 - 4i^2) \mathcal{C}^{(2)} - 4n^2 \mathcal{C}^{(1)} = E^{(2)}; \dots (4n^2 - 4i^2) \mathcal{C}^{(r-1)} - 4n^2 \mathcal{C}^{(r-2)} = E^{(r-1)}$.

La valeur de q , que nous venons de trouver, étant la même que celle que nous avons trouvée ci-dessus, lorsqu'il s'agissoit

de satisfaire à la troisième & à la quatrième des équations (L), il en résulte que les valeurs précédentes de b , $b^{(1)}$, c & $c^{(1)}$ ont été bien choisies; si l'on reprend maintenant la valeur précédente de y , & que l'on considère que l'on a $\int y d\varpi d\theta, \sin.\theta = 0$, on trouvera facilement que la constante arbitraire F de l'ex-

pression de a , est égale à $\frac{K}{6g} \cdot [\cos.\varphi^2 - \frac{1}{2}\sin.\varphi^2]$; partant on a

$$y = \frac{K}{6g} \cdot [\cos.\varphi^2 - \frac{1}{2}\sin.\varphi^2] \cdot [1 + 3 \cdot \cos. 2\theta]$$

$$+ \sin.\theta \cdot \cos.\theta \cdot \cos.(it + \varpi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)} \cdot \sin.\theta^2 \dots \dots \dots \\ + f^{(2)} \cdot \sin.\theta^2 \end{array} \right\}$$

$$+ \sin.\theta^2 \cdot \cos.(2it + 2\varpi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)} \cdot \sin.\theta^2 \dots \dots \dots \\ + p^{(2)} \cdot \sin.\theta^2 \end{array} \right\}$$

on aura ensuite la vitesse horizontale $\alpha \cdot (\frac{\partial u}{\partial t})$, du fluide dans le sens du Méridien, en considérant que

$$(\frac{\partial u}{\partial t}) = i \cdot (\frac{\partial u}{\partial \varpi}) = -i \cdot \sin.(it + \varpi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} e + e^{(1)} \cdot \sin.\theta^2 + e^{(2)} \cdot \sin.\theta^2 \dots \dots \dots \\ + e^{(3)} \cdot \sin.\theta^2 \end{array} \right\}$$

$$- 2i \cdot \sin.(2it + 2\varpi) \cdot \sin.\theta \cdot \cos.\theta \cdot \left\{ \begin{array}{l} G + G^{(1)} \cdot \sin.\theta^2 \dots \dots \dots \\ + G^{(2)} \cdot \sin.\theta^2 \end{array} \right\}$$

enfin l'équation (I) donnera la vitesse du fluide dans le sens du parallèle, en observant que cette vitesse est égale à

$$\alpha \cdot (\frac{\partial v}{\partial t}) \cdot \sin.\theta = \alpha i \cdot (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) \cdot \sin.\theta$$

Si l'on applique maintenant à la valeur précédente de y , la méthode de l'article XIV, on s'assurera facilement qu'elle doit être admise en entier, ainsi que les valeurs correspondantes que nous avons trouvées pour $(\frac{\partial u}{\partial t})$ & $(\frac{\partial v}{\partial t})$, & que ces valeurs sont les seules que l'on doive admettre dans la question présente; comme ce calcul ne présente aucune difficulté d'après ce que nous avons dit article XIV, nous ne nous y arrêterons pas.

XVI.

CONSIDÉRONS le cas dans lequel le fluide a une densité quelconque Δ , & supposons qu'alors, l'expression de y ait la forme suivante,

$$y = e. [3 \cos. \theta^2 - 1] \\ + \sin. \theta. \cos. \theta. \cos. (it + \omega). \left\{ f + f^{(1)} \sin. \theta^2 + f^{(2)} \sin. \theta^4 \dots \right. \\ \left. + f^{(r)} \sin. \theta^{2r} \right\} \\ + \sin. \theta^3. \cos. (2it + 2\omega). \left\{ p + p^{(1)} \sin. \theta^2 + p^{(2)} \sin. \theta^4 \dots \right. \\ \left. + p^{(r)} \sin. \theta^{2r} \right\}$$

$e, f, f^{(1)}, \&c. p, p^{(1)}, p^{(2)}, \&c.$ étant des coefficients constants qu'il s'agit de déterminer; il est facile de s'assurer que cette valeur de y satisfait à l'équation $\iint y \partial \omega \partial \theta. \sin. \theta = 0$, voyons ensuite si elle peut satisfaire aux équations (21) & (22) de l'art. précédent; on a par cet article, $y' = y - \frac{\Delta}{g} f C \partial \omega. \sin. \theta$;

de plus on a par l'article IX,

$$\Delta C = - \sin. (it + \omega). \cos. \theta. [\lambda + \lambda^{(1)} \sin. \theta^2 \dots + \lambda^{(r)} \sin. \theta^{2r}] \\ - \sin. (2it + 2\omega). \sin. \theta. [\mu + \mu^{(1)} \sin. \theta^2 \dots + \mu^{(r)} \sin. \theta^{2r}];$$

$\lambda, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \&c. \mu, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}, \&c.$ étant des fonctions de $f, f^{(1)}, f^{(2)}, \&c. p, p^{(1)}, p^{(2)}, \&c.$ que l'on déterminera par le même article; on aura donc

$$\int \Delta C \partial \omega. \sin. \theta = G + \sin. \theta \cos. \theta. \cos. (it + \omega). \left\{ \lambda + \lambda^{(1)} \sin. \theta^2 \dots \right. \\ \left. + \lambda^{(r)} \sin. \theta^{2r} \right\} \\ + \frac{1}{2} \sin. \theta^3. \cos. (2it + 2\omega). \left\{ \mu + \mu^{(1)} \sin. \theta^2 \dots \right. \\ \left. + \mu^{(r)} \sin. \theta^{2r} \right\}$$

G étant une constante arbitraire qui peut être fonction de θ ; pour la déterminer, on observera que nous avons supposé dans l'article précédent, $\Delta B = \Delta. f\left(\frac{\partial.(C. \sin. \theta)}{\partial \theta}\right). \partial \omega$; d'où

il suit que $\left(\frac{\partial G}{\partial \theta}\right)$ doit être égal à la partie de l'expression

T ij

de δB , qui est fonction de θ seul; or nous avons vu, article IX, que cette partie est égale à $-\frac{12}{5}\pi\delta\epsilon.\sin.2\theta$; donc $(\frac{\partial G}{\partial \theta}) = -\frac{12\pi}{5}\delta\epsilon.\sin.2\theta$; partant,

$$G = \frac{6}{5}\pi\delta\epsilon.\cos.2\theta + F,$$

F étant une constante quelconque à laquelle nous sommes libres de donner ici telle valeur que nous voudrons. Nous la supposons pour plus de simplicité, égale à $\frac{2}{5}\pi\delta\epsilon$, ce qui donne $G = \frac{4}{5}\pi\delta\epsilon.[3.\cos.\theta^2 - 1]$.

Faisons maintenant

$$\begin{aligned} e.[1 - \frac{4\delta^2\pi}{5g}] &= e_1, f - \frac{\lambda}{g} = f_1, f^{(1)} - \frac{\lambda^{(1)}}{g} = f_1^{(1)}, \\ f^{(2)} - \frac{\lambda^{(2)}}{g} &= f_1^{(2)} \dots f^{(r)} - \frac{\lambda^{(r)}}{g} = f_1^{(r)}, p - \frac{\lambda}{2g} = p_1, \\ p^{(1)} - \frac{\lambda^{(1)}}{2g} &= p_1^{(1)}, \dots p^{(r)} - \frac{\lambda^{(r)}}{2g} = p_1^{(r)}, \end{aligned}$$

& nous aurons

$$\begin{aligned} y &= e_1.[3.\cos.\theta^2 - 1] + \sin.\theta.\cos.\theta.\cos.(it + \omega).\left\{f_1 + f_1^{(1)}.\sin.\theta^2 + f_1^{(2)}.\sin.\theta^4 \dots \right. \\ &\quad \left. + f_1^{(r)}.\sin.\theta^{2r}\right\} \\ &\quad + \sin.\theta^3.\cos.(2it + 2\omega).\left\{p_1 + p_1^{(1)}.\sin.\theta^2 + p_1^{(2)}.\sin.\theta^4 \dots \right. \\ &\quad \left. + p_1^{(r)}.\sin.\theta^{2r}\right\}. \end{aligned}$$

supposons ensuite, comme précédemment;

$$\begin{aligned} u &= a^{(1)} + \cos.(2it + \omega).[e + e^{(1)}.\sin.\theta^2 + e^{(2)}.\sin.\theta^4 \dots + e^{(r)}.\sin.\theta^{2r}] \\ &\quad + \sin.\theta.\cos.\theta.\cos.(2it + 2\omega).[e + e^{(1)}.\sin.\theta^2 \dots + e^{(r-1)}.\sin.\theta^{2r-2}]; \end{aligned}$$

si l'on substitue ces valeurs dans les équations (21) & (22),

& que l'on y fasse $\gamma = 1 + \frac{q}{l}.\sin.\theta^2$, on aura d'abord,

en comparant les termes indépendans de l'angle $it + \omega$ dans l'équation (21),

$$e.\sin.\theta.[3.\cos.\theta^2 - 1] = -l.\left[\frac{\partial.[a^{(1)}.\sin.\theta.(1 + \frac{q}{l}.\sin.\theta^2)]}{\partial \theta}\right];$$

L'équation (22) donnera pareillement

$$e_1 = \frac{K}{3g} \cdot [\cos. v^2 - \frac{r}{2} \cdot \sin. v^2];$$

partant,

$$e = \frac{K}{3g \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{5g}]} \cdot [\cos. v^2 - \frac{r}{2} \cdot \sin. v^2].$$

La comparaison des coefficients de $\cos. (it + \omega)$, dans l'équation (21) donnera

$$\frac{2n-i}{i} \cdot e + \frac{gf_1}{i^2} - \frac{2K}{i^2} \cdot \sin. v \cos. v = 0; \quad (27)$$

& cette équation répond à l'équation (23) de l'article précédent; on aura ensuite $f = A_1, f^{(1)} = A_1^{(1)}, f^{(2)} = A_1^{(2)}, \dots, f^{(r)} = A_1^{(r)}$; $A_1, A_1^{(1)}, A_1^{(2)}, \&c.$ étant pareilles fonctions de $f_1, f_1^{(1)}, f_1^{(2)}, \&c.$ que les quantités que nous avons nommées $A, A^{(1)}, A^{(2)}, \&c.$ le sont de $f, f^{(1)}, f^{(2)}, \&c.$

$$\text{on aura donc } A_1^{(r)} = \frac{gq}{i^2} f_1^{(r)} - [2r + \frac{3i-2n}{i}] q \cdot e^{(r)};$$

$$\text{partant } f^{(r)} = \frac{gq}{i^2} f_1^{(r)} - [2r + \frac{3i-2n}{i}] q \cdot e^{(r)}; \text{ or}$$

$$\text{on a } f_1^{(r)} = f^{(r)} - \frac{\lambda^{(r)}}{g}, \& \text{ par l'art. IX, } \lambda^{(r)} = \frac{4\delta\pi \cdot f^{(r)}}{4r+5};$$

$$\text{dont } f_1^{(r)} = f^{(r)} \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}], \text{ ce qui donne}$$

$$f^{(r)} \cdot [qg \cdot (1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}) - i^2] = q \cdot [2ri^2 + 3ii - 2ni] \cdot e^{(r)}; \quad (28)$$

& cette équation répond à l'équation (24) de l'article précédent.

Si l'on compare les coefficients de $\cos. (it + \omega)$, dans l'équation (22), on trouvera d'abord l'équation (27); on trouvera ensuite les équations suivantes,

$$\{4n^2 - i^2\} e^{(1)} - 4n^2 e = B_1^{(1)}, \{4n^2 - i^2\} e^{(2)} - 4n^2 e^{(1)} = B_1^{(2)}, \dots, \\ \{4n^2 - i^2\} \cdot e^{(r)} - 4n^2 \cdot e^{(r-1)} = B_1^{(r)}, - 4n^2 e^{(r)} = B_1^{(r+1)}; \\ B_1^{(1)}, B_1^{(2)}, \dots, B_1^{(r+1)}, \text{ étant pareilles fonctions de } f_1, f_1^{(1)},$$

$f_1^{(2)} \dots f_1^{(r)}$, que $B^{(1)}, B^{(2)} \dots B^{(r+1)}$, le font de $f_1^{(r+1)}, f_1^{(2)} \dots f_1^{(r)}$; on aura donc,

$$B_1^{(r+1)} = g f_1^{(r)} \cdot [2r + 2 + \frac{2\pi}{i}],$$

$$\text{ou } B_1^{(r+1)} = g \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}] \cdot f_1^{(r)} \cdot [2r + 2 + \frac{2\pi}{i}];$$

$$\text{partant } -2n^2 e^{(r)} = g f_1^{(r)} \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}] \cdot [r + 1 + \frac{\pi}{i}].$$

Si l'on compare cette équation avec l'équation (28), on en tirera

$$q = \frac{2n^2}{g \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}] \cdot [2r^2 + 5r + 3 + \frac{\pi}{i}]};$$

on déterminera ensuite les $2r + 2$ quantités $f, f^{(1)}, f^{(2)} \dots f^{(r)}, e, e^{(1)}, e^{(2)} \dots e^{(r)}$, au moyen des équations (27) & (28), & des $2r$ équations $f = A_1, f^{(1)} = A_1^{(1)}, f^{(2)} = A_1^{(2)}, \dots f^{(r-1)} = A_1^{(r-1)}, (4n^2 - i^2)e^{(1)} - 4n^2 e = B_1^{(1)}, (4n^2 - i^2)e^{(2)} - 4n^2 e^{(1)} = B_1^{(2)}, \dots (4n^2 - i^2)e^{(r)} - 4n^2 e^{(r-1)} = B_1^{(r)}$.

Si l'on compare maintenant les coefficients de $\cos(2it + 2\pi)$ dans l'équation (21), on aura d'abord

$$0 = \frac{2n - 2i}{i} \cdot \mathcal{C} + \frac{gP_1}{i^2} - \frac{K \cdot \sin. r^2}{2i^2}; \quad (29)$$

& cette équation répond à l'équation (25) de l'article précédent; on aura ensuite $p = D_1, p^{(1)} = D_1^{(1)}, p^{(2)} = D_1^{(2)}, \dots p^{(r)} = D_1^{(r)}, D_1, D_1^{(1)}, D_1^{(2)} \dots D_1^{(r)}$, étant pareilles fonctions de $p, p^{(1)}, p^{(2)} \dots p^{(r)}$, que $D, D^{(1)}, D^{(2)} \dots D^{(r)}$, le font de $p, p^{(1)}, p^{(2)} \dots p^{(r)}$; on aura donc

$$D_1^{(r)} = q \mathcal{C}^{(r-1)} \cdot [\frac{2ri - 2\pi + 3i}{i}] + \frac{gP}{i^2} \cdot p_1^{(r)};$$

$$\text{donc } p_1^{(r)} = q \mathcal{C}^{(r-1)} \cdot [\frac{2ri + 3i - 2\pi}{i}] + \frac{gq}{i^2} \cdot p_1^{(r)};$$

$$\text{or on a } p_1^{(r)} = p^{(r)} - \frac{\epsilon^{(r)}}{2g}, \text{ \& par l'art. IX. } \mathcal{C}^{(r)} = \frac{8\delta\pi \cdot p^{(r)}}{4r + 5};$$

donc $p_i^{(r)} = p^{(r)} \cdot \left[1 - \frac{4\pi^{\delta}}{(4r+5)g} \right]$; partant

$$\left[i^2 - qg \left(1 - \frac{4\pi^{\delta}}{(4r+5)g} \right) \right] \cdot p^{(r)} = q \cdot \mathcal{C}^{(r-1)} \cdot \left(\frac{2ri^2 - 2ni + 3i^2}{i} \right); \quad (30)$$

cette équation répond à l'équation (26).

Si l'on compare ensuite les coefficients de $\cos(2it + 2\pi)$ dans l'équation (22), on aura d'abord l'équation (29); ensuite on aura $(4n^2 - 4i^2) \cdot \mathcal{C}^{(1)} - 4n^2 \mathcal{C} = E_1^{(2)}$, $(4n^2 - 4i^2) \mathcal{C}^{(2)} - 4n^2 \mathcal{C}^{(1)} = E_1^{(3)}, \dots - 4n^2 \mathcal{C}^{(r-1)} = E_1^{(r)}$, $E_1, E_1^{(1)}, E_1^{(2)}, \dots, E_1^{(r)}$, étant pareilles fonctions de $p, p^{(1)}, p^{(2)}, \dots, p^{(r)}$, que $E^{(1)}, E^{(2)}, \dots, E^{(r)}$, le sont de $p, p^{(1)}, p^{(2)}, \dots, p^{(r)}$; on aura donc

$$E_1^{(r)} = -gp_i^{(r)} \cdot \left[\frac{2ri + 2i + 2\pi}{i} \right] = -gp^{(r)} \cdot \left[1 - \frac{4\pi^{\delta}}{(4r+5)g} \right] \cdot \left[\frac{2ri^2 + 2i + 2\pi}{i} \right];$$

$$\text{partant } 2n^2 \mathcal{C}^{(r-1)} = gp^{(r)} \cdot \left[1 - \frac{4\pi^{\delta}}{(4r+5)g} \right] \cdot \left[\frac{ri + i + \pi}{i} \right];$$

en combinant cette équation avec l'équation (30), on en tirera

$$q = \frac{2n^2}{g \left[1 - \frac{4\pi^{\delta}}{(4r+5)g} \right] \cdot [2r^2 + 5r + 3 + \frac{\pi}{i}]};$$

on déterminera ensuite les $2r + 1$ coefficients $p, p^{(1)}, p^{(2)}, \dots, p^{(r)}$, $\mathcal{C}, \mathcal{C}^{(1)}, \dots, \mathcal{C}^{(r-1)}$, au moyen des équations (29) & (30), & des $2r - 1$ équations

$$p = D_1, p^{(1)} = D_1^{(1)}, p^{(2)} = D_1^{(2)}, \dots, p^{(r-1)} = D_1^{(r-1)},$$

$$(4n^2 - 4i^2) \mathcal{C}^{(1)} - 4n^2 \mathcal{C} = E_1^{(2)},$$

$$(4n^2 - 4i^2) \mathcal{C}^{(2)} - 4n^2 \mathcal{C}^{(1)} = E_1^{(3)},$$

$$\dots \dots \dots$$

$$(4n^2 - 4i^2) \mathcal{C}^{(r-1)} - 4n^2 \mathcal{C}^{(r-2)} = E_1^{(r)}.$$

Les deux valeurs de q , que nous venons de trouver dans cet article, étant entièrement les mêmes, il en résulte que les valeurs précédentes de u & de y , ont été bien choisies; nous pouvons conséquemment déterminer par la méthode précédente, les oscillations du fluide, toutes les fois que la profondeur sera égale à

$$1 + \frac{2\pi^2 \cdot \sin. \theta^2}{g \left[1 - \frac{4\delta^2 \pi}{(4r+5)g} \right] \cdot \left[2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i} \right]};$$

l étant une constante quelconque très-petite relativement au demi-axe du sphéroïde, & r étant au nombre entier quelconque, ce qui donne une infinité de cas dans lesquels la détermination rigoureuse du flux & du reflux de la Mer, est possible.

Si l'on nomme $\delta^{(1)}$, la densité moyenne du sphéroïde, on aura à très-peu près $g = \frac{4}{3} \pi \delta^{(1)}$; la quantité précédente peut donc être mise sous la forme suivante,

$$1 + \frac{2\pi^2 \cdot \sin. \theta^2}{g \left[1 - \frac{3\delta^2}{(4r+5)\delta^{(1)}} \right] \cdot \left[2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i} \right]}.$$

Si $n=0$, cette quantité se réduit à la constante l , & nous aurons le cas que nous avons discuté ci-dessus avec étendue.

X V I I.

$\frac{\pi^2}{g}$ exprime, comme l'on fait, le rapport de la force centrifuge à l'Équateur, à la pesanteur; ce rapport est pour la Terre, égal à $\frac{1}{289}$; la quantité précédente devient ainsi

$$1 + \frac{2 \sin. \theta^2}{289 \cdot \left[1 - \frac{3\delta^2}{(4r+5)\delta^{(1)}} \right] \cdot \left[2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i} \right]};$$

on supposera donc la loi de la profondeur de la Mer, représentée par cette quantité, & l'on déterminera dans cette supposition, les valeurs de y , $(\frac{\partial u}{\partial t})$, & $(\frac{\partial v}{\partial t})$, résultantes de l'action de la Lune. Les quantités h , r & m , au lieu d'être constantes comme nous l'avons supposé, sont un peu variables; mais on pourra substituer au lieu de m , la valeur moyenne dans la formule qui exprime la loi de la profondeur de la Mer, & dans toutes les autres quantités, on pourra, conformément

conformément à la remarque de l'article XIV, substituer au lieu de v , h & m , leurs véritables valeurs variables; nous verrons dans la suite jusqu'à quel point cette supposition est exacte.

Lorsqu'on aura calculé l'effet de la Lune sur la Mer, il suffira de changer dans les résultats les quantités relatives à la Lune, dans celles qui sont relatives au Soleil, & en ajoutant la somme de ces effets, on aura l'effet total résultant de l'action du Soleil & de la Lune sur la Mer.

Il y a cependant une observation essentielle à faire, & qui peut donner lieu à une difficulté qu'il est à propos de résoudre. La loi de la profondeur du fluide dépend de la valeur de i , & cette quantité dépend elle-même du mouvement de l'Astre attirant dans l'espace; il résulte de-là que dans les mêmes hypothèses sur la profondeur de la Mer, dans lesquelles on peut déterminer l'effet de la Lune, il est impossible, par la méthode précédente, de déterminer celui du Soleil. Pour répondre à cette difficulté, nous observerons que le mouvement angulaire du Soleil & de la Lune autour de la Terre, résultant de leur mouvement réel dans l'espace, est très-petit relativement au mouvement de rotation de la Terre, puisque pour la Lune, il n'en est que $\frac{1}{27}$ environ, & que pour le Soleil, il en est à peu-près $\frac{1}{365}$; on peut donc supposer sans erreur sensible pour ces deux Astres, i , ou $n - m = n$, en négligeant m par rapport à n , & alors la loi de la profondeur de la Mer est entièrement indépendante des mouvemens du Soleil & de la Lune. Pour avoir l'erreur qui résulte de la supposition de $i = n$, considérons le cas le plus défavorable dans lequel m est à peu-près égal à $\frac{n}{27}$, on aura $i = \frac{26}{27} n$; la loi de la profondeur de la Mer devient ainsi,

$$1 + \frac{2 \sin. \theta^2}{289 \cdot \left[1 - \frac{3 \theta^2}{(47 + 5) \theta^{(1)}} \right] \cdot [27^2 + 57 + 4 + \frac{1}{26}]},$$

Mém. 1775.

U

ou à peu-près,

$$1 + \frac{\frac{2 \sin. \theta^2}{289 \cdot [1 - \frac{3 \Delta}{(4r + 5)\Delta^{(1)}}] \cdot [2r^2 + 5r + 4]}}{[1 - \frac{1}{26 \cdot [2r^2 + 5r + 4]}]};$$

en sorte que ce que l'on néglige dans la supposition de $n = i$, est

$$\frac{\sin. \theta^2}{13 \cdot 289 \cdot [1 - \frac{3 \Delta}{(4r + 5)\Delta^{(1)}}] \cdot [2r^2 + 5r + 4]^2},$$

quantité absolument insensible, & qui ne va pas à $\frac{r}{200}$ de lieue, dans le cas même où l'on suppose $\Delta = \Delta^{(2)}$, $r = 1$, & $\sin. \theta = 1$.

Examinons présentement comment on peut concilier la loi précédente de la profondeur de la Mer avec la figure de la Terre qui résulte des observations; pour cela, supposons que le sphéroïde que la Mer recouvre soit un ellipsoïde tel que les densités & les ellipticités de ses différentes couches varient du centre à la surface. Soit ΔR la densité d'une couche dont le demi-axe est s ; soit p l'ellipticité de cette couche, & que l'on fasse $A = \int R s^2 \partial s$, $D = \int R \cdot \partial (s^3 \cdot p)$, les intégrales étant prises depuis $s = 0$, jusqu'à $s = 1$; soit encore a l'ellipticité de la surface du sphéroïde, & h l'ellipticité que les observations donnent à la Terre, on aura $a + q = h$, & l'on trouvera, par les formules que M. Clairaut donne dans sa théorie de la figure de la Terre, en observant qu'ici la profondeur de la Mer est supposée très-petite,

$$a + q = h = \frac{6D - 6a + 15A \cdot \frac{n^2}{g}}{30A - 6}.$$

Si l'on nomme maintenant f le rapport de la densité moyenne de la Terre à celle de l'eau, qui paroît résulter des observations faites nouvellement dans les montagnes d'Écosse,

il est aisé de voir que l'on aura $f = \frac{\int \Delta \cdot R s^2 \partial s}{\int \Delta s^2 \partial s} = 3A$;

nous devons donc satisfaire aux trois équations suivantes,

$$a + q = h, f = 3A;$$

$$h = \frac{6D - 6a + 15A \cdot \frac{\pi^2}{8}}{30A - 6};$$

de ces trois équations, on tirera $a = h - q$, $A = \frac{1}{3}f$.

$$D = \frac{10fh - 6q + 5f \cdot \frac{\pi^2}{8}}{6};$$

la première de ces équations donne l'ellipticité du sphéroïde; quant aux deux autres, on peut y satisfaire d'une infinité de manières. Pour le faire voir, supposons $R = \mu \cdot \phi(s)$, $\phi(s)$ étant une fonction quelconque de s , & μ étant un coefficient constant quelconque; on satisfera à l'équation

$$A = \frac{1}{3}f, \text{ en prenant } \mu = \frac{f}{3f s^2 \phi(s) \partial s}, \text{ \& comme la}$$

fonction $\phi(s)$ est indéterminée, il en résulte qu'il y a une infinité de manières de satisfaire à cette équation.

On peut satisfaire pareillement d'une infinité de manières

$$\text{à l'équation, } D = \frac{10fh - 6q + 5f \cdot \frac{\pi^2}{8}}{6}; \text{ car soit}$$

$\psi(s)$ une fonction quelconque de s ; on peut supposer $\int R \partial (r^3 \rho)$, ou $\mu \phi(s) \partial (s^3 \rho) = \psi(s)$; il suffit pour cela de prendre $\rho = \frac{1}{s^3} \int \frac{\partial \cdot \psi(s)}{\mu \phi(s)} + C$, & de déterminer la

constante arbitraire C , de manière que l'on ait $\rho = a$, lorsque $s = 1$; or la fonction $\psi(s)$ étant indéterminée, on peut faire en sorte, & cela d'une infinité de manières, qu'elle

$$\text{soit égale à } \frac{10fh - 6q + 5f \cdot \frac{\pi^2}{8}}{6}, \text{ lorsque } s = 1.$$

X V I I I.

EN considérant l'expression trouvée ci-dessus pour la profondeur de la Mer, dans le cas où par la méthode

précédente, nous pouvons en déterminer les oscillations, il est aisé de voir que si l'on suppose r un peu considérable, on aura à très-peu-près le cas où la Mer a par-tout la même profondeur; supposons par exemple, $r = 10$, & l'on aura pour l'expression de la profondeur de la Mer,

$$l + \frac{2 \sin \theta^2}{289 \cdot 254 \cdot [1 - \frac{3 \delta}{5 \delta^{(1)}}]} r$$

quantité qui se réduit à très-peu-près à l , car le terme $\frac{2 \sin \theta^2}{289 \cdot 254 \cdot [1 - \frac{3 \delta}{5 \delta^{(1)}}]}$ n'excède pas $\frac{r}{20}$ de lieue, dans

le cas même où l'on suppose $\sin \theta = 1$, & $\delta = \delta^{(1)}$.

Pour éclaircir maintenant par un exemple, la méthode des articles XV & XVI, nous allons considérer ici le cas de

$r = 1$, & déterminer les valeurs de y , $(\frac{\partial u}{\partial t})$ & $(\frac{\partial v}{\partial t}) \cdot \sin \theta$.

Pour cela, nous observerons que dans ce cas on a,

$$y = e \cdot [3 \cos \theta^2 - 1] + \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot [f + f^{(1)} \cdot \sin \theta^2] \cdot \cos (it + \omega) \\ + \sin \theta^2 \cdot [p + p^{(1)} \cdot \sin \theta^2] \cdot \cos (2it + 2\omega), \\ (\frac{\partial u}{\partial t}) = i (\frac{\partial u}{\partial \omega}) = -i \cdot [e + e^{(1)} \cdot \sin \theta^2] \cdot \sin (it + \omega) \\ - 2i \mathcal{C} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin (2it + 2\omega);$$

& l'équation (//) de l'article XV nous donnera,

$$\sin \theta \cdot (\frac{\partial v}{\partial t}) = i \cdot \sin \theta \cdot (\frac{\partial \eta}{\partial \omega}) \\ = \cos \theta \cdot \cos (it + \omega) \cdot \left\{ \begin{aligned} &\frac{2K}{i^2} \cdot \sin \nu \cdot \cos \nu - \frac{2\pi e}{i} - \frac{8f_1}{i^2} \\ &- \sin \theta^2 \cdot [\frac{2\pi e^{(1)}}{i} + \frac{8f_1^{(1)}}{i^2}] \end{aligned} \right\} \\ + \sin \theta \cdot \cos (2it + 2\omega) \cdot \left\{ \begin{aligned} &\frac{K}{2i^2} \cdot \sin \nu^2 - \frac{2\pi}{i} \cdot \mathcal{C} - \frac{8p_1}{i^2} \\ &+ \sin \theta^2 \cdot [\frac{2\pi \mathcal{C}^{(1)}}{i} - \frac{8p_1^{(1)}}{i^2}] \end{aligned} \right\}$$

tout se réduit donc à déterminer $e, f, f_1, f_1^{(1)}, f_1^{(2)}, p, p_1, p_1^{(1)}, p_1^{(2)}, e, e^{(1)}, & e^{(2)}$

On aura d'abord par l'article XVI,

$$e = \frac{K}{3g \left(1 - \frac{4\pi}{5g}\right)} \cdot [\cos. v^2 - \frac{1}{2} \sin. v^2];$$

& si l'on nomme $\delta^{(1)}$ la densité moyenne de la Planète, on aura à cause de $g = \frac{4}{3} \pi \delta^{(1)}$,

$$e = \frac{K}{3g \left(1 - \frac{3\pi}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot [\cos. v^2 - \frac{1}{2} \sin. v^2];$$

on aura ensuite par le même article, les équations

$$\frac{2n-i}{i} \cdot e + \frac{gf_1}{i^2} - \frac{2K}{i^2} \cdot \sin. v \cdot \cos. v = 0;$$

$$f = A_1,$$

$$(4n^2 - i^2) e^{(1)} - 4n^2 e = B_1^{(1)}$$

$$- 2n^2 e^{(1)} = \frac{n+i}{i} \cdot g f^{(1)} \cdot \left[1 - \frac{4\pi\delta}{9g}\right];$$

on trouvera par l'article XV,

$$A = \frac{2n-3i}{i} \cdot [le^{(1)} + qe] + \frac{g}{i^2} [qf + lf^{(1)}] - \frac{2q}{i^2} K \cdot \sin. v \cdot \cos. v,$$

$$B^{(1)} = \frac{n+i}{i} \cdot 2gf - \left(\frac{2n+3i}{i}\right) \cdot g f^{(1)} - 4 \cdot \frac{n+i}{i} \cdot K \cdot \sin. v \cdot \cos. v;$$

donc A_1 & $B_1^{(1)}$ étant pareilles fonctions de f_1 & de $f_1^{(1)}$, que A & $B^{(1)}$ le sont de f & de $f^{(1)}$, on aura

$$A_1 = \frac{2n-3i}{i} \cdot [le^{(1)} + qe] + \frac{g}{i^2} [qf_1 + lf_1^{(1)}] - \frac{2q}{i^2} K \cdot \sin. v \cdot \cos. v,$$

$$B_1^{(1)} = \frac{n+i}{i} \cdot 2gf_1 - \left(\frac{2n+3i}{i}\right) \cdot g f_1^{(1)} - 4 \cdot \frac{n+i}{i} K \cdot \sin. v \cdot \cos. v;$$

de plus, on a par l'article XVI, $f_1 = f - \frac{\lambda}{g}$, &

$f_1^{(1)} = f^{(1)} - \frac{\lambda^{(1)}}{g}$, & l'on trouvera facilement par l'article IX,

$$\frac{\lambda}{g} = \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} f + \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}} f^{(1)},$$

$$\frac{\lambda^{(1)}}{g} = \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \cdot f^{(1)};$$

ce qui donne

$$f_1 = f \cdot \left[1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right] - \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}} \cdot f^{(1)},$$

$$f_1^{(1)} = f^{(1)} \cdot \left[1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \right];$$

partant, on aura les quatre équations

$$0 = \frac{2n-i}{i} \cdot e + \frac{gf}{i^2} \cdot \left[1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right] - \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}} \cdot \frac{gf^{(1)}}{i^2} - \frac{2K}{i^2} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu;$$

$$f = \frac{2n-3i}{i} \cdot [le^{(1)} + qe] + \frac{gq}{i^2} f \cdot \left[1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right] - \frac{gq}{i^2} \cdot \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}} \cdot f^{(1)}$$

$$+ \frac{lg}{i^2} \cdot f^{(1)} \cdot \left[1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \right] - \frac{2qK}{i^2} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu;$$

$$(4n^2 - i^2) e^{(1)} - 4n^2 e$$

$$= 2g \cdot \frac{n+i}{i} f \cdot \left[1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right] - 2g \cdot \frac{n+i}{i} \cdot \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}} \cdot f^{(1)}$$

$$- \left(\frac{2n+3i}{i} \right) gf^{(1)} \cdot \left[1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \right] - 4K \cdot \frac{n+i}{i} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu;$$

$$- 2n^2 e^{(1)} = \frac{n+i}{i} \cdot gf^{(1)} \cdot \left[1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \right];$$

on tirera facilement de ces équations les valeurs de e , $e^{(1)}$, f

& $f^{(1)}$; & si, pour abréger, l'on fait $\frac{n}{g} = \mu$,

$$P = (2n-i) \cdot \left[1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \right] \cdot [2n^2 \cdot (2n+3i) - (n+2i) \cdot (4n^2-i^2)]$$

$$+ \frac{64\delta \cdot n^2}{105\delta^{(1)}} \cdot [(n+i) \cdot (2n-i) - 2n^2],$$

$$Q = 4n^2 \cdot \left[1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right] \cdot [(n+i) \cdot (2n-i) - 2n^2],$$

$$R = \left[1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \right] \cdot \left\{ (2n-3i)q \cdot [2n^2 \cdot (2n+3i) - (n+2i) \cdot (4n^2-i^2)] \right. \\ \left. + 4n^2l \cdot [2n^2 - (2n-3i) \cdot (n+2i)] \right. \\ \left. + 4n^2q \cdot [2n-3i) \cdot (n+i) - 2n^2] \cdot \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}} \right\}$$

$$S = 8n^2i\mu + 4n^2q \cdot \left[1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right] \cdot [(2n-3i) \cdot (n+i) - 2n^2];$$

on aura

$$f = \frac{8K}{g} \cdot n^2 \sin v \cdot \cos v \cdot \frac{[(2n-i) \cdot (n+i) \cdot R - 2n^2R + 2n^2qP - (2n-3i) \cdot (n+i)qP]}{RQ - PS},$$

$$f^{(1)} = \frac{8K}{g} \cdot n^2 \sin v \cdot \cos v \cdot \frac{[(2n-i) \cdot (n+i) \cdot S - 2n^2S + 2n^2qQ - (2n-3i) \cdot (n+i)qQ]}{RQ - PS};$$

on déterminera ensuite e , & $e^{(1)}$, au moyen des équations

$$e = \frac{2K \sin v \cdot \cos v - gf \cdot \left[1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right] + gf^{(1)} \cdot \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}}}{2ni - i^2}$$

$$e^{(1)} = - \frac{n+2i}{2i} \cdot \frac{f^{(1)}}{\mu} \cdot \left[1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \right].$$

Si l'on suppose n infiniment petit, on aura $i = -m$; d'ailleurs, q sera infiniment petit de l'ordre n^2 , en sorte que la profondeur de la Mer sera par-tout égale à la constante l ; nous devons donc retrouver ici les mêmes résultats que nous avons trouvés pour ce cas, *article XI*; or on a, en faisant n infiniment petit,

$$P = -2m^2 \left(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \right); Q = -4m^2n^2 \cdot \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right)$$

$$R = \left(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} \right) \cdot [24n^2m^2l - 6m^2q];$$

$$S = \frac{8n^2m^2}{g} - 12n^2m^2q \cdot \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right).$$

D'où l'on tirera

$$f = \frac{12lK \sin v \cdot \cos v}{6lg \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \right) - m^2},$$

$$f^{(v)} = \frac{4K \cdot \frac{n^2}{g} \cdot \sin. v \cdot \cos. v}{[6lg(1 - \frac{3\Delta}{5\Delta^{(1)}}) - m^2] \cdot (1 - \frac{\Delta}{3\Delta^{(2)}})},$$

$$e = \frac{2K \cdot \sin. v \cdot \cos. v}{6lg(1 - \frac{3\Delta}{5\Delta^{(1)}}) - m^2},$$

$$e^{(v)} = \frac{4K \cdot \sin. v \cdot \cos. v}{6lg(1 - \frac{3\Delta}{5\Delta^{(1)}}) - m^2},$$

ce qui est conforme à ce que nous avons trouvé *article XI*.
Si l'on fait $i = n$, ce qui a lieu à peu-près pour la Terre,
on aura, en observant que $q = \frac{2n^2}{11lg(1 - \frac{\Delta}{3\Delta^{(2)}})}$,

$$f = -\frac{\frac{8K}{g} \cdot \sin. v \cdot \cos. v}{7 - \frac{19\Delta}{15\Delta^{(2)}}}; f^{(v)} = 0,$$

$$e = \frac{\frac{22K}{g} \cdot \frac{g}{n^2} \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot (1 - \frac{\Delta}{3\Delta^{(2)}})}{7 - \frac{19\Delta}{15\Delta^{(2)}}}; e^{(v)} = 0.$$

Cherchons présentement les valeurs de $p, p_1, p^{(v)}, p_1^{(v)}$ & G_i
on aura par l'*article XVI*, les trois équations,

$$\frac{2n-2i}{i} \cdot G + \frac{8p_1}{i^2} = \frac{K}{2i^2} \cdot \sin. v^2,$$

$$p = D_1,$$

$$2n^2 G = 8p^{(v)} \cdot (1 - \frac{\Delta}{3\Delta^{(2)}});$$

on trouvera facilement

$$D_i = \frac{3i-2n}{i} \cdot G_1 + \frac{2n-4i}{i} Gq \pm \frac{g}{n^2} \cdot (p_1 q + p_1^{(v)})$$

$$= \frac{qK}{2i^2} \cdot \sin. v^2;$$

on a

on a ensuite $p_1 = p - \frac{\epsilon}{2g}$; $p_1^{(v)} = p^{(v)} - \frac{\epsilon^{(v)}}{2g}$; &

par l'article IX, on aura $\frac{\epsilon}{2g} = \frac{3\delta}{5\delta^{(v)}} \cdot p + \frac{8\delta}{35\delta^{(v)}} \cdot p^{(v)}$;

$\frac{\epsilon^{(v)}}{2g} = \frac{\delta}{3\delta^{(v)}}$; partant $p_1 = p \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(v)}}) - \frac{8\delta}{35\delta^{(v)}} \cdot p^{(v)}$;

& $p_1^{(v)} = p^{(v)} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(v)}})$; les trois équations précédentes donneront ainsi les deux suivantes,

$$\frac{n-i}{i} \cdot \frac{g}{n^2} \cdot p^{(v)} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(v)}}) + \frac{g}{i^2} \cdot p (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(v)}})$$

$$= \frac{g}{i^2} \cdot \frac{8\delta}{35\delta^{(v)}} \cdot p^{(v)} = \frac{K}{2i^2} \cdot \sin. v^2,$$

$$p = \frac{g}{2n^2} \cdot p^{(v)} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(v)}}) \cdot (\frac{3i-2n}{i} \cdot l + \frac{2n-4i}{i} q)$$

$$+ \frac{gl}{i^2} \cdot p^{(v)} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(v)}}) + \frac{gq}{i^2} p \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(v)}})$$

$$= \frac{8\delta}{35\delta^{(v)}} \cdot \frac{gq}{i^2} \cdot p^{(v)} = \frac{qK}{2i^2} \cdot \sin. v^2;$$

& si, pour abréger, l'on fait

$$P' = \frac{i^2 - ni}{n^2} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(v)}}) + \frac{8\delta}{35\delta^{(v)}},$$

$$Q' = (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(v)}}) \cdot [\frac{3i^2 - 2ni + 2n^2}{2n^2} \cdot l + \frac{ni - 2i^2}{n^2} \cdot q] - \frac{8\delta q}{35\delta^{(v)}}$$

on aura

$$p = \frac{\frac{K}{2g} \cdot \sin. v^2 \cdot (Q' + qP')}{Q' \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(v)}}) - P' \cdot [\frac{i^2}{g} - q(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(v)}})]},$$

$$p^{(v)} = \frac{\frac{K}{2g} \cdot \frac{i^2}{g} \cdot \sin. v^2}{Q' (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(v)}}) - P' \cdot [\frac{i^2}{g} - q(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(v)}})]};$$

on déterminera \mathcal{C} , au moyen de l'équation

$$\mathcal{C} = \frac{g}{2x^2} p^{(1)} \cdot \left[1 - \frac{\mathcal{A}}{3 \mathcal{A}^{(1)}} \right].$$

Si l'on suppose n infiniment petit, on aura

$$P' = \frac{m^2}{x^2} \cdot \left[1 - \frac{\mathcal{A}}{3 \mathcal{A}^{(1)}} \right],$$

$$Q' = \frac{3m^2 l}{2x^2} \cdot \left[1 - \frac{\mathcal{A}}{3 \mathcal{A}^{(1)}} \right];$$

d'où l'on tirera

$$p = \frac{3 l K \cdot \sin. v^2}{6 l g \left(1 - \frac{3 \mathcal{A}}{5 \mathcal{A}^{(1)}} \right) - 4 m^2},$$

$$p^{(1)} = \frac{2 K \cdot \frac{x^2}{g} \cdot \sin. v^2}{\left(1 - \frac{\mathcal{A}}{3 \mathcal{A}^{(1)}} \right) \cdot \left[6 l g \left(1 - \frac{3 \mathcal{A}}{5 \mathcal{A}^{(1)}} \right) - 4 m^2 \right]};$$

partant

$$\mathcal{C} = \frac{K \cdot \sin. v^2}{6 l g \left(1 - \frac{3 \mathcal{A}}{5 \mathcal{A}^{(1)}} \right) - 4 m^2},$$

ce qui est conforme à ce que nous avons trouvé *article XL*.

Si l'on fait $i = n$, on aura

$$P' = \frac{8 \mathcal{A}}{35 \mathcal{A}^{(1)}},$$

$$Q' = \left(1 - \frac{\mathcal{A}}{3 \mathcal{A}^{(1)}} \right) \cdot \left[\frac{3}{2} l - q \right] - \frac{8 \mathcal{A} q}{35 \mathcal{A}^{(1)}};$$

d'où l'on tirera

$$p = \frac{\left(1 - \frac{\mathcal{A}}{3 \mathcal{A}^{(1)}} \right) \cdot \left[\frac{3}{2} l - q \right] \cdot \frac{K}{2g} \cdot \sin. v^2}{\left(1 - \frac{3 \mathcal{A}}{5 \mathcal{A}^{(1)}} \right) \cdot \left(1 - \frac{\mathcal{A}}{3 \mathcal{A}^{(1)}} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} l - q \right) - \frac{8 \mathcal{A}}{35 \mathcal{A}^{(1)}} \cdot \frac{x^2}{g}};$$

$$p^{(1)} = \frac{\frac{K}{2g} \cdot \sin. v^2 \cdot \frac{x^2}{g}}{\left(1 - \frac{3 \mathcal{A}}{5 \mathcal{A}^{(1)}} \right) \cdot \left(1 - \frac{\mathcal{A}}{3 \mathcal{A}^{(1)}} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} l - q \right) - \frac{8 \mathcal{A}}{35 \mathcal{A}^{(1)}} \cdot \frac{x^2}{g}};$$

la valeur de y fera donc dans le cas où $i = n$ & $r = 1$,

$$y = \frac{K}{6g \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot \left[\cos. v^2 - \frac{1}{2} \cdot \sin. v^2\right] \cdot [1 + 3 \cos. 2\theta] \\ - \frac{\frac{8K}{g} \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta}{7 - \frac{19\delta}{15\delta^{(1)}}} \cdot \cos. (it + \varpi) \\ + \frac{K}{2g} \cdot \sin. v^2 \cdot \frac{\left(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}l - q\right) + \frac{x^2}{g} \cdot \sin. \theta^2}{\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) \cdot \left(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}l - q\right) - \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}} \cdot \frac{x^2}{g}} \cdot \sin. \theta^2 \cdot \cos. (2it + 2\varpi),$$

X I X.

IL est aisé de voir par les *articles XV & XVI*, que l'on aura généralement, quelle que soit la loi de la profondeur de la Mer,

$$y = H + M \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot \cos. (it + \varpi) \\ + N \cdot \sin. v^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \cos. (2it + 2\varpi),$$

H, M & N étant fonctions de θ ; pour avoir la plus grande élévation & le plus grand abaiffement des eaux, il faut

faire $\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) = 0$, ce qui donne

$$0 = M \cdot \cos. v \cdot \cos. \theta \cdot \sin. (it + \varpi) + 2N \cdot \sin. v \cdot \sin. \theta \cdot \sin. (2it + 2\varpi);$$

or on a, $\sin. (2it + 2\varpi) = 2 \cdot \sin. (it + \varpi) \cdot \cos. (it + \varpi)$;

l'équation précédente se partage ainsi dans les deux suivantes,

$$0 = \sin. (it + \varpi),$$

$$0 = M \cdot \cos. v \cdot \cos. \theta + 4N \cdot \sin. v \cdot \sin. \theta \cdot \cos. (it + \varpi);$$

la première de ces équations se rapporte à la plus grande élévation qui a lieu par conséquent lorsque $it + \varpi$ est égal à zéro ou à 180° , c'est-à-dire, lorsque l'Astre passe au méridien; la seconde équation est relative aux plus grands abaiffemens & donne

$$\cos. (it + \varpi) = - \frac{M \cdot \cos. v \cdot \cos. \theta}{4N \cdot \sin. v \cdot \sin. \theta}.$$

X ij

Il suit de-là que la valeur de y , dans la marée de dessus est
 $y = H + M \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta + N \cdot \sin. \nu^2 \cdot \sin. \theta^2$,
 & que cette valeur dans le plus grand abaiffement des eaux est

$$y = H - \frac{M^2}{8N} \cdot \cos. \nu^2 \cdot \cos. \theta^2 - N \cdot \sin. \nu^2 \cdot \sin. \theta^2;$$

la différence de ces deux valeurs est la différence de la haute à la basse Mer, que l'observation donne immédiatement ; on aura donc pour cette différence ,

$$\frac{2}{N} \cdot [N \cdot \sin. \nu \cdot \sin. \theta + \frac{M}{4} \cdot \cos. \nu \cdot \cos. \theta]^2;$$

la valeur de y , dans la marée de dessous est

$$y = H - M \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta + N \cdot \sin. \nu^2 \cdot \sin. \theta^2;$$

la différence des deux marées de dessus & de dessous est conséquemment $2 M \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta$, & le rapport de cette différence à la différence de la haute à la basse Mer est

$$\frac{NM \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta}{(N \cdot \sin. \nu \cdot \sin. \theta + \frac{M}{4} \cdot \cos. \nu \cdot \cos. \theta)^2};$$

cette quantité que nous nommerons (A) , est nulle lorsque l'Astre ou lorsque le lieu de l'observation sont dans l'Équateur ; mais si le rapport de M à N étoit un peu grand , la quantité (A) seroit considérable dans nos Ports , lorsque le Soleil & la Lune seroient dans leurs plus grandes déclinaisons australes. Cherchons ce rapport dans la théorie ordinaire : cette théorie revient à supposer m infiniment petit dans la valeur de y de l'article XI, & à changer m en $-i$, dans les angles $mt - \pi$, & $2mt - 2\pi$; on aura donc , en observant que

$$a^2 = 618 \cdot (1 - \frac{3^{\frac{1}{2}}}{1.2^{0.2}}), \text{ dans cette valeur}$$

$$\begin{aligned}
 y = & \frac{K}{6g \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot [\cos. \nu^2 - \frac{1}{2} \sin. \nu^2] \cdot [1 + 3 \cos. 2\theta] \\
 & + \frac{2K}{g \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \cdot \cos. (it + \omega) \\
 & + \frac{K}{2g \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot \sin. \nu^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \cos. (2it + 2\omega)
 \end{aligned}$$

ce qui donne $M = 4N$, partant

$$(A) = \frac{4 \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta}{[\sin. \nu \cdot \sin. \theta + \cos. \nu \cdot \cos. \theta]^2} = \frac{\sin. 2\nu \cdot \sin. 2\theta}{\cos. (\theta - \nu)^2};$$

dans nos Ports & dans les grandes déclinaisons australes du Soleil & de la Lune, (A) seroit négatif & plus grand que -2 ; or cette valeur de (A) est très-considérable & beaucoup plus grande que suivant toutes les observations qui donnent pour (A) une quantité presque insensible.

Dans le cas où en supposant la Terre immobile, on transporteroit en sens contraire à l'Astre attirant, son mouvement angulaire de rotation, on trouveroit par l'article XI,

$$\frac{M}{N} = \frac{24lg \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) - 16i^2}{6lg \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) - i^2}; \text{ ce rapport seroit}$$

très-petit, si la profondeur l de la Mer différoit très-peu de

$$\frac{4i^2}{6g \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)}, \text{ \& l'on pourroit expliquer ainsi pour-}$$

quoi la différence des deux marées d'un même jour est aussi peu considérable; mais d'un autre côté, N étant égal à

$$\frac{{}_3 K l}{{}_5 \frac{{}_3 \delta}{\delta^{(v)}})}, \text{ la hauteur des marées seroit } 6lg(1 - \frac{{}_3 \delta}{\delta^{(v)}}) - 4i^2$$

alors extrêmement grande, ce qui paroît contraire aux observations faites nouvellement dans la Mer du Sud, suivant lesquelles le plus grand effet de l'action du Soleil & de la Lune pour élever les eaux de la Mer, n'excède pas 2 pieds.

Voyons maintenant, si en ayant égard au mouvement de rotation de la Terre, il ne seroit pas possible de satisfaire aux observations, & pour cela cherchons directement la loi de la profondeur de la Mer, dans laquelle on auroit $M=0$.

Reprenons les équations (21) & (22) de l'article XV; soit $b^{(v)}$ le coefficient de $\cos.(it + \varpi)$ dans l'expression de x ; puisque par l'hypothèse, le coefficient de ce cosinus est nul dans l'expression de y , il est clair qu'il sera pareillement nul dans l'expression de y' . Cela posé, si dans les équations (21) & (22), on suppose $i = n$, ce qui est à peu-près vrai pour la Terre, & que l'on n'y considère que les coefficients de $\cos.(it + \varpi)$, on aura par la comparaison de ces coefficients, les deux équations suivantes,

$$0 = -\gamma \left(\frac{\partial b^{(v)}}{\partial \theta} \right) + \gamma b^{(v)} \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} - b^{(v)} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) - \frac{{}_2 K}{n^2} \cdot \gamma \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta},$$

$$n^2 b^{(v)} \cdot [4 \cos. \theta^2 - 1] = 2 K \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot [4 \cos. \theta^2 - 1];$$

cette seconde équation donne $b^{(v)} = \frac{{}_2 K}{n^2} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu$; en substituant cette valeur de $b^{(v)}$ dans la première, on en tirera $\left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) = 0$; partant γ est égal à une constante que l'on peut représenter par l .

Il suit du calcul précédent, non-seulement que dans la supposition de $M=0$, la profondeur de la Mer est constante, mais encore que cette profondeur étant constante on a $M=0$, car en supposant $M=0$, $b^{(v)} = \frac{{}_2 K}{n^2} \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu$, & $\gamma = l$, on satisfait aux équations (21) & (22), & l'on

prouvera par les raisonnemens de l'article *XIV*, que dans la question présente, il n'y a que ce seul moyen d'y satisfaire dont on doit faire usage. Il est d'autant plus remarquable que l'on ait toujours $M = 0$, lorsque la profondeur de la Mer est constante, que si l'on suppose la Terre immobile, en transportant en sens contraire à l'Astre son mouvement angulaire de rotation, la valeur que l'on trouve pour M peut être très-considérable, & qu'elle ne devient nulle que dans le

seul cas où l'on a $l = \frac{4i^2}{6g(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(n)}})}$, ce qui fait

voir d'une manière très-sensible combien il est différent de supposer la Terre immobile, ou d'avoir égard à son mouvement de rotation.

En comparant les coefficients de $\cos.(2it + 2\pi)$ dans les équations (21) & (22), & supposant toujours $ly = l$, on trouvera facilement que la supposition de $N = 0$, ne peut y satisfaire, & qu'ainsi non-seulement $(A) = 0$, lorsque la profondeur de la Mer est constante, mais que cette équation indique nécessairement une profondeur constante, & comme dans la Nature, cette équation a lieu à très-peu-près, il paroît naturel d'en conclure que si l'on en excepte le voisinage des côtes, la Mer a par-tout à peu-près la même profondeur. On peut même déterminer par la théorie précédente, la loi des petites variations de la profondeur de la Mer, en supposant toutefois les observations exactes. Cette détermination est fondée sur une remarque qui nous sera très-utile dans la suite, & qui consiste en ce que l'on peut toujours avoir la valeur de M , dans le cas où le sphéroïde que recouvre la Mer est un ellipsoïde de révolution. Pour cela, supposons d'abord la densité du fluide nulle, & considérons la troisième & la quatrième des équations (L) de l'article *XV*; si l'on y fait $i = n$, ce qui a lieu à peu-près pour la Terre, elles se changeront dans les deux suivantes,

$$b = -\gamma \cdot \left(\frac{\partial b^{(1)}}{\partial \theta} \right) + \gamma \cdot b^{(1)} \cdot \frac{\text{cof. } \theta}{\sin. \theta} - b^{(1)} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) \\ + \frac{\gamma \cdot b \gamma}{n^2 \sin. \theta^2} - \frac{2 K \gamma}{n^2} \cdot \frac{\text{cof. } \theta}{\sin. \theta} \cdot \sin. \nu \cdot \text{cof. } \nu, \\ n^2 b^{(1)} \cdot [4 \text{cof. } \theta^2 - 1] = -g \left(\frac{\partial b}{\partial \theta} \right) - 2 g b \cdot \frac{\text{cof. } \theta}{\sin. \theta} \\ + 2 K \cdot \sin. \nu \cdot \text{cof. } \nu \cdot [4 \text{cof. } \theta^2 - 1];$$

pour satisfaire à ces équations, soit $b = f \cdot \sin. \theta \cdot \text{cof. } \theta$; la seconde équation donnera

$$n^2 b^{(1)} \cdot [4 \text{cof. } \theta^2 - 1] = -g f \cdot [4 \text{cof. } \theta^2 - 1] \\ + 2 K \cdot \sin. \nu \cdot \text{cof. } \nu \cdot [4 \text{cof. } \theta^2 - 1];$$

$$\text{partant } b^{(1)} = \frac{-g f + 2 K \cdot \sin. \nu \cdot \text{cof. } \nu}{n^2}.$$

Observons présentement que dans le cas où le sphéroïde recouvert par la Mer est un ellipsoïde de révolution, on

a $\gamma = 1 + \frac{q}{\gamma} \cdot \sin. \theta^2$, q étant une quantité quelconque positive ou négative; si l'on substitue ces valeurs de γ , b & $b^{(1)}$, dans la première des deux équations précédentes, on trouvera $f = \frac{2 q}{n^2} \cdot (g f - 2 K \cdot \sin. \nu \cdot \text{cof. } \nu)$; partant,

$f = \frac{4 K q \cdot \sin. \nu \cdot \text{cof. } \nu}{2 q g - n^2}$. On prouvera facilement, par la méthode de l'article XIV, que ces deux valeurs de b & de $b^{(1)}$, sont les seules que l'on doive admettre dans la question présente.

Si l'on a égard à la densité ρ du fluide, on trouvera par l'article XVI,

$$b^{(1)} = \frac{-g f \cdot \left(1 - \frac{3 \rho}{5 \rho^{(1)}} \right) + 2 K \cdot \sin. \nu \cdot \text{cof. } \nu}{n^2}, \\ f = \frac{4 K q \cdot \sin. \nu \cdot \text{cof. } \nu}{2 q g \left(1 - \frac{3 \rho}{5 \rho^{(1)}} \right) - n^2};$$

on

on observera ici que M est égal à $\frac{f}{\sin. r. \cos. r}$, & qu'ainsi l'on a, quel que soit q ,

$$M = \frac{4Kq}{2qg(1 - \frac{3}{5}\frac{a^2}{a'^2}) - \pi^2};$$

cette valeur de M est d'autant plus remarquable, que d'elle seule dépend, comme nous le verrons dans la suite, l'effet de l'attraction & de la pression des eaux de la Mer, sur la précession des équinoxes & la nutation de l'axe terrestre, & qu'elle nous met ainsi en état de déterminer généralement cet effet, dans le cas où la Terre est un ellipsoïde quelconque de révolution recouvert par la Mer.

Nous venons de voir que pour satisfaire aux observations, q doit être très-petit, & dans ce cas le dénominateur de l'expression de M est une quantité négative; or si l'on s'en rapporte aux observations dont M. Cassini fait mention dans les Mémoires de l'Académie pour l'année 1714, page 256, la marée du soir à Brest est un peu plus grande que celle du matin dans les syzygies d'été, & un peu moindre dans les syzygies d'hiver, ce qui suppose que M est une très-petite quantité positive, & qu'ainsi q est une très-petite quantité négative; d'où il suit que la profondeur de la Mer est un peu plus grande aux Pôles qu'à l'Equateur; mais cette conséquence étant fondée sur des observations fort délicates, puisque la différence des deux marées d'un même jour est toujours fort petite, on ne peut la regarder comme certaine, que lorsqu'on aura un plus grand nombre d'observations faites en différens endroits.

La variation de la profondeur de la Mer étant fort petite, on peut sans erreur sensible, calculer la valeur de N , comme si l'on avoit $r = \infty$, ou ce qui revient à très-peu-près au même, comme si r étoit égal à un nombre un peu considérable, tel que 10, 11 ou 12, & l'on aura ainsi la loi des hauteurs des marées suivant les différentes latitudes; mais comme il est impossible de comparer sur ce point la théorie

avec les observations, parce que les causes locales, telles que la situation des côtes, la pente des rivages, &c. produisent dans la hauteur des marées des différences prodigieuses à latitudes égales, il est entièrement inutile de calculer cette valeur de N ; il nous suffit d'avoir montré comment il est possible de concilier la théorie avec l'observation, sur le peu de différence qui existe entre les deux marées d'un même jour. L'explication de ce phénomène nous conduit à déterminer le temps des plus grandes marées dans nos Ports; il est difficile de se refuser au grand nombre d'observations qui établissent directement que les plus grandes marées arrivent dans les équinoxes, & cela paroît être une suite du peu de différence qui existe entre les deux marées d'un même jour; car si cette différence étoit exactement nulle, on auroit

$y = H + N \cdot \sin. \nu^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \cos. (2it + 2\varpi)$,
la différence de la haute à la basse Mer seroit $2N \cdot \sin. \theta^2 \cdot \sin. \nu^2$, laquelle est à son *maximum* lorsque $\sin. \nu = 1$, ou lorsque l'Astre est dans l'Équateur; or on a observé que dans nos Ports, plus cette différence est grande, plus la hauteur absolue de la Mer est considérable (*Mémoires de l'Académie, année 1712, page 94*); d'où il suit que les plus grandes marées arrivent dans les équinoxes. Pour ce qui regarde les autres phénomènes des marées, comme leur explication est ici la même que dans la théorie ordinaire, nous renvoyons à cet égard, à l'excellente pièce de M. Daniel Bernoulli, sur le flux & le reflux de la Mer.

X X.

LA considération des équations (4) & (5) de l'article *VI*, nous donne facilement la vitesse d'un point quelconque pris dans l'intérieur du fluide; car elles nous montrent que cette vitesse est fonction de θ, ϖ, t & s , & qu'ainsi la profondeur du fluide étant supposée très-petite, la vitesse est la même pour tous les points pour lesquels θ & ϖ sont les mêmes; connoissant donc par ce qui précède, cette vitesse à un point

quelconque de la surface extérieure, on aura celle de tous les points du fluide, situés sur le même rayon.

Supposons maintenant que l'on veuille déterminer la pression du fluide sur le sphéroïde qu'il recouvre; nommons (p) la pression du fluide dans le cas de l'équilibre, sur le point n de la surface du sphéroïde, pour lequel l'angle $nCA = \theta + au$; Fig. 3. soit dans cette même supposition, Q l'attraction du fluide & du sphéroïde sur ce point, & $d\sigma$ l'élément de la direction suivant laquelle elle agit; l'équation (3) de l'article IV nous donnera

$$-\frac{a^2}{2} d. [(s + ar) \sin. (\theta + au)]^2 = -Q d\sigma - \frac{d(p)}{f};$$

soit présentement la pression $p = (p) + ap'$; il est aisé de voir que l'action de l'Astre attirant, & l'attraction de la différence d'une sphère dont le rayon est 1 & dont la densité est la même que celle du fluide, & d'un sphéroïde de même densité & dont le rayon est $1 + ay$, il est aisé de voir, dis-je, que ces attractions multipliées par les élémens de leurs directions, donnent sensiblement les mêmes produits pour le point n placé à la surface du sphéroïde, que pour le point N placé à la surface du fluide; l'équation (3) se changera conséquemment dans la suivante, en observant qu'à la surface du sphéroïde, ds est de l'ordre $q d\theta$, & en négligeant ce qu'il est permis de négliger.

$$\begin{aligned} & a d\theta. \left[\left(\frac{\partial n}{\partial r^2} \right) - 2n \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) \sin. \theta \cos. \theta \right] \\ & + a d\varpi. \left[\sin. \theta^2 \left(\frac{\partial v}{\partial r^2} \right) + 2n \sin. \theta \cos. \theta \left(\frac{\partial n}{\partial r} \right) \right] \\ = & -ay A. \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) d\theta + \left(\frac{\partial u}{\partial \varpi} \right) d\varpi \right] \\ & + S. \left[d. \frac{1}{f} - \left(d. \frac{1}{f} \right) \right] - a \frac{dp'}{f}, \end{aligned}$$

mais les quantités $\left(\frac{\partial n}{\partial r} \right)$ & $\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)$, étant les mêmes, comme nous venons de le voir, au point n qu'au point N , l'équation (γ) de l'article V, donne

$$\begin{aligned}
& a \partial \theta . \left[\left(\frac{\partial \partial u}{\partial r^2} \right) - 2 n \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) . \sin. \theta . \cos. \theta \right] \\
& + a \partial \varpi . \left[\sin. \theta^2 . \left(\frac{\partial \partial v}{\partial r^2} \right) + 2 n . \sin. \theta . \cos. \theta . \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \right] \\
& = - a y A . \left[\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right) \partial \theta + \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \varpi} \right) \partial \varpi \right] \\
& + S . \left[d . \frac{1}{f} - \left(d . \frac{1}{f'} \right) \right] - a g dy;
\end{aligned}$$

on aura donc $\frac{d.p'}{A} = g dy$; & en intégrant, $p' = \delta gy + G$, G étant une constante arbitraire qui peut être fonction de t , sans θ , ni ϖ ; si l'on observe cependant que par les mêmes raisons pour lesquelles nous avons vu précédemment que y , u & v , doivent être fonctions de θ , & de l'angle $it + \varpi$, p' ne peut être pareillement que fonction de ces deux quantités, on en conclura que G ne renfermant point ϖ , ne peut renfermer le temps t , & qu'ainsi cette quantité doit être indépendante de t , θ & ϖ .

Au moyen de cette valeur de p' & de celle que nous avons trouvée précédemment pour y , on pourra déterminer la précession des Équinoxes & la nutation de l'axe de la Terre qui résultent de l'action du Soleil & de la Lune sur la Mer; nous allons nous occuper de cette recherche intéressante, mais il ne sera pas inutile de faire auparavant quelques réflexions sur le degré de précision de la théorie précédente.

X X I.

NOUS avons supposé dans cette théorie, h , i & r constants; supposons maintenant que l'on veuille avoir égard à la variabilité de ces quantités; on reprendra les équations (6), (7) & (9) de l'article VI.

$$y = - l \gamma . \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right) + u . \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] - l u . \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right) \quad (6);$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\partial \partial u}{\partial t^2} \right) - 2n \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \\
 &= -g \left(\frac{\partial y}{\partial \theta} \right) + \delta B \\
 & \quad + K \cdot \sin. 2\theta \left[\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2 + \frac{1}{2} \sin. v^3 \cdot \cos. (2\varphi - 2nt - 2\omega) \right] \\
 & \quad + 2K \cdot \cos. 2\theta \cdot \sin. v \cos. v \cdot \cos. (\varphi - nt - \omega) \\
 & \left(\frac{\partial \partial v}{\partial t^2} \right) \cdot \sin. \theta^2 + 2n \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta \\
 &= -g \left(\frac{\partial y}{\partial \omega} \right) + \delta C \cdot \sin. \theta + K \cdot \sin. v \cdot \cos. v \cdot \sin. 2\theta \cdot \sin. (\varphi - nt - \omega) \\
 & \quad + K \cdot \sin. v^3 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \sin. (2\varphi - 2nt - 2\omega)
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} (7) \\ (9) \end{array}$$

Prenons pour premier Méridien celui qui est perpendiculaire au plan de l'Écliptique; soit s la latitude de l'Astre au-dessus du plan de l'Écliptique, s étant toujours une très-petite quantité dont nous négligerons le carré & les puissances supérieures; soit encore $90^\circ - \epsilon$, l'angle que forme le plan de l'Écliptique avec celui de l'Équateur, & nommons z le mouvement vrai de l'Astre rapporté à l'Écliptique, en prenant pour origine l'équinoxe du Printemps; φ exprimera la distance de l'Astre au premier Méridien comptée sur l'Équateur, & si l'on fait passer un plan par le centre de la Terre, par celui de l'Astre, & par le point de l'Équinoxe, l'angle que formera ce plan avec l'Équateur sera $90^\circ - \epsilon + \frac{s}{\sin. z}$; or, en considérant le triangle sphérique formé par ce plan, par l'Équateur & par le Méridien de l'Astre, on trouvera par la Trigonométrie sphérique,

$$\cos. \left(\epsilon - \frac{s}{\sin. z} \right) : \cos. v :: 1 : \sin. z;$$

partant, on aura $\cos. v = \cos. \epsilon \cdot \sin. z + s \cdot \sin. \epsilon$;
d'où l'on tire

$$\sin. v = \sqrt{[\cos. z^2 + \sin. \epsilon^2 \cdot \sin. z^2 - 2s \cdot \sin. \epsilon \cdot \cos. \epsilon \cdot \sin. z]};$$

on aura ensuite $1 : \sin. \left(\epsilon - \frac{s}{\sin. z} \right) :: \frac{\sin. z}{\cos. z} : \frac{\cos. \varphi}{\sin. \varphi}$.

d'où l'on tire

$$\text{cof. } \varphi = \frac{\sin. \epsilon. \sin. \zeta - s. \text{cof. } \epsilon}{\sqrt{(\text{cof. } \zeta^2 + \sin. \epsilon^2. \sin. \zeta^2 - 2s. \sin. \epsilon. \text{cof. } \epsilon. \sin. \zeta)}},$$

$$\sin. \varphi = \frac{-\text{cof. } \zeta}{\sqrt{(\text{cof. } \zeta^2 + \sin. \epsilon^2. \sin. \zeta^2 - 2s. \sin. \epsilon. \text{cof. } \epsilon. \sin. \zeta)}};$$

partant,

$$\sin. \nu. \text{cof. } \nu. \sin. \varphi = -[\text{cof. } \epsilon. \sin. \zeta + s. \sin. \epsilon]. \text{cof. } \zeta,$$

$$\& \sin. \nu. \text{cof. } \nu. \text{cof. } \varphi = [\sin. \epsilon. \sin. \zeta - s. \text{cof. } \epsilon]. [\text{cof. } \epsilon. \sin. \zeta + s. \sin. \epsilon];$$

$$\text{on a présentement } K = \frac{3J}{2h^3}, \&$$

$$\text{cof. } (\varphi - nt - \varpi) = \sin. \varphi. \sin. (nt + \varpi) + \text{cof. } \varphi. \text{cof. } (nt + \varpi);$$

substituant donc au lieu de h , s & ζ , leurs valeurs en temps moyen dans la quantité $K. \sin. \nu. \text{cof. } \nu. \text{cof. } (\varphi - nt - \varpi)$, on aura une suite de termes de cette forme,

$$K'. \text{cof. } (nt + mt + \varpi + A).$$

On substituera la somme de tous ces termes au lieu de

$$K. \sin. \nu. \text{cof. } \nu. \text{cof. } (\varphi - nt - \varpi),$$

dans l'équation (7), & comme la quantité

$$K. \sin. \nu. \text{cof. } \nu. \sin. (\varphi - nt - \varpi)$$

de l'équation (9) résulte de la différentiation de la quantité $K. \sin. \nu. \text{cof. } \nu. \text{cof. } (\varphi - nt - \varpi)$, par rapport à ϖ , il est clair que chaque terme tel que $K'. \text{cof. } (nt + mt + \varpi + A)$ de l'expression de $K. \sin. \nu. \text{cof. } \nu. \text{cof. } (\varphi - nt - \varpi)$, donnera le terme $-K'. \sin. (nt + mt + \varpi + A)$, dans l'expression de $K. \sin. \nu. \text{cof. } \nu. \sin. (\varphi - nt - \varpi)$, & ce sera la somme de tous ces termes qu'il faudra substituer au lieu de cette quantité dans l'équation (9).

On a pareillement,

$$\text{cof. } (2\varphi - 2nt - 2\varpi) = \sin. 2\varphi. \sin. (2nt + 2\varpi) + \text{cof. } 2\varphi. \text{cof. } (2nt + 2\varpi);$$

de plus, on a par ce qui précède,

$$\sin. \nu^2. \sin. 2\varphi = -2 \text{cof. } \zeta. [\sin. \epsilon. \sin. \zeta - s. \text{cof. } \epsilon]$$

$$\sin. \nu^2. \text{cof. } 2\varphi = \sin. \epsilon^2. \sin. \zeta^2 - \text{cof. } \zeta^2 - 2s. \sin. \epsilon. \text{cof. } \epsilon. \sin. \zeta;$$

on aura donc au lieu de $K \sin. v^2 \cdot \cos. (2\phi - 2nt - 2\varpi)$,
une suite de termes de cette forme,

$$K' \cdot \cos. (2nt + 2mt + 2\varpi + 2A),$$

& comme on a

$$K \sin. v^2 \cdot \sin. (2\phi - 2nt - 2\varpi) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \cdot [K \sin. v^2 \cdot \cos. (2\phi - 2nt - 2\varpi)]}{\partial \varpi} \right],$$

le terme $K' \cdot \cos. (2nt + 2mt + 2\varpi + 2A)$,
donnera le terme $-K' \cdot \sin. (2nt + 2mt + 2\varpi + 2A)$,
dans la quantité $K \sin. v^2 \cdot \sin. (2\phi - 2nt - 2\varpi)$ de
l'équation (9).

Enfin la quantité $\frac{1}{2} K \cdot [\sin. v^2 - 2 \cos. v^2]$, ou $\frac{1}{2} K [1 - 3 \cos. v^2]$,
donnera une suite de termes de la forme $K' \cdot \cos. (mt + A)$.

Considérons maintenant un terme quelconque de l'équa-
tion (7), tel que $2K' \cdot \cos. 2\theta \cdot \cos. (nt + mt + \varpi + A)$,
& supposons pour plus de simplicité, la densité du fluide
nulle; on pourra facilement y avoir égard ensuite, comme
nous l'avons fait précédemment. Le correspondant du terme
 $2K' \cdot \cos. 2\theta \cdot \cos. (nt + mt + \varpi + A)$, sera dans l'équa-
tion (9) $-K' \sin. 2\theta \cdot \sin. (nt + mt + \varpi + A)$;
en n'ayant égard qu'à ces termes, on supposera conformément
à la méthode précédente,

$$y = a \cdot \cos. (nt + mt + \varpi + A),$$

$$u = b \cdot \cos. (nt + mt + \varpi + A),$$

$$\& v = c \cdot \sin. (nt + mt + \varpi + A),$$

a, b & c étant fonctions de θ seul; en substituant ces valeurs
de y, u & v , dans les équations (6), (7) & (9), on aura
les trois suivantes,

$$a = -1\gamma \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta} \right) + c + b \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] - 1b \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right)$$

$$- (n+m)^2 b - 2n(n+m) \cdot c \sin. \theta \cdot \cos. \theta = -g \left(\frac{\partial a}{\partial \theta} \right) + 2K' \cdot \cos. 2\theta$$

$$- (n+m)^2 c \cdot \sin. \theta^2 - 2n(n+m) b \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta = ga - K' \cdot \sin. 2\theta;$$

lorsque m est très-petit par rapport à n , on peut sans craindre

aucune erreur sensible, déterminer a , b & c , comme si l'on avoit $m = 0$; d'où il suit qu'alors les parties des expressions de y , u & v , qui dépendent des quantités

$$2K \cdot \cos. 2\theta \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \cos. (\varphi - nt - \omega),$$

$$\& K \cdot \sin. \nu \cdot \cos. \nu \cdot \sin. 2\theta \cdot \sin. (\varphi - nt - \omega),$$

seront à très-peu-près les mêmes que celles que l'on auroit en regardant φ , ν & K , comme constans dans l'intégration, & en substituant ensuite au lieu de ces quantités, leurs véritables valeurs variables, ainsi que nous l'avons prescrit dans l'article *XVII*.

Considérons un autre terme quelconque de l'équation (7), tel que $\frac{1}{2} K'' \cdot \sin. 2\theta \cdot \cos. (2nt + 2m't + 2\omega + 2A')$, dont le correspondant dans l'équation (9) est $-K'' \cdot \sin. \theta^2 \cdot \sin. (2nt + 2m't + 2\omega + 2A')$; on supposera, en n'ayant égard qu'à ce terme,

$$y = a' \cdot \cos. (2nt + 2m't + 2\omega + 2A'),$$

$$u = b' \cdot \cos. (2nt + 2m't + 2\omega + 2A'),$$

$$v = c' \cdot \sin. (2nt + 2m't + 2\omega + 2A'),$$

& l'on aura pour déterminer a' , b' & c' , les trois équations

$$a' = -1\gamma \cdot \left[\left(\frac{\partial b'}{\partial \theta} \right) + 2c' + b' \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] - 1b^{(v)} \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right)$$

$$- 4(n+m')^2 \cdot b' - 4n(n+m') \cdot c' \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta = -g \left(\frac{\partial a'}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{2} K'' \cdot \sin. 2\theta$$

$$- 4(n+m')^2 \cdot c' \cdot \sin. \theta^2 - 4n(n+m') \cdot b' \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \theta = 2ga' - K'' \cdot \sin. \theta^2;$$

on voit facilement encore que si m' est très-petit par rapport à n , les parties des expressions de y , u & v qui dépendent des quantités $\frac{1}{2} K \cdot \sin. 2\theta \cdot \sin. \nu^2 \cdot \cos. (2\varphi - 2nt - 2\omega)$, & $K \cdot \sin. \nu^2 \cdot \sin. \theta^2 \cdot \sin. (2\varphi - 2nt - 2\omega)$ sont à très-peu-près les mêmes que celles que l'on auroit en regardant φ , ν & K comme constans durant l'intégration, & en substituant ensuite au lieu de ces quantités, leurs valeurs variables.

Relativement

Relativement au Soleil, les quantités m , m' , &c. sont très-petites par rapport à n , parce que le mouvement moyen du Soleil dans son orbite, n'est que la 365.^{me} partie environ du mouvement de rotation de la Terre, ainsi les parties des expressions de y , u & v , qui dépendent des quantités

$$\frac{1}{2} K. \sin. 2 \theta. \sin. v^2. \cos. (2 \varphi - 2 n t - 2 \varpi),$$

$$K. \sin. v^2. \sin. \theta^2. \sin. (2 \varphi - 2 n t - 2 \varpi),$$

$$2 K. \cos. 2 \theta. \sin. v. \cos. v. \cos. (\varphi - n t - \varpi),$$

$$K. \sin. v. \cos. v. \sin. 2 \theta. \sin. (\varphi - n t - \varpi),$$

qui se trouvent dans les équations (7) & (9), sont à très-peu-près les mêmes pour le Soleil, que celles que nous avons déterminées par la théorie précédente; l'approximation est un peu moins exacte pour la Lune, parce que son mouvement est plus rapide; mais comme il n'est encore qu'un 27.^{me} de celui de rotation de la Terre, on peut la regarder comme suffisamment exacte.

Il nous reste présentement à considérer les termes de la forme $K'. \sin. 2 \theta. \cos. (m t + A)$ que donne le développement de la quantité $K. \sin. 2 \theta. [\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2]$. On supposera comme précédemment,

$$y = a. \cos. (m t + A),$$

$$u = b. \cos. (m t + A),$$

$$\& v = c. \cos. (m t + A),$$

& l'on aura pour déterminer a , b , c , les équations

$$a = - l \gamma \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta} \right) + b. \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] - l b. \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right)$$

$$- m^2 b - 2 n m c. \sin. \theta. \cos. \theta = - g \left(\frac{\partial a}{\partial \theta} \right) + K'. \sin. 2 \theta$$

$$- m^2 c. \sin. \theta^2 - 2 n m b. \sin. \theta. \cos. \theta = 0;$$

si l'on supposoit la Terre immobile en transportant en sens contraire à l'Astre son mouvement angulaire de rotation, il faudroit faire $n = 0$ dans les équations précédentes; on auroit alors $c = 0$, & en négligeant les quantités de l'ordre

m^2 , ce qui est permis à cause de la lenteur du mouvement de l'Astre dans son orbite, on auroit les deux équations

$$a = - l\gamma \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta} \right) + b \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] - lb \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right),$$

$$0 = - g \left(\frac{\partial a}{\partial \theta} \right) + K' \cdot \sin. 2 \theta;$$

d'où il résulte que les parties des expressions de γ , u & v qui dépendent de la quantité $K \cdot \sin. 2 \theta \cdot \left[\frac{1}{2} \sin. \nu^2 - \cos. \nu^2 \right]$, feroient alors à très-peu-près les mêmes que celles que l'on auroit en regardant ν & K comme constans; mais il n'en est pas ainsi, lorsqu'on a égard au mouvement de rotation de la Terre; dans ce cas on a $c = - \frac{2n}{m} b \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta}$, &

l'on déterminera a & b , au moyen des deux équations,

$$a = - l\gamma \cdot \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta} \right) + b \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] - lb \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right),$$

$$b \cdot [4n^2 \cos. \theta^2 - m^2] = - g \left(\frac{\partial a}{\partial \theta} \right) + K' \cdot \sin. 2 \theta;$$

en sorte que a & b ne sont plus ici les mêmes que dans la supposition de $n = 0$; la valeur de c & par conséquent celle de v sera fort grande, si m est très-petit par rapport à n , ce qui a lieu pour le Soleil, car on verra facilement par ce qui précède, que mt est égal au double du moyen mouvement du Soleil qui est très-petit par rapport à $2nt$, en

forte que $\frac{2n}{m}$ est fort grand, & à peu-près égal à 365;

mais le terme le plus considérable de v , est celui qui dépend de l'inclinaison de l'orbite lunaire, car il est facile de s'assurer que la quantité $K \left[\frac{1}{2} \sin. \nu^2 - \cos. \nu^2 \right]$ produira un terme de cette forme, $K' \cdot p \cdot \sin. 2 \theta \cdot \cos. (m't + A')$, p étant la tangente de l'inclinaison moyenne de l'orbite de la Lune, & $m't$ représentant le mouvement moyen de son nœud; or ce mouvement étant environ dix-huit fois moindre que celui

du Soleil, on aura à-peu-près $\frac{2n}{m} = 36.365$, partant

$c = - 36.365 \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \cdot b$; à la vérité, la tangente p étant fort petite, b & a seront eux-mêmes peu considérables, & la valeur de c en sera beaucoup diminuée; malgré cette diminution, le terme $c \cdot \sin. (m't + A')$ restera encore la plus considérable de l'expression de v .

Il résulte de-là que les parties des expressions de y , u & v qui dépendent de la quantité $K \cdot \sin. 2 \theta \cdot [\frac{1}{2} \sin. v^2 - \cos. v^2]$, sont bien différentes de celles que l'on a en regardant K & v comme constans; mais on doit observer qu'à cause de la lenteur avec laquelle les angles mt , $m't$, &c. croissent, on ne peut se dispenser dans la détermination des quantités a , b & c , d'avoir égard à la résistance que les eaux de la Mer éprouvent, & en vertu de laquelle elles se remettroient bientôt dans leur état d'équilibre, si l'action du Soleil & de la Lune venoit à cesser. Supposons ici que cette résistance soit proportionnelle à la vitesse, il faut alors ajouter au premier membre de l'équation (7), la quantité $\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)$, & au premier membre de l'équation (9), la quantité $\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \cdot \sin. \theta$, ρ étant un coefficient constant dépendant de l'intensité de la résistance. Pour avoir ensuite les parties des expressions de y , u & v qui dépendent du terme $K' \cdot \sin. 2 \theta \cdot \cos. (mt + A)$, on fera

$$y = a \cdot \cos. (mt + A) + a' \cdot \sin. (mt + A),$$

$$u = b \cdot \cos. (mt + A) + b' \cdot \sin. (mt + A),$$

$$v = c \cdot \sin. (mt + A) + c' \cdot \cos. (mt + A);$$

& en substituant ces valeurs dans les équations (6), (7) & (9), on aura pour déterminer les six quantités a , a' , b , b' , c , c' , les six équations suivantes,

$$a = - 1\gamma \cdot \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta} \right) + b \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] - 1b \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right),$$

$$a' = - 1\gamma \cdot \left[\left(\frac{\partial b'}{\partial \theta} \right) + b' \cdot \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta} \right] - 1b' \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right),$$

Z ij

$$- m^2 b + \rho m b' - 2 n m c . \sin . \theta . \cos . \theta = - g \left(\frac{\partial a}{\partial \theta} \right) + K' . \sin . 2 \theta$$

$$- m^2 b' - \rho m b + 2 n m c' . \sin . \theta . \cos . \theta = - g \left(\frac{\partial a'}{\partial \theta} \right)$$

$$- m^2 c . \sin . \theta^2 - \rho m c' . \sin . \theta^2 - 2 n m b . \sin . \theta . \cos . \theta = 0$$

$$- m^2 c' . \sin . \theta^2 + \rho m c . \sin . \theta^2 + 2 n m b' . \sin . \theta . \cos . \theta = 0;$$

si ρ est beaucoup plus grand que m , les quatre dernières de ces équations donneront en négligeant les quantités de l'ordre m ,

$$c = - \frac{2 \pi}{\rho} . b' . \frac{\cos . \theta}{\sin . \theta}; \quad c' = - \frac{2 \pi}{\rho} . b . \frac{\cos . \theta}{\sin . \theta},$$

$$0 = - g \left(\frac{\partial a'}{\partial \theta} \right), \quad \& \quad - g \left(\frac{\partial a}{\partial \theta} \right) + K' . \sin . 2 \theta = 0;$$

on satisfera donc à toutes les équations précédentes en faisant $b' = 0$, $c = 0$, $a' = 0$, & en déterminant a , b , c' , au moyen des équations

$$a = - l \gamma \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta} \right) + b . \frac{\cos . \theta}{\sin . \theta} \right] - l b \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right),$$

$$0 = - g \left(\frac{\partial a}{\partial \theta} \right) + K' . \sin . 2 \theta,$$

$$c' = - \frac{2 \pi}{\rho} . b . \frac{\cos . \theta}{\sin . \theta}.$$

On voit ainsi que les valeurs de a & b se détermineront comme si l'on avoit $m = 0$, & qu'ainsi la partie de l'expression de y , qui dépend de la quantité $K . \left[\frac{1}{2} \sin . \gamma^2 - \cos . \gamma^2 \right]$, est alors à peu-près la même que celle que l'on trouve en regardant K & γ comme constans.

La supposition de ρ beaucoup plus grand que m , paroît être vraie par rapport au Soleil, car on peut supposer ρ proportionnel au temps qui seroit nécessaire pour que la Mer reprit son état d'équilibre, si l'action du Soleil & de la Lune venoit à cesser: or il est très-vraisemblable que ce temps seroit beaucoup moindre qu'une année; d'où il suit que la valeur entière de y que nous avons déterminée par la théorie précédente, peut être regardée comme fort approchée par rapport au Soleil; cette même supposition que ρ beaucoup

plus grand que m , pourroit n'être pas exacte par rapport à la Lune, & alors la partie de l'expression de y qui dépend de la quantité $K[\frac{1}{2}\sin. v^2 - \cos. v^2]$, pourroit être sensiblement différente de celle que l'on trouve en supposant K & v constans; il paroît impossible de la déterminer par la théorie, parce qu'on ignore la loi de la résistance en vertu de laquelle la Mer tend sans cesse à se remettre en équilibre; heureusement cette quantité n'influe que sur les hauteurs absolues de la Mer, suivant les différentes déclinaisons de la Lune, & ne change rien aux autres phénomènes des marées, en sorte que si l'on suppose en vertu de l'action de la Lune

$y = a + b.\sin. v.\cos. v.\cos. (it + \varpi) + c.\sin. v^2.\cos. (2it + 2\varpi)$,
 b & c seront à-peu-près les mêmes que par la théorie précédente, & il ne peut rester d'incertitude que sur la valeur de a ; nous croyons cependant que cette valeur ne s'éloigne pas beaucoup de celle que donne notre théorie.

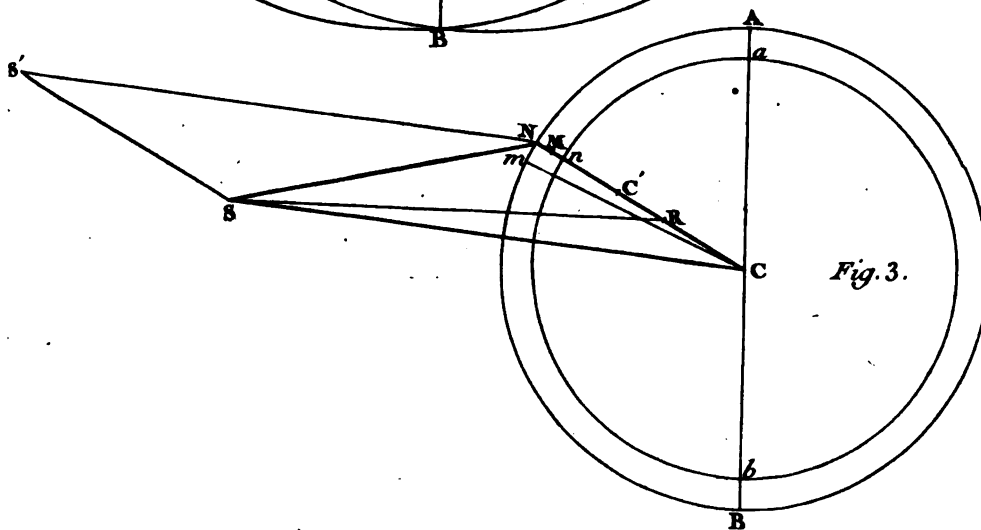
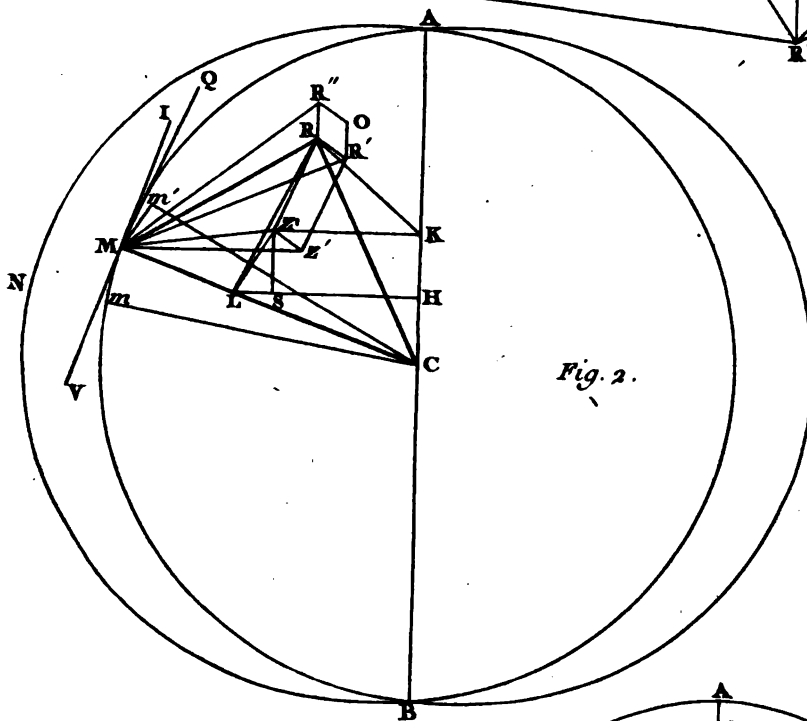
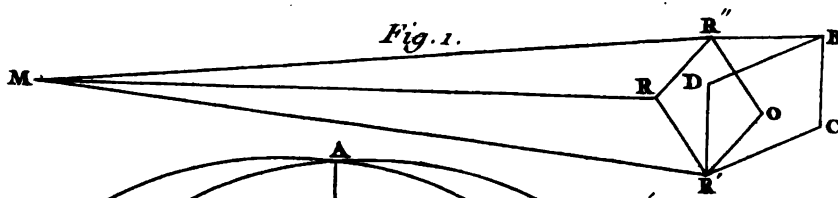
La considération d'une résistance proportionnelle à la vitesse, peut servir à lever une difficulté que l'on pourroit faire sur ce que nous avons supposé *article XV*, que $(\frac{\partial v}{\partial \varpi})$ ne renferme aucun terme constant, c'est-à-dire, indépendant du temps t . En considérant en effet, les *articles II & III*, on voit que pour l'exactitude de nos calculs, il suffit que y , u & $(\frac{\partial v}{\partial \varpi})$ ne renferment que des termes constans ou périodiques, en sorte que v peut, sans nuire à cette exactitude, renfermer un terme proportionnel au temps; mais si l'on reprend les équations (I) de l'*article XV*, on verra facilement que la supposition d'une résistance proportionnelle à la vitesse, introduit dans le premier membre de la seconde de ces équations, le terme $\rho i.(\frac{\partial u}{\partial \varpi})$, & dans le premier membre de la troisième de ces équations, le terme $\rho i.(\frac{\partial v}{\partial \varpi}).\sin. \theta^2$; or il est impossible de satisfaire alors à cette dernière équation,

en supposant que $(\frac{\partial v}{\partial \sigma})$ renferme un terme constant, sans que $(\frac{\partial u}{\partial \sigma})$ ou $(\frac{\partial y}{\partial \sigma})$ en renferme.

On peut faire une remarque entièrement semblable sur toutes les manières de satisfaire aux équations (I) de l'article XV, différentes de celle que nous avons employée : il est clair en effet, que la supposition d'une légère résistance proportionnelle à la vitesse, ne fera que changer extrêmement peu les valeurs que nous avons trouvées ci-dessus pour y , u & v ; or dans l'hypothèse d'une résistance proportionnelle à la vitesse, le fluide n'a qu'une manière possible de se mouvoir ; car si l'on suppose, par exemple, qu'il en existe deux, & que l'on nomme y' , u' & v' , ce que sont y , u & v dans la première ; & y'' , u'' & v'' , ce que sont y , u & v , dans la seconde ; les équations du Problème étant linéaires, il est clair que $y'' - y'$, $u'' - u'$ & $v'' - v'$, satisferont pour y , u & v , à ces mêmes équations, en y supposant $K = 0$, c'est-à-dire, en supposant l'Astre attirant anéanti ; mais il est évident que dans ce cas le fluide doit à la longue se mettre en équilibre, ce qui donne $y'' - y' = 0$, $u'' - u' = 0$, & $v'' - v' = 0$; donc le fluide n'a qu'une façon possible de se mouvoir dans l'hypothèse d'une légère résistance proportionnelle à la vitesse ; or en négligeant les termes de l'ordre de cette résistance, on aura pour y , u & v , les valeurs que nous avons trouvées précédemment, ce qui peut servir de confirmation aux raisonnemens de l'article XIV.

La longueur de ces Recherches m'oblige d'en renvoyer la suite à un autre Volume.





OBSERVATION

Sur la manière de rendre une partie de la Pierre Calaminaire, soluble dans l'eau comme le Beurre de Zinc.

Par M. SAGE.

LA Pierre Calaminaire du Commerce n'est pas propre à cette expérience, parce qu'elle a été torréfiée, & que par cette opération elle perd l'acide marin qui sert à minéraliser le zinc qu'elle contient; on peut aisément connoître la pierre calaminaire qui a été calcinée, celle-ci exposée au feu, ne diminue pas sensiblement de son poids, tandis que celle qui ne l'a pas été, perd lorsqu'on la fait rougir trente à trente-cinq livres par quintal.

5 Juillet
1775.

J'ai distillé dans une cornue de verre lutée, une once de pierre calaminaire & deux onces de limaille de fer; il a passé de l'eau salée, ensuite il s'est sublimé dans le col de la cornue environ vingt grains de beurre de zinc blanchâtre, déliquescent & entièrement soluble dans l'eau distillée; j'ai mis dans la dissolution du nitre lunaire, il s'est précipité sur le champ de la lune cornée.

Si l'on ne procède pas à cette opération par un feu gradué, & qu'on fasse rougir promptement la cornue, on n'obtient pas de beurre de zinc, mais de l'acide marin volatil, & du zinc sous forme métallique.



O B S E R V A T I O N *
S U R U N E
HERNIE DES MEMBRANES DE LA VESSIE,
Avec des Réflexions sur la formation de cette maladie.

Par M. B O R D E N A V E.

SI la connoissance anatomique de la structure des parties est absolument nécessaire pour expliquer les fonctions du corps humain, elle n'est pas moins utile pour distinguer & connoître les différens dérangemens qui peuvent l'affecter: cette connoissance dirige dans la pratique de l'art de guérir; elle permet de rendre raison de plusieurs phénomènes, & de voir pourquoi une partie est plus sujette à une affection qu'une autre.

Dans le bas-ventre sont renfermés plusieurs sacs membraneux, le ventricule, les intestins, la vessie, &c; le même nombre de membranes paroît en général entrer dans leur composition, mais en considérant de près leur structure, la disposition de leurs fibres est différente; d'où, par cette raison, peuvent résulter quelques dérangemens plus spécialement propres à telle ou telle partie. C'est ce qui paroîtra démontré par les réflexions que j'ai cru devoir joindre à l'Observation que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, & qui a pour objet une espèce de vessie double, ou, pour parler plus exactement, une hernie des membranes internes de la vessie à travers les externes.

Un Soldat invalide, sujet à des rétentions d'urine, étant mort d'une autre maladie, son cadavre fut destiné pour des épreuves chirurgiques. Comme on s'étoit proposé de faire sur

* Présentée le 26 Février 1774, relûe par l'Auteur, devenu Académicien, le 15 Juillet 1775.

lui l'opération de la lithotomie, on avoit incisé le corps de la vessie au-dessus du pubis, pour y mettre une pierre, ainsi qu'il est d'usage en pareil cas. Après avoir fait au périnée l'incision ordinaire pour le grand appareil, & introduit par la plaie les tenettes dans la vessie pour saisir la pierre, on fut d'autant plus surpris de ne la point trouver, qu'on l'y avoit touché un moment auparavant avec la sonde: en changeant le cadavre de situation, la pierre se fit de nouveau sentir au toucher; mais dès que l'on voulut la saisir, elle échappa encore bientôt à l'Opérateur.

Ces circonstances réitérées déterminèrent à faire des recherches sur la cause de cet événement, en examinant avec soin le bassin de ce sujet, & particulièrement la vessie: alors je trouvai avec étonnement que cette vessie étoit composée de deux portions d'une capacité presque égale. En suivant cet objet avec attention, nous reconnûmes que la vessie n'étoit pas double, mais que de la partie latérale gauche naissoit la poche que l'on pouvoit regarder comme extraordinaire, & dont la capacité égaloit à peu-près les deux tiers de celle de la vessie; cette poche plus étroite à l'endroit de sa naissance à la vessie, s'élargit ensuite; ses parois sont beaucoup plus minces, plus transparentes, à peine y aperçoit-on quelques fibres charnues; elles sont toutes rassemblées à l'endroit par où s'est faite la sortie, où elles forment par leur entrelacement une espèce de sphincter.

Cette poche paroît donc faite par les membranes internes seulement, qui peu-à-peu se sont frayé un passage entre les fibres musculaires écartées; le tissu du péritoine qui recouvre ces parties étant d'une texture lâche, a dû de même s'étendre en suivant les membranes internes, & entrer ainsi dans sa composition.

La vessie étant ouverte, on voit que nos deux cavités communiquent entr'elles par une ouverture assez considérable, à peu-près ronde, formée dans la cloison qui les sépare. C'est par cette voie que la pierre pouvoit échapper aux approches

de la tenette, ou céder à l'impulsion du gorgeret, & passer dans cette poche extraordinaire *.

* Voyez la
Planche.

Le fait que je viens de rapporter peut être regardé comme un de ces cas rares dont on a peu d'exemples, & il a paru digne de remarque à divers Anatomistes à qui j'en ai fait part (a).

J'ai vu depuis une autre hernie de cette espèce, mais beaucoup moins considérable, dont la poche extraordinaire étoit située de même à la partie latérale de la vessie.

Coïter a conservé un fait qui a beaucoup de rapport avec ceux-ci (b). Il dit avoir trouvé dans une fille âgée de trente-cinq ans, la vessie partagée en deux portions qui étoient pleines d'urine; les uretères ne s'inséroient que dans une seulement, de laquelle l'urine passoit dans l'autre: ainsi une poche extraordinaire tenoit à la vessie, &, autant qu'on peut le présumer, étoit formée aux dépens de ses membranes.

Ces espèces de conformations vicieuses ne doivent pas être confondues avec les appendices que l'on trouve quelquefois à la vessie, ni avec les loges ou kistes qui peuvent s'y former par maladie. L'Observation que nous venons de rapporter, fait voir une véritable hernie des membranes internes de la vessie à travers la tunique charnue, ainsi que le démontre l'inspection: en cela, elle diffère des appendices de la vessie, qui sont formées par des prolongemens ou des dilatations contre nature, & dans la constitution desquelles entrent toutes ses membranes. Enfin les kistes ou loges dans lesquelles se forment quelquefois des pierres, sont le plus souvent l'effet d'une maladie & de l'épaississement contre nature des membranes de la vessie. On doit donc distinguer ces poches herniaires d'avec les appendices médiocres que l'on observe quelquefois à la vessie, & il convient de ne pas les désigner

(a) Feu M. Verdier, Professeur célèbre en Anatomie au Collège de Chirurgie, à qui j'avois fait voir cette vessie, ayant trouvé cette observation très-intéressante, en a fait mention dans

un Mémoire sur la hernie de la vessie. *Académie royale de Chirurgie, tome II, in-4.*

(b) Volch. *Coïter exercit. & obser. anat. cum figur.* Norimberg. 1573.

sous le nom de *vesse double* ou *triple*, ainsi que l'ont fait quelques Observateurs.

Quelques réflexions sur la structure de la vessie, permettent de concevoir & d'expliquer comment ces poches extraordinaires peuvent se former.

On sait que la vessie est un sac membraneux situé à la partie antérieure de la région hypogastrique immédiatement derrière les os pubis, au-dessus desquels elle s'élève quand elle est pleine : la figure, qui approche de l'ovale, ne se conserve pas toujours la même; elle est changée par les différentes compressions que la vessie peut recevoir des parties voisines, comme on le remarque quelquefois dans les femmes grosses ou dans celles qui ont eu beaucoup d'enfants.

On admet en général quatre membranes dans la composition. La plus extérieure ou commune vient du péritoine, dont la vraie lame ne couvre que la partie postérieure; mais son tissu cellulaire se répand sur le reste de la vessie, &, plus abondant sur les parties latérales, donne à ces endroits moins de résistance. La seconde est musculuse; ses fibres sont dirigées selon plusieurs plans; les plus extérieures, & qui sont en plus grand nombre, s'étendent selon la longueur de la vessie; d'autres, & en plus petit nombre, sont presque transversales. La troisième est la nerveuse, composée de fibres blanches de nature à peu-près tendineuses, dures, qui se croisent en divers sens & qui forment des mailles fort serrées. Quelques Auteurs en admettent une quatrième, qu'ils regardent comme veloutée; elle est couverte de mucosités, & est fort propre à défendre les autres membranes des impressions fâcheuses que pourroit causer le long séjour de l'urine dans la capacité de la vessie.

On y remarque son col & son fond. Ce sont-là les deux points, pour ainsi dire, où vont se réunir les fibres longitudinales; elles y sont ramassées en divers trousseaux, & c'est par cette réunion qu'elles concourent particulièrement à l'action de la vessie.

Nous venons d'observer que la membrane musculuse étoit composée de fibres longitudinales & transversales : nous avons

dit que ces dernières étoient en plus petit nombre, & for-
moient par conséquent des mailles peu serrées; or de cette
structure particulière, il suit que dans les cas où la vessie sera
beaucoup distendue par la présence du fluide qu'elle contiendra,
les fibres longitudinales s'écarteront, & elles seront dans ce
cas disposées à peu-près comme des côtes de melon; c'est-à-
dire, qu'écartées les unes des autres dans leur milieu, elles
resteront contiguës & plus serrées par leurs extrémités, &
présenteront dans ces endroits une plus grande résistance.

Les fluides contenus dans la vessie pressent également de
tous les côtés; leur pression ne peut produire qu'un moindre
effet vers le fond ou vers le col de la vessie, parce que les
fibres y sont plus fortes & rassemblées; ils doivent donc agir
plutôt sur la partie qui est moyenne entre ces deux extrémités
& qui est beaucoup plus foible, 1.^o parce que dans la disten-
sion, les fibres longitudinales elles-mêmes sont écartées; 2.^o
parce que les fibres transversales sont en moindre nombre, &
qu'éloignées les unes des autres, elles ne présentent pas une
résistance suffisante.

Si donc, par ce défaut de résistance, ou par une autre
cause étrangère, la liqueur contenue agit plus sur un côté
que sur un autre, & se fait peu-à-peu une espèce d'interval-
le, il arrivera que les membranes internes passeront à travers
l'écartement des fibres musculaires & formeront ainsi une
hernie.

Ce que je viens d'avancer sur la hernie des membranes
internes de la vessie qui passent à travers la tunique mus-
culeuse, n'est pas une simple conjecture; les faits que j'ai
rapportés en fournissent la preuve.

La situation de la poche extraordinaire qui se trouve
latéralement dans les deux vessies que j'ai vues, cette même
situation latérale de deux poches ou kistes considérables
de la vessie, dont Heister a conservé la figure dans ses
Instituts de Chirurgie (c), une disposition semblable de deux

(c) *Part. II, cap. CXLV.*

poches latérales de la vessie, que M. de Broke désigne sous le nom d'*appendices*, & dont il expose la figure à la fin d'une savante Dissertation (d), donnent lieu à quelques réflexions. La vessie étant appuyée par-devant contre les os pubis & les muscles du bas-ventre, & étant soutenue postérieurement par l'intestin *rectum* & l'os *sacrum*, permet plus difficilement vers ces endroits l'issue des membranes internes; quelque grande que soit la distension, elle trouve toujours un point d'appui solide qui, joint à la résistance naturelle, est plus que suffisant pour soutenir l'effort des fluides. Les parties latérales étant seulement accompagnées du tissu cellulaire, n'étant pas appuyées contre des parties solides, présenteront une résistance beaucoup moindre, & doivent par conséquent, suivant l'ordre naturel, souffrir les premières de l'impulsion des fluides; c'est ce que l'expérience confirme.

C'est par ce même mécanisme que l'on voit se former des distensions considérables au canal intestinal à l'endroit où il adhère au mésentère, les lames du péritoine étant moins fortement unies & plus disposées à s'écarter dans ce lieu.

Il ne faut pas confondre cette espèce de hernie membraneuse avec celle que l'on connoît sous le nom de *hernie de la vessie*; dans ce cas, toutes les membranes de la vessie concourent à la formation de cette maladie; je les passe ici sous silence, n'ayant aucun rapport avec les observations dont il s'agit.

Pour appuyer ce que je viens d'avancer sur la hernie des membranes internes de la vessie, relativement à la structure particulière de ses fibres charnues, il s'agit d'examiner en peu de mots, si la structure particulière des autres sacs membraneux contenus dans le bas-ventre peut la permettre.

La disposition des fibres charnues du ventricule paroît s'y opposer; en effet, elles sont longitudinales, circulaires, & il y en a d'obliques; or quoi de plus propre pour rendre la substance ferme, les mailles que ces différens plans forment

(d) *De vesicae urinariae appendicibus*, Argentorati, 1754.

étant plus serrées? Blasius fait mention d'un ventricule partagé en deux portions, formant comme deux poches unies par un conduit étroit, par lequel ces deux portions communiquent entre elles (e). Ruysch rapporte avoir trouvé un estomac, dont la forme étoit devenue oblongue, & n'avoit guère plus d'étendue qu'un intestin. Les Observateurs fournissent plusieurs exemples de changemens de figure dans cet organe; mais je n'en fais aucun qui fasse mention de hernie de la troisième & quatrième membrane à travers la musculuse.

On regardera peut-être comme une suite du relâchement des membranes internes, les appendices ou espèces de cul-de-sacs que l'on remarque quelquefois aux intestins *jejunum* & *ileum*; mais on cessera d'adopter ce sentiment, en remarquant que leur composition est la même que celle des intestins. D'ailleurs la tunique musculuse des intestins étant faite de fibres longitudinales & circulaires, unies assez fortement, elle ne pourroit permettre que difficilement l'issue des membranes internes,

De cette structure différente dans ces différens sacs membraneux, il suit que la disposition particulière des fibres de la vessie & la moindre résistance du tissu cellulaire sur les parties latérales, la doivent rendre plus exposée à la maladie dont il s'agit, & qu'au contraire elle ne doit pas arriver, ou du moins doit être plus rare, dans les autres parties dont les fibres charnues sont & plus fortes & disposées en différens sens capables de résister aux différentes impulsions.

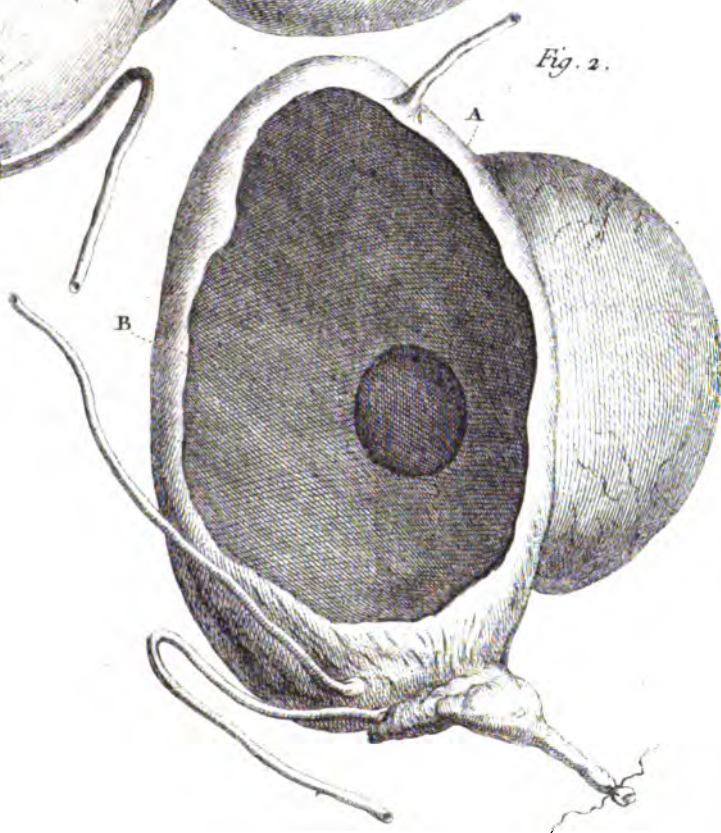
Ces sacs membraneux qui se forment ainsi quelquefois aux parties latérales de la vessie, fournissent des réflexions essentielles pour la pratique. Des maladies chroniques de la vessie peuvent être l'effet de cette conformation vicieuse; la formation des pierres pourra plus aisément avoir lieu dans ces poches extraordinaires, à raison du séjour des urines. De plus, quels inconvéniens ne peuvent pas en résulter pour la lithotomie? Une pierre aperçue d'abord sensiblement, échappe

(e) Gerardi Blesii, *Observ. anat. rar.*

Fig. 1.



Fig. 2.



à l'approche des tenettes, & lorsqu'on est prêt de la saisir, va se loger dans une retraite, d'où l'Opérateur ne peut la tirer : c'est ce qui est arrivé sur le cadavre qui avoit la vessie dont il s'agit, & ce qui a été cause que l'on a fait quelques recherches sur cette structure particulière.

Des observations de cette espèce doivent toujours être recueillies. Quoique peu de signes puissent annoncer ces maladies, & qu'on ne les reconnoisse que par l'ouverture des cadavres, la considération de ces faits servira au moins à établir l'histoire très-variée des maux auxquels l'humanité est exposée.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE 1. *A*, le corps de la vessie.

B, poche extraordinaire formée à la partie latérale de la vessie.

CC, les uretères.

D, la prostate vue par-devant & le canal de l'urètre.

EE, les vésicules séminales & les canaux déférens.

Figure 2, *A*, le corps de la vessie ouvert latéralement selon sa longueur.

B, ouverture de la poche latérale dans la vessie.



O B S E R V A T I O N DE L'OCCULTATION DE SATURNE P A R L A L U N E,

Faite à l'Observatoire Royal, le 18 Février 1775.

Par M. CASSINI DE THURY.

22 Février
1775.

LE temps a été très-favorable pour cette observation que j'ai faite avec la Lunette de Dollond, de S. A. S. le Prince de Conti, j'ai déterminé le contact des anes & des deux bords de Saturne.

à $9^h 10' 47'' \frac{1}{2}$ l'extrémité de l'anse.
 $9. 11. 28 \frac{1}{2}$ le premier bord.
 $9. 11. 54 \frac{1}{2}$ le second bord.
 $9. 12. 18 \frac{1}{2}$ la pointe de l'anse.

L'Émerſion du premier bord eſt arrivée à... $10^h 10' 7'' \frac{1}{2}$
 du ſecond bord. $10. 10. 39 \frac{1}{2}$
 de la pointe de l'anſe. $10. 11. 11 \frac{1}{2}$

J'ai attendu le paſſage de Saturne au Méridien, cette Planète avoit à ſa droite l'Étoile γ de la Vierge, qui a paſſé au Méridien

à $14^h 20' 45'' \frac{1}{2}$ à la haut. de $40^d 59' 0''$.

Saturne a paſſé. $14. 23. 52 \frac{1}{2}$ $40. 25. 15.$

Et le dernier bord de la Lune $14. 32. 8.$ $39. 19. 55.$

En ſuppoſant l'occultation du centre à $9^h 11' 42'' \frac{1}{2}$.

Et l'apparition à. $10. 10. 23 \frac{1}{2}$.

On aura la durée. $0^h 58' 41''$.

La révolution des fixes à la Pendule a été obſervée de $3' 49'' \frac{1}{2}$.

La plus ancienne obſervation qui ait été faite à l'Obſervatoire Royal, d'un pareil phénomène, eſt celle du 27 Février 1678.



M É M O I R E

M É M O I R E

Sur le procédé qu'on emploie aux Affinages de la Monnoie de Paris, pour la fonte de la Chaux de cuivre qu'on y retire des Eaux fortes, après l'opération du départ ; & sur une expérience particulière que j'ai faite, en employant ce même procédé, pour retirer du dépôt du blanchiment des floans de Billon une partie des déchets qu'ils éprouvent toujours dans ce blanchiment.

Par M. TILLET.

A YANT été chargé par l'Académie de lui rendre compte du procédé par lequel on ressuscite, aux affinages de la Monnoie de Paris, le cuivre qu'on y retire des eaux fortes, après l'opération du départ, j'ai attendu, pour répondre plus exactement à ses intentions, qu'un travail de ce genre se fît en grand au nouvel Hôtel des Monnoies, & qu'après l'avoir suivi avec soin, je pusse lui en exposer tous les détails.

Lû le 21
Juin 1775,
& remis
le 15 Déc.
1777.

Le fourneau qui a servi à cette opération, m'a paru construit d'une manière si avantageuse, pour qu'elle y réussît complètement, & fût le moins fatigant qu'il est possible pour les Ouvriers qui conduisent le feu & coulent la matière, que je l'ai fait dessiner dans toutes les proportions, afin qu'elles pussent servir de règle pour de pareils fourneaux qu'on voudroit ou réduire à une moindre grandeur, ou faire établir pour des fontes plus considérables que celles dont il va être question.

Je me conformerai encore aux ordres de l'Académie, en rapportant à la suite de cet exposé de la fonte du cuivre qui résulte de l'opération du départ, l'utilité que j'ai tirée moi-même, il y a onze ans, d'un fourneau de la même espèce,

Mém. 1775.

B b

pour revivifier du cuivre chargé d'une petite portion d'argent, & enféveli dans une quantité considérable d'autres matières bien différentes, desquelles jusqu'alors on n'avoit pas eu l'espérance, & peut-être la pensée de le dégager. Ce que j'en ai dit de vive voix dans une de nos Séances, à l'occasion du Mémoire que M. Baumé, Membre de cette Académie, y a lû sur cette matière, n'en a donné qu'une légère idée; j'entrerai dans quelques détails qui feront mieux sentir l'avantage que j'ai recueilli de mon expérience, & combien il eût été intéressant que je l'eusse faite plus tôt.

On sait que dans le départ des matières chargées d'une partie d'or & de trois parties d'argent, le premier de ces métaux se précipite en poudre au fond du matras, & que le second reste dissous dans l'esprit de nitre; on sait encore qu'à la faveur de quelques plaques de cuivre jetées dans cet esprit de nitre, qu'on a étendu dans une assez grande quantité d'eau, l'argent qui s'y trouve contenu se précipite à son tour au fond du vase qui contient la liqueur; & que le cuivre dissous dans l'esprit de nitre affoibli, peut en être retiré par plusieurs moyens.

L'intérêt qu'on a dans les travaux des affinages, de conserver en partie les eaux fortes qui ont déjà servi, & d'en faire la *reprise*, suivant le terme de l'Art, détermine à ne s'occuper qu'indirectement du cuivre qu'elles contiennent, & à attendre pour le rassembler qu'il forme le résidu net de ces mêmes eaux fortes qu'on prépare lentement à une nouvelle distillation. M. du Fay, dont je parlerai bientôt, donna un précis de ce travail en 1728; je me serois abstenu de le présenter un peu plus au long, après cet Académicien, si la revivification de la chaux de cuivre, qui fait l'objet principal de ce Mémoire, ne m'eût pas paru demander que je rappelasse l'opération si utile & long-temps inconnue, dont cette chaux est le précipité.

J'ai dit qu'on étendoit dans une grande quantité d'eau l'esprit de nitre qui, après le départ, tient l'argent en dissolution; & que les plaques de cuivre n'étoient plongées dans la liqueur, que lorsqu'on l'avoit ainsi affoiblie. Avant que de

la soumettre à la distillation, on commence à la mettre dans des chaudières de cuivre, de trois à quatre pieds de diamètre sur dix pouces ou un pied de profondeur, afin que la liqueur présente beaucoup de surface; & on place ces chaudières sur un fourneau destiné à cet effet, dans lequel on entretient un feu modéré: l'eau simple s'évapore peu-à-peu de la liqueur; l'esprit de nitre se rapproche; & on continue ainsi l'opération jusqu'à ce qu'on s'aperçoive, par l'odeur de l'eau forte, qu'il commence à s'en élever quelques parties avec le flegme qui se dissipe.

On se dispose alors au travail de la distillation, mais sans l'établir encore, parce que la liqueur dans cet état ne donneroit qu'un esprit de nitre foible, & qui pourroit exiger une ou deux distillations nouvelles pour parvenir à un degré convenable de concentration; on se sert aux affinages de Paris, des pots à beurre du Cotentin pour contenir la liqueur qu'on se propose de distiller. Après avoir placé ces pots dans l'endroit du fourneau de distillation, où il règne dans toute sa longueur un grillage de fer, au travers duquel les pots doivent éprouver l'action du feu, & lorsqu'on les a eu remplis de la liqueur tirée des bouilloires, on les y entretient dans une chaleur propre à produire une nouvelle évaporation, & à la conduire jusqu'au point où l'esprit de nitre s'annonce beaucoup plus que la première fois, tant par l'odeur forte qu'il répand, que par la saveur piquante qu'a la liqueur en cet état.

Alors l'Ouvrier chargé de la distillation, couvre d'un chapeau chacun des pots d'où l'esprit de nitre commence à s'élever; il y adapte une cornue; lute l'un & l'autre à leurs jointures, & procède à la distillation en gouvernant le feu avec les ménagemens que demandent des vases peu capables par eux-mêmes de soutenir une grande chaleur, & d'y résister sur-tout quand elle est subite.

Lorsque l'opération est terminée, & que les pots sont refroidis, on trouve au fond & autour de leurs parois intérieures, le cuivre en poudre noire, impalpable & assez

passé le tuyau du soufflet; & comme ce tuyau, vers son extrémité inférieure, n'a guère qu'un pouce de diamètre, on sent qu'il est aisé, à la faveur du grand vide que la tuyère laisse à l'extérieur, & du jour qui se trouve entre les parois intérieures de cette tuyère & le tuyau du soufflet, on sent, dis-je, qu'il est facile d'examiner l'état du bout du tuyau, d'en écarter avec une verge de fer les matières fondues qui tendroient à le boucher, & de juger même de l'état plus ou moins fluide dans lequel est le cuivre, parce que la vue peut plonger à une certaine profondeur de la casse, & y faire distinguer le métal en bain, sur-tout lorsqu'elle en est suffisamment remplie.

Le fourneau n'est pas placé précisément au milieu des murs qui en forment l'enceinte; il n'est d'un côté qu'à 4 pouces de distance de l'ouverture d'un de ces murs, à la faveur de laquelle on puise la matière fondue, afin que les Ouvriers puissent plonger aisément dans la casse la cuiller de fer dont ils se servent pour la vider. Le côté du fourneau opposé à celui-ci est éloigné de 15 pouces du mur de l'enceinte qui lui est parallèle; cet intervalle est destiné à recevoir avec économie le charbon embrasé qu'on écarte du fourneau, lorsqu'il s'agit de couler la matière, & qu'on y remet ensuite avec l'attention de ne le point briser, pour procéder à une nouvelle opération.

Le côté du fourneau par lequel on le charge de charbon, & où l'on a pratiqué une ouverture qui est bouchée aussi à volonté par un carreau de terre cuite, n'est éloigné que de 6 pouces du mur de l'enceinte auquel il répond, & se trouve placé vis-à-vis de l'ouverture de ce même mur. C'est par cet endroit qu'après avoir dégagé tout le charbon dont la matière fondue est couverte; on l'écume à plusieurs reprises, en faisant tomber dans des chaudières les crasses mêlées encore de quelques parties de métal, & on met le bain totalement à découvert. La casse qui le contient, a comme on sent bien, la forme d'une calotte renversée; le diamètre de son ouverture, avant qu'elle ait servi, est de 15 à 16 pouces, & la plus grande profondeur de 8 à 10, étant prise du niveau de la tuyère; la

capacité du fourneau pourroit comporter d'abord une casse un peu plus grande, mais ses dimensions augmentent à mesure que les fontes se multiplient, & qu'il se détache de la surface de la casse quelques parties de la couche assez épaisse de terre à four mêlée avec du charbon en poudre, dont l'intérieur de la casse est couvert : on y applique ce mélange qu'on a d'abord humecté, en le comprimant avec force à l'aide d'une masse de fer & en lui faisant prendre toute la consistance dont il est susceptible. Le fourneau & son enceinte, que je viens de décrire, ne sont proprement que des murs élevés perpendiculairement sur une base commune, isolés en partie & absolument à découvert; mais une hotte très-évasée & qui aboutit à une cheminée fort large, embrasse la totalité du fourneau, & donne une issue facile aux vapeurs qui s'en élèvent.

Les détails dans lesquels j'ai été contraint d'entrer pour donner une idée exacte de la construction avantageuse de ce fourneau, me laissent peu de chose à dire pour l'expérience en grand qui y a été faite sous mes yeux. Lorsque le charbon dont on l'a rempli y a été bien allumé, & que la casse est devenue rouge, on a commencé à répandre sur le charbon avec une pelle le cuivre en poudre dont j'ai parlé, & on l'a couvert de nouveau charbon; à mesure qu'il a baissé, on y a répandu alternativement du cuivre & du charbon, jusqu'à ce qu'on ait vu au travers de la tuyère que le charbon flottoit au-dessus de la casse & que le métal y étoit en pleine fusion : cette première fonte a été faite dans l'espace de deux heures & demie. Après avoir dégagé le fourneau de tout le charbon dont il étoit plein, enlevé les scories & rendu net le bain de cuivre, on l'a versé, au moyen d'une cuiller de fer lutée, dans des moules disposés à cet effet, & qui m'ont paru faits avec tant d'intelligence & de simplicité pour l'accélération & la facilité du travail, que j'en parlerai bientôt, & en joindrai le dessin à celui du fourneau.

L'intérieur de la casse n'ayant pas été beaucoup endommagé par cette première fonte, sa capacité est restée à-peu-près

la même; & il n'est résulté que deux cents livres ou environ de cuivre net du commencement de ce travail. Je ne saurois présenter une plus juste idée de la fusion parfaite qu'on donne au cuivre dans ce fourneau, qu'en disant qu'il faut toujours verser la matière à deux reprises dans les moules; qu'on l'y coule quelquefois à trois reprises pour les remplir, & que cependant ce n'est qu'avec quelque attention qu'on remarque sur les plaques qui en sortent, les endroits qui peuvent indiquer ces reprises: le premier jet de la matière est encore en bain, ou au moins très-pâteux, dans l'instant où le second vient s'y joindre; & celui-ci se soude au troisième de manière que la plaque entière semble n'être le produit que d'un seul & même jet.

Dès que la casse est à-peu-près vide, on remet dans le fourneau tout le charbon allumé qui avoit été tiré à l'écart; on y en met de nouveau; & par des couches alternatives de cuivre en poudre & de charbon, on parvient en deux heures ou environ à remplir la casse comme la première fois, de métal parfaitement fondu, mais en plus grande quantité, ainsi que je l'ai dit, à mesure qu'il se détache des couches de terre de la surface du bassin où il est contenu, & que la casse acquiert plus de capacité.

Par un travail ainsi suivi, & qui n'a été interrompu que pendant la nuit, pour donner du repos aux Ouvriers, on a fondu trois mille cent quarante-sept livres de chaux de cuivre dans l'opération dont je m'étois engagé de rendre compte à l'Académie. On juge bien d'après l'exposé que j'en ai fait, qu'en employant un fourneau plus vaste que celui que j'ai décrit, en augmentant les dimensions de la casse, & en faisant usage de deux soufflets, si un seul ne donnoit pas par-tout une assez grande activité au feu, on pourroit revivifier en vingt-quatre heures six mille livres de cuivre, & l'obtenir très-net par cette seule fonte. Sur les trois mille cent quarante-sept livres de chaux de cuivre qui ont été la matière de ce travail, il n'a été tiré en métal pur & revivifié que dix-sept cents livres; ce qui établit un déchet de

de quatorze cents quarante-sept livres, ou de quarante-six à peu-près pour cent. Je fus étonné que cette chaux eût autant perdu en revenant à son état primitif; mais on me fit observer qu'elle n'étoit pas nette avant qu'on lui rendît sa malléabilité; qu'il s'y mêloit ordinairement beaucoup de matières terreuses, lorsque, pour la rassembler dans des tonneaux, à mesure que les distillations en fournissent, on la détachoit des pots, & encore plus souvent des fragmens de ces pots qui sont très-sujets à se fendre quand, à la fin de la distillation, la chaux de cuivre s'y trouve à sec & y éprouve le recuit qu'il est nécessaire de lui donner.

Afin de connoître par une expérience bien précise le déchet réel qui résulte de la réduction de cette chaux, j'en ai fait tirer trois livres ou environ d'un des pots qui sortoient du fourneau de la distillation; elle en a été détachée avec les précautions que cette épreuve demandoit; & l'Académie peut juger, en y jetant les yeux, que je l'ai eue aussi pure qu'il étoit possible de l'obtenir. J'ai traité avec le flux noir, suivant l'usage, une portion déterminée de cette chaux; elle a rendu un bouton de cuivre très-net, dont le poids étoit de soixante-douze grains pour cent que j'avois employés. Il est donc résulté encore de cette expérience un déchet de vingt-huit pour cent, quoique la chaux de cuivre ne contînt rien en apparence qui lui fût étranger. Dans l'espérance d'obtenir un produit plus fort, parce que j'avois remarqué sur le bouton de cuivre quelques traces de vitrification, qui portoient la teinte de ce métal, je réduisis du suif en petites parcelles, & je les mêlai avec la chaux de cuivre, avant que de procéder à la revivification par le moyen du flux noir; cette addition de matière animale me procura quelque avantage; mais j'éprouvai encore vingt-sept pour cent de perte dans cette seconde expérience: il est vrai que quoiqu'il n'y eût aucun vestige de vitrification sur le bouton de cuivre qui en provint, je remarquai un léger enduit cuivreux dans quelques endroits de l'intérieur de la tute que j'avois employée, & que je sentis que la totalité de la chaux de cuivre n'avoit pas été ressuscitée. Je fis part à

M. Cadet, Membre de cette Académie, du procédé que j'avois suivi, & qui ne me paroissoit pas de nature à rendre mon expérience complète : il me conseilla d'abandonner le flux noir pour cette opération, & d'employer un autre flux réductif, dont M. de Morvauz a fait usage avec succès, & dont M. Cadet lui-même s'est servi utilement dans des circonstances où il avoit fait d'inutiles tentatives avec le flux noir. Nous employâmes en conséquence pour quatre gros de la même chaux de cuivre qui avoit été la matière de mes expériences, une once de verre en poudre, quatre gros de borax calciné, & trente grains de charbon en poudre qui furent mêlés d'abord avec la chaux de cuivre : après avoir brasqué la toute qui nous servit, nous y mîmes toutes ces matières bien mélangées, & nous les couvrîmes de sel marin décrépité ; en vingt minutes, à commencer du moment où le charbon fut bien allumé & la toute fut devenue rouge, notre opération fut terminée : nous obtînmes des scories bien vitrifiées & un bouton de cuivre très-net, qui pesoit trois gros huit grains ; nous n'aperçûmes aucun vestige de métal dans les scories, & nous eûmes lieu de penser que la totalité de la chaux avoit été revivifiée. Il ne résulta par conséquent de cette expérience, qu'un déchet de soixante-quatre grains, ou de vingt-deux grains deux neuvièmes pour cent ; on le trouvera encore assez considérable en lui-même, quoiqu'inférieur à celui des deux expériences précédentes ; mais il faut faire attention que la chaux de cuivre a pu retenir avec ténacité une portion d'acide qui a fait partie du poids de cette chaux ; qu'elle a pu acquérir un surcroît de pesanteur par une sorte de calcination qu'elle a éprouvée dans les pots en y restant à sec à la fin de la distillation, & en passant de l'état de verd-de-gris à celui de poudre noire & brûlée dans lequel nous l'avons prise pour la revivifier ; peut-être y auroit-il lieu de conjecturer qu'une partie du cuivre est tellement altérée dans ses propriétés métalliques, par la dissolution qu'en a fait l'esprit de nitre, qu'elle ne peut plus y être rétablie, ou du moins qu'elle ne peut plus y revenir par les

moyens que nous connoissons: cette dernière idée sembleroit n'être pas dénuée de tout fondement, d'après l'observation que nous fîmes en délayant une petite quantité de chaux de cuivre dans de l'eau distillée, & en versant quelques gouttes d'huile de tartre par défaillance sur l'eau claire que nous en tirâmes; elle perdit aussitôt sa transparence, & annonça un léger précipité blanchâtre qui étoit trop foible pour qu'on pût le recueillir, mais qui pouvoit être soupçonné comme une portion décomposée du cuivre, & incapable par-là de revenir à l'état métallique par les procédés connus. Quoi qu'il en soit de la cause du déchet considérable de la chaux de ce métal produite par la dissolution, il paroît que les autres chaux métalliques, produites simplement par le feu, perdent beaucoup moins de leur poids, lorsqu'on les revivifie & qu'elles ne sont moins sujettes à cette perte, que parce que leur propriété essentielle n'a point été altérée d'abord comme celle du cuivre dont il s'agit, par un agent aussi actif que l'est l'esprit de nitre.

Si on rapproche actuellement le procédé qu'a indiqué M. du Fay (*a*), & d'après lui M. Hellot (*b*), pour la revivification du cuivre dont on a dépouillé les eaux fortes en les distillant; si on compare ce procédé avec l'opération dont j'ai rendu compte, on verra qu'il est le même, quant au fond, que celui qu'on suit aux affinages de Paris; que M. du Fay, supposant qu'il n'est question que de fondre une petite quantité de cuivre, propose de n'employer que le feu d'une forge ordinaire & une casse proportionnée au peu de métal qu'on aura à recueillir, après l'avoir laissé se former en culot dans la casse: mais l'effet essentiel résulte également & du procédé qu'il annonce & de l'opération en grand que j'ai rapportée; il paroît même qu'on peut regarder l'espèce de fourneau dont j'ai donné la description comme le plus favorable pour ressusciter promptement & d'une manière très-nette toutes les chaux

(*a*) Histoire de l'Académie, année 1728, page 43.

(*b*) I.^{er} Volume de Schlutter, page 369.

métalliques, puisque celle du cuivre, qui est assez réfractaire par elle-même, y revient par une seule fonte, & en masse considérable, à son premier état de ductilité. Je puis même avancer que s'il étoit possible de fondre la chaux de cuivre dans les creusets ordinaires avec autant de facilité que le cuivre doux & malléable, il seroit malgré cela beaucoup plus expéditif & moins dispendieux d'employer, pour une grande quantité de métal, le fourneau des affinages de Paris, que les creusets ordinaires, les supposât-on capables comme les grands creusets d'Allemagne de contenir deux cents livres de métal.

Il reste à conclure, par rapport à l'objet pour lequel l'Académie m'a chargé de lui rendre compte du travail des affinages pour la fonte du cuivre, ainsi que de l'opération qui m'est particulière, pour une expérience du même ordre, par laquelle je terminerai ce Mémoire, il devient concluant, dis-je, qu'on est parvenu, il y a long-temps, comme l'a très-bien observé M. Cadet, au but avantageux qu'avoit M. Baumé, en proposant un fourneau où les chaux métalliques se revivifiaient à travers des charbons embrasés; que ce fourneau n'a pas même les grands avantages de celui que j'ai décrit. Si le cuivre se revivifie dans celui de M. Baumé, comme il doit le faire, à travers les charbons, il reste dispersé en larmes plus ou moins grosses dans les braises qui s'accumulent au fond du cendrier; il ne peut être remis en lingots bien nets qu'après des lavures & une seconde fonte dans des creusets; au lieu que le cuivre sort en grande masse & parfaitement fondu de la casse du fourneau des affinages; & il en sort tout d'un coup aussi pur que le seroit du cuivre ductile qu'on auroit refondu dans un creuset.

Il ne me reste plus, pour terminer l'article de la fonte du cuivre des affinages, qu'à donner la description du moule où l'on coule le métal, afin de former des plaques destinées à l'opération du départ *, & qui, après avoir été dissoutes elles-mêmes en grande partie, donnent lieu de nouveau au travail

* Voyez la Planche II, figures 2, 3, 4, 5, 6 & 7.

que j'ai exposé. Ce moule, qu'on nomme ainsi improprement, est totalement de fer; sa destination réelle est de servir d'appui aux cales où les plaques de cuivre doivent se mouler; il présente la forme d'un prisme, dont chaque côté est de quatorze pouces de hauteur ou environ & de quatre pieds de longueur: deux de ses côtés sont revêtus d'une forte tôle dans toute leur étendue; le troisième, qui n'en est point couvert, forme proprement la base du moule, porte sur le pavé du laboratoire & s'y maintient solidement: des traverses distribuées intérieurement d'espace en espace dans toute la longueur du moule, servent d'appui aux deux côtés revêtus de tôle, & empêchent qu'elle ne se déjette par l'effet subit de la chaleur qu'elle reçoit dans le moment où l'on verse le métal bouillant. Il règne à l'extrémité inférieure & dans toute la longueur des deux côtés apparens du moule une saillie ou petite tablette, de deux pouces & demi de largeur, destinée à soutenir les pièces qui doivent déterminer les cales plus ou moins grandes où les plaques de cuivre se mouleront. Par ce premier détail, on voit que la principale pièce du moule dont il s'agit, a la forme d'un pupitre à deux côtés, & n'en diffère guère que par sa longueur. Les autres pièces qui en dépendent, pour l'opération de la fonte, n'y sont jointes que dans cet instant: elles consistent en quatorze petits barreaux de fer carré, d'un pouce d'épaisseur & de onze pouces de longueur; en douze plaques de fer forgé épaisses d'un pouce, larges de huit & de la même hauteur à peu-près que les barreaux; & enfin dans un fort lien de fer plat nommé *ferre*, qui maintient toutes ces pièces dans la position où elles ont été mises.

Lorsqu'on veut adapter au moule toutes les parties qui en dépendent, on place un des barreaux à chacune des extrémités des deux côtés du moule, & on distribue avec égalité les autres dans l'étendue qui reste entre les deux premiers; six plaques appliquées de chaque côté sur les barreaux, & jointes ensemble avec autant de justesse qu'il est possible, couvrent cette partie du moule, & n'y laissent de vide que celui qui se trouve entre les barreaux. Après avoir garni d'un enduit

léger de terre à four détrempée tout l'intérieur de chaque case ; & avoir luté avec la même terre les endroits où les plaques de fer se joignent , ainsi que leur extrémité inférieure qui repose sur la petite tablette dont j'ai parlé , on maintient solidement toutes ces pièces des deux cotés du moule , au moyen de la serre de fer qui les embrasse avec précision , & les empêche , par son propre poids , de s'écarter lorsqu'on y verse le métal. On a eu l'attention de ne pas conduire les barreaux , & sur-tout les plaques , jusqu'au sommet de l'angle que forment les deux cotés du moule en se réunissant : la tôle sur laquelle portent les barreaux y est un peu à découvert , afin que les ouvriers aient plus de facilité pour couler la matière dans chacune des cases , & que le métal dont on n'a pas toujours l'aisance de déterminer le jet vers le milieu de l'ouverture , venant à rencontrer , lorsqu'il s'en écarte , la petite éminence qui est vis-à-vis de chaque case , retombe dans la case même , & avertisse l'ouvrier de mieux diriger , par un léger mouvement , le jet de matière qu'il avoit d'abord commencé.

Il suffit , dès qu'une fonte est faite , d'enlever la serre qui embrasse le moule , pour qu'il soit tout-à-coup démonté , que les pièces mobiles en soient désunies , que les plaques de cuivre en soient détachées , & qu'il soit remis promptement en état de recevoir le produit d'une nouvelle fonte.

L'Édit du mois d'Octobre 1738 , concernant la fabrication des pièces de deux sous qui ont cours actuellement dans le Public , eut presque tout son effet dans les deux premières années qui suivirent cette époque ; le travail se ralentit insensiblement , parce qu'il n'avoit pour base principale , que la refonte des pièces de dix-huit deniers qui avoient cours alors , & d'une petite quantité d'espèces de Lorraine qui s'y trouvoient mêlées , comme étant du même ordre , quoiqu'inférieures à celles-là pour le titre. Cependant la liberté de remettre au change des Monnoies ces deux sortes d'espèces ayant été laissée au Public , malgré la cessation de la fabrication des pièces de deux sous dans toutes les Monnoies , il s'en accumula dans

celle de Paris, une certaine quantité qu'on se détermina, au mois d'Août 1764, à convertir en pièces de deux sous, en y joignant ce qui étoit resté des anciennes fontes, & d'autres matières à bas titre qui convenoient pour cette fabrication.

Des circonstances particulières me mirent à portée de la suivre avec soin, & me donnèrent lieu de faire l'expérience que je vais rapporter. Il fut mis en fonte, dans cette occasion, la quantité de onze cents quinze marcs de matière, au titre des pièces de deux sous. On fait que les lames qui proviennent des fontes, dans les travaux des Monnoies, sont réduites, en passant à plusieurs reprises entre les rouleaux d'un laminoir & après quelques recuits, à l'épaisseur, ou à-peu-près, que les espèces doivent avoir; que de ces lames appliquées sous un instrument qu'on nomme *coupoir*, on tire des pièces également rondes & qui ont toutes la grandeur déterminée; la pièce en cet état se nomme *flaon*, & n'a plus besoin, lorsqu'il ne s'agit que du Billon, pour recevoir l'empreinte sous le balancier que d'une préparation destinée seulement à lui procurer de l'éclat; elle consiste à donner d'abord un recuit aux flaons; à établir ensuite une grande bouilloire de cuivre sur un fourneau propre à cette opération, & à y faire bouillir une quantité d'eau suffisante, dans laquelle on mêle six livres de tartre en poudre, & trois livres de sel marin par cent marcs de flaons. Lorsque l'eau est en pleine ébullition, on y jette les flaons; on les y remue fréquemment avec une pelle de cuivre percée de plusieurs trous, & on examine de temps en temps si les flaons y ont acquis également toute la blancheur que cette préparation peut leur donner. Dès qu'on s'aperçoit que les flaons ont pris tout l'éclat de l'argent, on les ôte de la bouilloire avec la pelle de cuivre, & on les verse dans de l'eau fraîche, où l'on achève de les dépouiller parfaitement du peu de la liqueur chargée de tartre & de sel qu'ils avoient encore à leur surface au sortir du blanchiment.

La matière des pièces de deux sous est au titre de deux deniers douze grains, avec un remède de quatre grains, qui n'est pas toujours pris en entier; ainsi on peut les regarder

comme contenant un cinquième d'argent, ou à-peu-près. On sent dès-lors que par l'opération du blanchiment, dont il vient d'être question, on met à découvert les parties d'argent que les flaons contiennent à leur surface, en enlevant la portion de cuivre quatre fois plus abondante qui les receloit; & que l'éclat que les pièces de deux sous prennent sous le balancier est dû à cette couche d'argent superficielle, non-seulement au détriment de celle du cuivre, mais encore avec perte, comme on va le voir, d'une petite portion de l'argent que les flaons contiennent.

On éprouve pour l'ordinaire dans cette opération, un déchet de trois pour cent; il est plus fort, si au lieu d'un recuit modéré qu'il convient de donner aux flaons, on le pousse jusqu'au point de calciner leur surface & de la faire tomber en légères écailles au moindre frottement.

Il résulta mille marcs ou environ de pièces de deux sous de la fonte & refonte des onze cents quinze marcs de matières dont j'ai parlé plus haut. Je réfléchis sur le déchet que le blanchiment y avoit occasionné avant qu'elles fussent frappées. Je ne pouvois pas douter que la portion de matière que les flaons avoient perdue ne fût mêlée dans le dépôt qu'il y avoit au fond des bouilloires; & je sentis qu'il y auroit peut-être quelque ressource pour recueillir au moins une partie de ce déchet, en employant, pour la combustion du dépôt tout entier, le fourneau de fusion dont le Directeur des affinages se servoit alors hors de la monnoie pour y revivifier les cuivres. Quoique ce fourneau ne fût pas construit d'une manière aussi avantageuse que celui dont on voit le dessin, cependant il produisit tout l'effet que j'en attendois.

Après avoir fait écouler l'eau des baquets où l'on avoit versé tout ce qui étoit contenu dans les bouilloires, après chaque blanchiment de flaons, & avoir fait mettre le dépôt seul dans des chaudières de cuivre, je le fis sécher sur le feu, & lorsqu'il eut été réduit en poudre grossière, on le répandit par parties sur les charbons embrasés du fourneau, comme on a vu que la chaux de cuivre est traitée dans l'exposé que j'ai

j'ai fait du moyen de la revivifier. Il s'éleva des vapeurs épaisses & très-désagréables pendant toute la durée de cette opération : mais je fus bien dédommagé de ce léger inconvénient lorsqu'à la fin du travail, & en mettant la casse du fourneau à découvert, je vis un culot de métal, & je jugeai au premier coup-d'œil du poids qu'il annonçoit ; je le fis refondre sur le champ pour l'obtenir plus net & mieux mélangé : le lingot qui en provint, pesoit environ trente marcs, & approchoit pour le titre d'un denier de fin.

N'ayant eu en vue d'abord, par cette expérience, que d'examiner s'il étoit possible de retrouver une partie des déchets que les flaons éprouvent dans le blanchiment, je ne mis pas, à cette première tentative, toute la précision que je sens actuellement qu'elle auroit exigée ; & je n'avois plus l'occasion de la répéter, d'après les lumières que j'avois acquises : mais l'Académie peut la regarder comme exacte quant au fond ; & il n'est pas douteux que le dépôt du blanchiment des flaons de billon, & peut-être celui du blanchiment des flaons d'argent, ne doivent rendre, par le procédé que j'ai suivi, une partie plus ou moins considérable & plus ou moins avantageuse, pour le métal précieux, des déchets que le billon & l'argent, en petite quantité il est vrai, éprouvent constamment dans cette opération.

En ne supposant le titre du lingot que j'ai tiré de mon expérience, que de 20 & même de 19 grains de fin, il vaudroit aujourd'hui 3 livres 10 sous 6 deniers par marc, & en total 105 livres 15 sous, sans parler de la valeur du cuivre, qui disparoît, comme on sait, dans le commerce lorsqu'il est question de celle de l'or ou de l'argent avec lesquels le cuivre est allié. Qu'on réduise encore ce prix à cent livres ; alors il résultera qu'on auroit perdu cette dernière somme, sans l'expérience que j'ai faite, sur les mille marcs de pièces de deux sous qui furent fabriquées en 1764 : par une suite du même calcul, on verra qu'on a perdu en France sur la dernière fabrication du billon plus de soixante-douze mille livres, puisque cette fabrication ordonnée en 1738, a monté

en total à sept cents vingt-quatre mille quatre cents quatre-vingt-quinze marcs, & on jugera, par une réflexion ultérieure, de la perte considérable qu'il y a eu de tout temps sur cet objet dans le Royaume, & peut-être chez les Nations étrangères, puisqu'il ne paroît pas qu'on se soit appliqué jusqu'ici à tirer quelque avantage du dépôt des blanchimens.

Je sens que mes observations auroient eu toute leur utilité avant la refonte du billon & dans le temps où je commençois moi-même, comme Directeur de Monnoie, à m'occuper de cet objet; mais j'ignorois alors ce que je viens d'exposer; je n'ai pu ni aller au-devant de la perte commune, ni moi-même m'en garantir; & il a fallu que le travail sur la revivification du cuivre m'ait conduit, par un rapport frappant, à l'opération plus essentielle que je viens de rapporter. Les hommes passent avec tant de rapidité, que si l'on se borne à les considérer dans la carrière plus ou moins courte que chacun d'eux parcourt, on voit avec peine que l'accroissement des connoissances utiles est toujours très-lent à leur égard; mais il faut considérer les hommes dans l'étendue des siècles qui se succèdent, & regretter peu les avantages dont nous n'avons pas eu le temps de profiter, en pensant avec plaisir que d'autres hommes les recueilleront; que ceux-ci, à notre exemple, feront d'utiles efforts, & seront imités par d'autres qui exciteront une émulation pareille dans ceux qui les suivront.

EXPLICATION DES FIGURES.

P L A N C H E I.

Vue du fourneau du côté où l'on puise la matière fondue dans la casse.

AAAA, petits murs qui composent proprement le fourneau renfermé dans son enceinte.

B, la casse du fourneau.

C, porte de tôle destinée à garantir les Ouvriers de la grande ardeur du feu lorsqu'ils puisent la matière.

D, carreau de terre à creuset, avec lequel on ferme un des côtés du fourneau, pendant la fonte des matières.

E, la plus grande ouverture du mur, dans laquelle passe la tuyère du soufflet, & va aboutir à la casse.

P L A N C H E I I.

Figure 1.^{re}

Plan du même fourneau de fusion auquel est adapté un fort soufflet dont le tuyau passe dans la tuyère de cuivre, & vient se rendre à-peu-près au bord de la casse.

Figure 2.

Moule dans lequel on coule les plaques de cuivre.

De *A* en *E*, de *E* en *O*, & de *O* en *A*, il résulte un triangle équilatéral, dont chaque côté a quatorze pouces ou environ de hauteur: les deux côtés apparens du moule sont revêtus de tôle; le troisième, qui porte sur le carreau, n'en est point couvert; on y voit une traverse *F* destinée à soutenir les deux côtés apparens du moule, & il y en a de pareilles dans l'intérieur de ce moule, vis-à-vis de chacun des barreaux *B B B B B*. Au bas du moule *EO*, ainsi qu'à l'autre extrémité *G*, est adaptée une anse qui donne la facilité de transporter ce moule où l'on veut.

Il règne également des traverses au bas & dans toute la longueur intérieure du moule, vis-à-vis du bout inférieur des barreaux *HH*, &c.

Dans l'étendue de *A* en *A*, & de huit pouces en huit pouces, ces barreaux sont placés & assujettis aux traverses dont on vient de parler.

DD, tablette ou petite saillie qui règne dans toute la longueur du moule, & qui est destinée tant à servir d'appui aux plaques de fer, dont on couvre les barreaux, qu'à retenir la matière fondue lorsqu'on la coule dans le vide qu'ils laissent entr'eux.

Le côté opposé du moule qu'on ne sauroit voir dans cette *figure 2*, est pareil à celui-ci, & garni des mêmes pièces.

Figure 3.

Moule tout monté vu de profil.

AA, partie supérieure du moule.

BB, &c. barreaux de fer d'un pouce quarré dont il a été déjà question, & qui sont en grande partie cachés par les plaques de fer *1, 2, 3, 4, 5 & 6*. Les uns & les autres s'appuient sur la saillie en fer *DD*, dont l'épaisseur est de trois lignes.

D d ij

Figure 4.

Une de ces plaques de fer, haute de onze pouces, large de huit, & épaisse d'un pouce.

Figure 5.

Chassis, ou espèce de serre formée d'une barre de fer quarrée, d'un pouce & demi d'épaisseur; elle a, comme le moule, quatre pieds de longueur de dedans en dedans, & huit pouces de largeur.

KK, anses au moyen desquelles on transporte cette serre, & on a la facilité d'y faire entrer la partie supérieure du moule, où elle se maintient par son propre poids, & embrasse étroitement les douze plaques qui, des deux côtés du moule, recouvrent les barreaux.

Figure 6.

Cuillier de fer avec laquelle on puise le cuivre fondu dans la casse.

Figure 7.

Le moule revêtu de toutes les pièces qui en dépendent, vu en dessus, & présentant les deux côtés où l'on verse la matière fondue dans les vides *D, D, D, D*, &c. pour en former les plaques de cuivre; on y remarque que les barreaux *B, B*, &c. & les plaques de fer *1, 2, 3, 4*, &c. qui les couvrent, sont moins élevés que le sommet de l'angle du moule, afin que le jet de la matière puisse être dirigé plus sûrement dans le vide, & que les parties qui s'en écarteroient un peu du côté du moule, retombent nécessairement dans ce vide. *CCCC*, serre qui maintient les plaques de fer sur les barreaux.

EEEE, saillies sur lesquelles reposent les plaques de fer, & où l'extrémité inférieure de ces plaques est lutée avec de la terre à four, ainsi que les côtés par lesquels elles se joignent, afin que le cuivre en fusion ne trouve aucune issue par laquelle il puisse s'échapper.



Fig. 6.

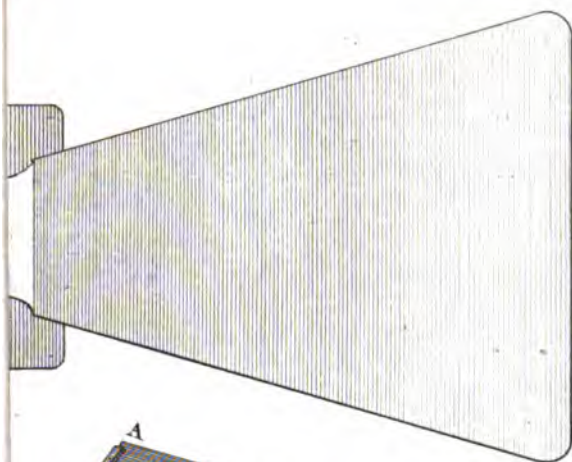
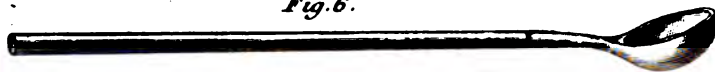


Fig. 2.

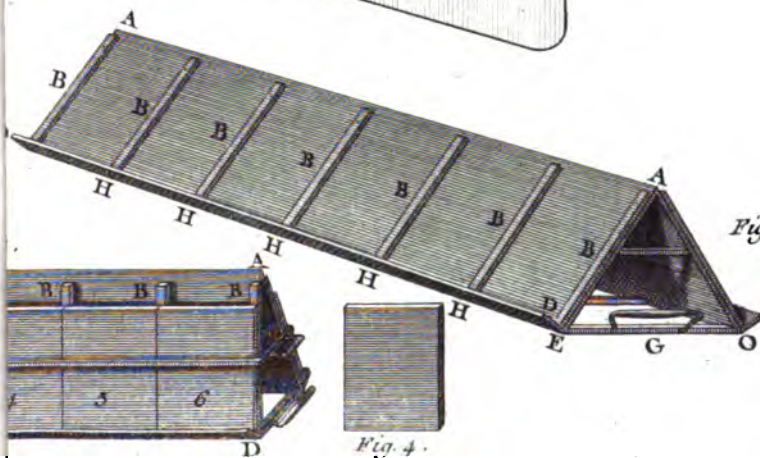
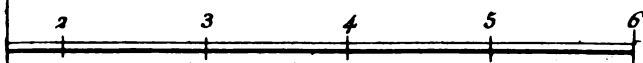


Fig. 4.



Echelle de six pieds

Y. le Gouar Sculp.



Fig. 6.

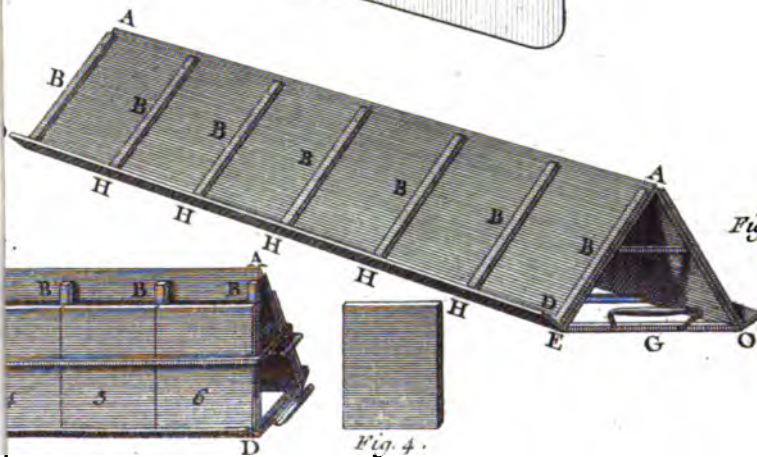
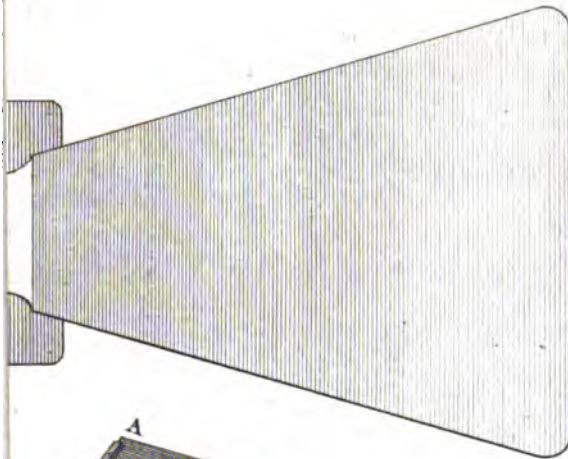
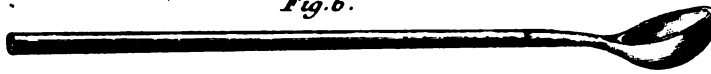


Fig. 2.

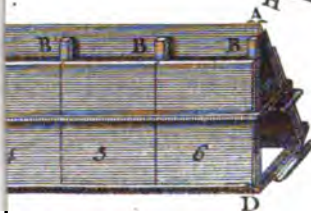
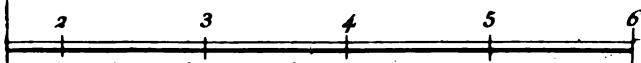


Fig. 4.



Echelle de six pieds

Y. le Gonar Sculp.

OBSERVATION DE L'OCCULTATION DE SATURNE

PAR LA LUNE,

*Observée à Paris de l'Observatoire de la Marine,
le 18 Février 1775, au soir.*

Par M. MESSIER.

CETTE observation étoit annoncée dans la *Connoissance des Temps*, l'immersion pour $9^h 15'$, & l'émerision pour $10^h 10'$; d'après cette annonce, l'immersion devoit arriver $54'$ après le lever de la Lune. 22 Février 1775.

La veille de l'observation, le ciel étant serein; j'examinai de mon Observatoire le lieu du ciel où je devois le lendemain commencer à voir Saturne après son lever, je ne pus l'apercevoir qu'à $9^h 6'$ du soir: avant ce temps, il se trouva caché par le clocher de l'église des Mathurins, qui est placé à l'orient de mon Observatoire; par cette tentative, & par l'annonce de l'immersion pour $9^h 15'$, je reconnus qu'il me resteroit encore pour le lendemain 5 à 6' de temps pour observer l'entrée de Saturne au bord éclairé de la Lune, si le calcul de la Connoissance des Temps étoit juste à une ou deux minutes près.

Le lendemain 18, jour de l'observation, je disposai ma Lunette achromatique de 40 pouces de foyer, portant 40 lignes d'ouverture qui amplifioit près de cent vingt fois l'objet, & qui étoit montée sur sa machine parallaxique; je plaçai l'instrument dans la position qu'il devoit avoir au moment de l'immersion; je vis Saturne, comme je l'avois prévu la veille, quelques minutes avant l'observation: Saturne étoit déjà fort près de la Lune, les anses ou la longueur de l'anneau étoient

perpendiculaires au bord éclairé (comme on peut le voir dans la figure que j'ai tracée de cette observation). J'observai donc l'attouchement de l'extrémité de l'anse occidentale au bord éclairé de la Lune : l'attouchement du premier bord du globe de Saturne ; son centre estimé ; l'entrée totale du globe & la disparition entière de l'extrémité de l'anse orientale : ce qui a produit cinq observations pour l'immersion de Saturne, au bord éclairé de la Lune. Saturne paroissoit assez bien terminé ; mais le bord de la Lune étoit un peu ondoyant à cause des vapeurs qui étoient à l'horizon. Je ne remarquai rien de particulier à Saturne, dans son immersion, sa couleur étoit la même, seulement quand l'extrémité de l'anse occidentale eut touché le bord de la Lune, Saturne me parut devenir un peu plus obscur, c'est-à-dire, ayant moins de lumière qu'il n'en avoit quelques minutes auparavant, sa lumière un peu plus pâle, moins rouge ; ce qui pouvoit provenir de la grande lumière de la Lune. Je n'ai point vu que Saturne ait entamé le bord éclairé de la Lune : voici les observations de l'immersion, temps vrai.

I M M E R S I O N.

H.	M.	S.	
9.	10.	49.	1. ^{re} Observ. L'extr. de l'anse occid. touche le bord éclairé de la Lune.
9.	11.	16.	2. ^{de} Observ. Le globe commence à toucher le bord éclairé.
9.	11.	35.	3. ^{me} Observ. Le centre de Saturne estimé au bord de la Lune.
9.	11.	51.	4. ^{me} Observ. Le second bord du globe entre.
9.	12.	19.	5. ^{me} Observ. L'extrémité de la seconde anse s'éclipse.

La première observation de l'extrémité de l'anse occidentale au bord éclairé de la Lune, s'est faite entre les deux taches n.^o 2, *Galileus* ; & n.^o 3, *Aristarchus*.

Aussitôt après les observations de l'immersion, j'ôtai l'oculaire de la lunette pour y adapter un micromètre à fils ;

qui servit à prendre la distance du point où Saturne étoit entré au bord éclairé de la Lune, avec l'Étoile γ de la *Vierge*, troisième grandeur, qui étoit près de la Planète; le bord de la Lune où étoient entrés Saturne & l'Étoile, paroissoit dans le même champ de la lunette : cette distance mesurée, me fit connoître la partie du bord obscur de la Lune (qui n'étoit pas visible) où je devois attendre le commencement de la sortie de l'extrémité de l'anse occidentale; étant bien assuré de ce point, quelques minutes avant l'observation, j'ôtai le micromètre pour remettre à la place l'oculaire qui avoit servi pour l'immersion; le ciel étoit parfaitement beau, la Lune distincte, terminée & très-claire; j'observai de même qu'à l'immersion, le moment où l'extrémité de l'anse occidentale commença de paroître, ce qui fut observé à la seconde; je vis de même sortir le premier bord du globe de Saturne; le centre, par estime; le second bord & l'extrémité de l'anse orientale, ce qui fit la sortie totale.

Ces observations étoient plus difficiles à faire qu'à l'immersion, en ce que l'anneau de Saturne sortoit obliquement du bord obscur de la Lune (*Voyez la figure*) : voici les observations de l'émergence, temps vrai.

ÉMERGENCE.

H.	M.	S.	
10.	10.	7.	1. ^{re} Observ. L'extrémité de l'anse occidentale commence à paroître.
10.	10.	13.	2. ^{de} Observ. Le premier bord du globe commence à sortir.
10.	10.	39.	3. ^{me} Observ. Le centre du globe estimé.
10.	11.	3.	4. ^{me} Observ. Le second bord du globe sort.
10.	11.	13.	5. ^{me} Observ. L'extrémité de l'anse orientale paroît.

Pour déterminer l'attouchement du centre du globe de Saturne, au bord éclairé de la Lune dans l'immersion, je compare les observations 1 & 5, & je trouve l'entrée du

centre à $9^h 11' 34''$. En comparant les observations 2 & 4; je trouve pour l'entrée du centre $9^h 11' 33''\frac{1}{2}$. La troisième observation, l'entrée du centre estimée à $9^h 11' 35''$. Prenant un milieu entre ces trois résultats, le passage du centre aura été à $9^h 11' 34'' 10'''$.

Déterminant de la même manière la sortie du centre de Saturne du bord obscur de la Lune dans l'émerfion, le milieu donnera $10^h 10' 39''$; la demeure du centre du globe de Saturne sous le disque de la Lune de $59' 4'' 50'''$.

M. l'abbé Boscowich, qui étoit venu à mon Observatoire pour l'observation de l'émerfion, employa un télescope Grégorien de 30 pouces de foyer; il vit l'anse occidentale & déjà le globe de Saturne entamé à $10^h 10' 16''$.

Saturne sortit du bord obscur de la Lune, vis-à-vis le milieu des deux taches; la première, n.^o 26, *Hermès*; la seconde, n.^o 33, *Messala*; & dans la direction de *Mare serenitatis*, des taches, n.^o 11, *Copernicus*; & n.^o 4, *Keplerus*. Saturne sorti du bord obscur de la Lune avoit sa lumière ordinaire. Lors de cette observation, j'avois eu l'attention d'examiner avec soin si Saturne avant de sortir du bord obscur de la Lune, ne seroit pas précédé d'une lumière qui annonçeroit sa sortie. Je n'aperçus rien; il est vrai que j'avois les yeux extrêmement fatigués par la grande lumière de la Lune.

Comme l'éclipse de Saturne par la Lune, est une observation rare, & que c'est la première que j'ai faite, je n'avois rien négligé pour avoir une bonne observation; le jour même je pris un grand nombre de hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil, qui s'accordoient toutes à la même seconde. J'observai la nuit du 18 au 19, & celle du 19 au 20 le passage du centre de Saturne au Méridien avec celui du second bord de la Lune, de *Regulus*, de Mars & de γ de la Vierge. Voici ces observations.

La

LA NUIT Du 18 au 19 Février 1775.	TEMPS des passages à la	DIFFÉR. des passages à la	TEMPS VRAI des passages au	DIFFÉR. de hauteur avec le centre
	PENDULE.	PENDULE.	MÉRIDIEN.	de SATURNE
	H. M. S.	M. M. S.	H. M. S.	D. M. S.
Passage de Régulus.....	9. 57. 15 $\frac{1}{2}$	2. 36. 58 $\frac{3}{4}$	11. 47. 9 $\frac{3}{4}$	
Passage du centre de Saturne.	12. 34. 14 $\frac{1}{4}$		14. 23. 44 $\frac{1}{2}$	
Diff. de haut. de Sat. cent. inf.	13. 49. 56 $\frac{1}{2}$
Passage du centre de Mars..	10. 42. 34 $\frac{1}{2}$	1. 51. 40	12. 32. 21 $\frac{1}{2}$	
Passage de celui de Saturne.	12. 34. 14 $\frac{1}{4}$		14. 23. 44 $\frac{1}{2}$	
Diff. de haut. de Saturne infér.	13. 46. 19.
Passage de γ de la Vierge...	12. 31. 9	0. 3. 5 $\frac{1}{2}$	14. 20. 39 $\frac{1}{2}$	
Passage du centre de Saturne.	12. 34. 14 $\frac{1}{4}$		14. 23. 44 $\frac{1}{2}$	
Diff. de haut. de Saturne inf.	0. 34. 0.
Passage du centre de Saturne.	12. 34. 14 $\frac{1}{4}$	0. 8. 18 $\frac{1}{2}$	14. 23. 44 $\frac{1}{2}$	
Pass. du 2. ^d bord de la Lune.	12. 42. 32 $\frac{3}{4}$		14. 32. 1 $\frac{1}{2}$	
Diff. de haut. de Saturne sup.	1. 11. 10.
La nuit du 19 au 20.				
Passage de γ de la Vierge..	12. 31. 6	0. 2. 54	14. 16. 50	
Passage du centre de Saturne.	12. 34. 0		14. 19. 43 $\frac{1}{2}$	
Diff. de haut. de Saturne inf.	0. 32. 19.

RECUEIL des Observations de l'Occultation de Saturne
par la Lune, le 18 Février 1775.

À P A R I S,

Rue de l'Université 1^{re}, 8 à l'occident du Méridien
de l'Observatoire Royal.

Temps vrai.

9^h 10' 53"

Entrée de la première anse au bord éclairé de la Lune,
par M. le Président de S. * *

9. 11. 46.

Entrée du milieu du globe estimée, par le même.

10. 9. 55.

Sortie de la première anse du bord obscur, douteuse,
par M. du Séjour.

10. 10. 32.

Milieu conchu, par le même.

10. 11. 9.

La seconde anse sort; bien observée, par le même.

Mém. 1775.

Ec

À VERSAILLES,

Par M. Méchain, attaché au Dépôt des Plans de la
Marine.

Temps vrai.
9^h 10' 34"
10. 9. 18.

Le bord de la Lune a paru sur le centre de Saturne.

La première apparition de dessous le disque obscur de la Lune.

J'avois employé une lunette de 3 pieds ; dans l'immersion, le bord de la Lune étoit fort ondoyant, & l'immersion totale eût été impossible à déterminer exactement : je crois avoir assez bien estimé l'immersion du centre.

À NANCY,

Par M. Maillette, Professeur royal de Géographie,
en l'Université de cette Ville.

9. 41. 50.

Immersion au bord éclairé de la Lune (c'est-à-dire, le premier contact), douteuse à quelques secondes à cause des nuages.

10. 42. 0.

L'extrémité de l'anse occidentale commence à paraître.

10. 42. 10.

Le premier bord du globe de Saturne sort.

10. 42. 35.

Le centre du globe estimé.

10. 42. 58.

Le second bord du globe paraît.

10. 43. 10.

L'extrémité de l'anse orientale sort.

M. Maillette m'a mandé : « j'ai fait cette observation » avec une lunette ordinaire de 12 pieds & demi, » son grossissement étoit de cinquante fois ; au moment » de l'immersion (c'est-à-dire, du premier contact), » il survint un nuage, & je ne pus estimer l'immersion qu'à quelques secondes près ; mais je fus plus heureux pour les observations de l'émergence. »

À M A R S E I L L E,

Par M. Garnier.

9. 17. 6.

Occultation de l'extrémité de la première anse.

9. 17. 21.

Du premier bord de Saturne.

9. 17. 47.

Du second bord.

9. 18. 1.

De l'extrémité de la seconde anse.

10. 22. 24.

Sortie de l'extrémité de la première anse.

10. 23. 25.

De l'extrémité de la seconde anse.

à LOUVAIN,

Par M. Pigot, fils.

Temps. vrai.

- 9^h 25' 14". Premier contact du globe de Saturne & du bord de la Lune.
9. 25. 38. Immersion totale du globe de Saturne.
9. 26. 4. Immersion totale de l'anneau.

L'observation faite avec un télescope de 18 pouces qui grossissoit quatre-vingt-quinze fois ; & M. Pigot ajoute : « Saturne en sortant d'un nuage parut toucher le bord de la Lune à 9^h 25' 14" ; cette observation peut être douteuse à quelques secondes , par la vitesse avec laquelle il fallut la faire. A l'immersion totale de l'anneau , sa lumière fut extrêmement affoiblie par la grande lueur de la Lune : les vapeurs affectèrent tant Saturne que la Lune. »

Le mauvais temps empêcha de voir l'émersion.

A WHITE-KINGHTS en Angleterre,

Par M. le Chevalier Englefield.

(Extrait de sa Lettre du 3 Avril 1775).

9. 1. 48 $\frac{1}{2}$. L'anse occidentale de Saturne touche le bord éclairé de la Lune.
9. 2. 6 $\frac{1}{2}$. Le globe de Saturne touche.
9. 2. 33 $\frac{1}{2}$. L'anse orientale disparaît.
- Ces observations furent douteuses à 10 secondes , à cause des vapeurs qui étoient à la hauteur de la Lune , & qui causoient une ondulation très-forte dans le limbe.
9. 56. 2 $\frac{1}{2}$. À 2 secondes près , l'anse occidentale commence à paroître.
9. 56. 12 $\frac{1}{2}$. À 1 seconde près , le globe paroît.
9. 56. 48 $\frac{1}{2}$. À 2 secondes près , le globe sort totalement.
9. 57. 1 $\frac{1}{2}$. À 3 secondes près , les anses paroissent égales.

Ces observations furent excellentes ; le temps étoit parfaitement calme & serein.

à UTRECHT, (a).

Occultation du globe de Saturne par la Lune, le 18 Février 1775, depuis $9^h 28' 57''$ du soir, temps vrai, moment de l'immersion jusqu'à $10^h 19' 26''$. Cette éclipse que l'on n'avoit point observée depuis 1678 (b), a été vue également à Paris, & pourra servir à déterminer exactement la longitude d'Utrecht. L'Occultation du centre à Paris est arrivée à $9^h 11' 14''$, & l'émergence à $10^h 11' 1''$ (c).

RECUEIL des Occultations de Saturne par la Lune.

Les observations des Occultations de Saturne par la Lune sont assez rares; on n'en trouve qu'une seule observation du dernier siècle, dans le recueil de nos anciens Mémoires, tome X, page 602. Je rapporterai celles qui ont été observées & qui sont parvenues à ma connoissance.

29 Juin 1630. Hevelius rapporte (*Transact. Philos. n.° 78*), autant que je m'en souviens : j'ai vu seulement (si l'on excepte l'observation de cette année 1671) deux fois en quarante-un ans Saturne éclipsé par la Lune : en 1630, le 29 Juin au soir à 11 heures, lorsque j'allois dans le détroit de Danemarck, aux environs de l'île Huenne. La seconde à Dantzick, le 3 Août 1661 à $7^h 58' 20''$ du soir. Si de semblables Observations arrivent souvent, la sérénité du ciel ne nous permet pas toujours de les observer, & le moment de la conjonction n'arrive pas toujours non plus sur notre horizon.

1 Juin 1671. Saturne éclipsé par la Lune, observé à Dantzick par Hevelius : le commencement de l'occultation arriva à $3^h 38' 27''$, aux environs du mont *Germanicus*; la ligne itinéraire qu'il a décrite, autant que j'ai pu m'en assurer par sa seule entrée, a passé par *Ætna*, presque le centre de la Lune, par *Horminius*, *Hercule* & la partie supérieure de la mer Caspienne.

(a) Gazette de France, n.° 20, 1775.

(b) Voyez le Recueil de ces Observations, qui suivent.

(c) Ces observations rapportées, faites à Paris, diffèrent des miennes (voyez dans mon Mémoire); l'immersion du

centre y est rapportée à $9^h 11' 34'' 10''$, & l'émergence $10^h 10' 39''$; différence dans l'immersion $20'' 10''$, & dans l'émergence $22''$: de quel endroit que l'observation ait été faite à Paris, la différence des Méridiens ne peut pas donner cette différence par rapport à mon Observatoire.

- 17 Févr. 1678. Soir; Occultation de Saturne par la Lune, observée à Paris par M.^r Cassini, Picard, Roëmer, la Hire, Bouillaud (Registres manuscrits de l'Académie royale des Sciences, *volume n.° B & tome X* des anciens Mémoires de l'Académie, *page 602*).
- 7^h 10' 50", le bord oriental de la Lune touche une des anses de l'anneau de Saturne.
7. 22. 39, Saturne entièrement éclipsé.
8. 28. 50, Émerfion ou première apparition de l'anse occidentale.
8. 30. 0, Émerfion totale.
- 18 Mars 1687. Occultation de Saturne par la Lune, observée à *Toteridg*, près de Londres, à 51^d 39' de latitude, par M. Haines (*Transact. philosoph. n.° 186, p. 268*). La même observation faite à Gréenwich, par Flamstéed (*Éphémérides de Kirck, 1689*). La même Observation faite à *Leipsick*, par M. Kirck (*Éphémérides de Kirck, 1688*). La même observée à *Cloyne*, dans le comté de Kork en Irlande, par le Docteur *Ashe*; l'immersion à 12^h 13' 55"; des nuages empêchèrent d'observer l'émerfion (*Transact. Philos. 1698, n.° 243*).
- 11 Févr. 1722. Occultation de Saturne par la Lune, à *Ingolstadt*, par le P. Grammatici; lunette de 18 pieds; Émerfion du centre de Saturne du bord obscur à 3^h 45' 0". La même Observation faite à *Altorf*, par M. Muller (*Nouvel. littér. latines de Leipsic, in-12, p. 155*).
- 25 Juin 1728. Occultation de Saturne par la Lune, observée à *Bologne* (*voyez correspondance de M. de l'Isle, au Bureau des Plans de la Marine, tome IV, n.° 40*).
- 16 Juin 1762. Occultation de Saturne par la Lune, observée à *Chelfea*; latitude 51^d 29' 5" 41" de temps à l'ouest de l'Observatoire de Gréenwich, par M. Samuel Duun; émerfion du centre de Saturne à 14^h 21' 3" (*Mém. de M. Duun dans les Transact. Philos. vol. LII, seconde Partie, 1762, page 578, avec une Carte*). La même Observation faite à Pont-à-Mousson, par les PP. Barlet & Colas; à 13^h 52' 9", l'extrémité de l'anneau toucha la Lune; à 13^h 52' 19", le globe de Saturne toucha le bord de la Lune: les nuages empêchèrent d'observer l'émerfion (cette Observation me fut envoyée le 3 Juin 1765).

18 Févr. 1775. Soir ; Occultation de Saturne par la Lune, observée à Paris par M.^{rs} Cassini de Thury, le Monnier, de la Landé, le Président de S^{rs}, du Séjour, l'abbé Bolcôwich, Dagelet & Messier.

à Versailles, par M. Méchain.

à Nancy, par M. Maillette.

à Marseille, par M. Garnier.

à Louvain, par M. Pigot.

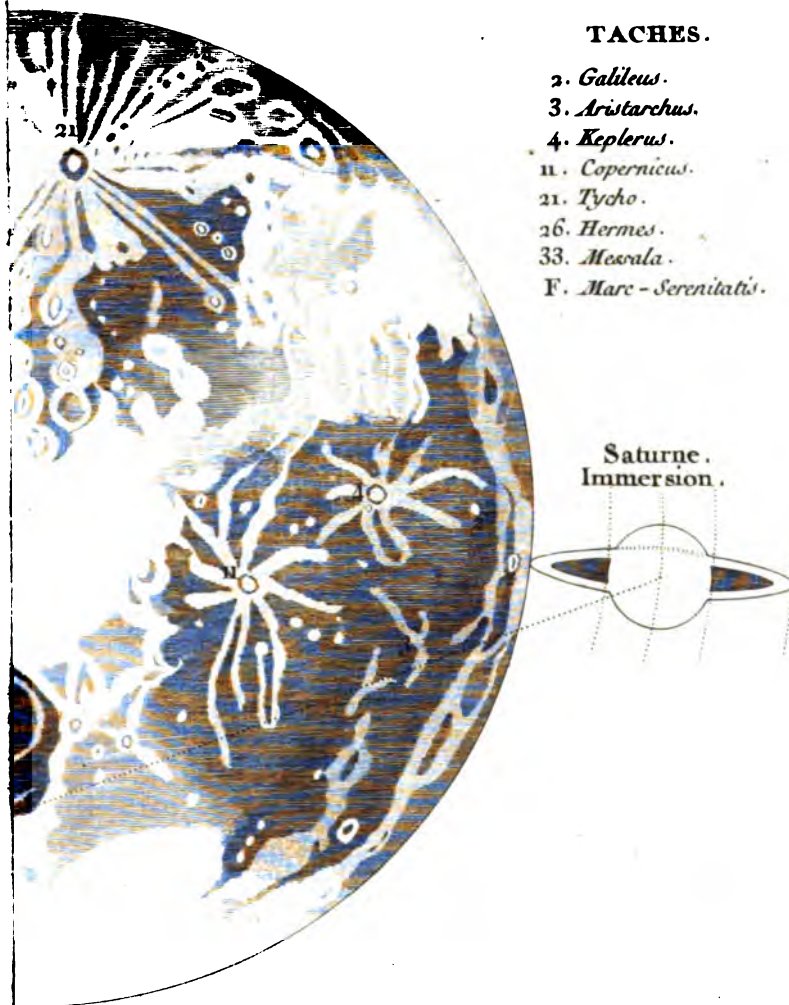
à White - Kings en Angleterre, par le Chevalier Englefield.

à Utrecht, par M. Hennert.

Dans le premier volume des Éphémérides de feu M. l'abbé de la Caille, ce célèbre Astronome avoit annoncé une occultation de Saturne par la Lune, visible à Paris le 18 Août 1752, l'immersion pour 8^h 14', & l'émergence pour 9^h 18'; le ciel étoit beau & serein, mais Saturne ne fut point éclipsé; la distance au bord le plus voisin de la Lune, fut d'environ un quart du diamètre de cette Planète.



ne partie des Taches de la Lune,
Occultation de Saturne par la Lune le 18. Février 1775.
entrée au ROI le 2. Avril suivant.



OPPOSITIONS DE MARS,

OBSERVÉES À PARIS

DEPUIS QUELQUES ANNÉES,

Et comparées avec les Tables.

Par M. DE LA LANDE.

DANS le Mémoire que je donnai en 1755, sur les 15 JUILLET 1775.
 Éléments de l'orbite de Mars, je rapportai les oppositions de cette Planète, observées depuis 1741, & que j'avois calculées avec soin; depuis vingt ans, j'ai continué à les observer, ou à les rechercher pour en faire le calcul, & perfectionner mes Éléments: voici les dernières que j'ai pu rassembler.

OPPOSITION de 1755.

Je n'ai pu trouver qu'une seule observation faite dans les environs de l'opposition de Mars, qui arriva le 30 Décembre 1755; elle est de M. Messier, qui occupoit déjà l'Observatoire de la Marine, à l'hôtel de Clugny. Il observa le passage de *Syrus*, à $6^h 52' 57''$, 2 temps de la Pendule; celui de Mars, à $6^h 57' 58''$, 5, & celui du Soleil $1.8^h 37' 1''$, 5; la Pendule avançoit sur les Étoiles de $21''$ par jour; la distance de Mars au Pôle $63^d 1' 1''$; l'erreur de l'instrument à cette distance est environ $+ 6' 0''$; l'erreur des passages étoit pour *Syrus* $+ 1''$, 5, & pour Mars $- 4''$; d'où j'ai conclu l'ascension droite de Mars à $1.1^h 39' 22''$ de temps moyen, $99^d 49' 36''$; la déclinaison $26^d 52' 40''$ B; la longitude $3^f 8^d 46' 30''$, & la latitude $3^d 42' 30''$ B; l'erreur de mes Tables $- 3' 28''$ en longitude, & $- 6''$ en latitude.

Le lieu du Soleil calculé par les Tables, étoit alors de $9^f 8^d 2' 42''$, & le mouvement diurne géocentrique de Mars

23' 56" rétrograde ; d'où j'ai conclu le temps de l'opposition ; le 30 Décembre, 0^h 0' 3 2", temps moyen, dans 3^h 8^d 34' 11", avec 3^d 42' 58" de latitude boréale. L'erreur de mes Tables sur la longitude héliocentrique , au même instant étoit — 1' 21".

J'ai employé dans ce calcul le mouvement géocentrique de Mars , calculé par mes Tables , & c'est ce qu'on est obligé de faire toutes les fois qu'on n'a qu'une seule observation , en sorte qu'on ne puisse avoir le mouvement observé. Il ne suffiroit pas d'employer le mouvement héliocentrique ; il est plus aisé à calculer , mais l'opération ne seroit pas juste , parce que l'erreur des Tables sur la longitude héliocentrique , n'est pas la même que sur la longitude géocentrique , comme on pourroit le supposer à raison de ce que ces deux longitudes sont les mêmes au moment de l'opposition. Cela vient de ce que l'erreur des Tables , au moment de l'observation , est composée de celle de la longitude héliocentrique , & de la différence de parallaxe du grand orbe , occasionnée par l'erreur des Tables : ainsi l'on doit calculer une opposition avec les longitudes géocentriques calculées & corrigées par l'erreur moyenne des Tables que donnent les observations de plusieurs jours ; mais l'on ne doit jamais se servir des longitudes héliocentriques , si ce n'est pour calculer les Éléments de l'orbite de la Planète.

A l'occasion de cette opposition , où j'ai employé le lieu du Soleil calculé par les Tables de M. de la Caille , je crois devoir observer que l'erreur qui peut se trouver dans le lieu du Soleil n'influe pas sensiblement sur l'opposition calculée , ou du moins sur les conséquences qu'un Astronome peut en tirer. On voit à la fin des Tables de M. de la Caille , que sur près de cent cinquante observations , il n'y en avoit que six où l'erreur approcha de 30 secondes ; mais prenons les cas les plus défavorables , & supposons qu'il y ait 30 secondes d'erreur dans le lieu du Soleil que nous venons d'employer , en sorte qu'il ne fût réellement que de 9^h 8^d 2' 12", le Soleil se rapprochoit de Mars de 1^d 25' 5" par jour : ainsi 30
secondes

secondes font 8 minutes & demie de temps, dont l'opposition arriveroit plus tard dans ce cas-là; & comme Mars rétrograde d'une seconde par minute, on auroit 8 secondes & demie de moins pour la longitude en opposition. Calculant ensuite par les Tables, on auroit 10 secondes de plus par la longitude héliocentrique qui va en croissant : ainsi l'erreur des Tables changeroit de la somme de ces deux quantités, ou de 18 secondes & demie, pour 30 secondes d'erreur dans le lieu du Soleil; mais comme l'erreur des Tables du Soleil ne va guère au-delà de 15 secondes, il n'en résulte que 9 secondes d'incertitude sur l'erreur des Tables de Mars, & encore moins sur les deux autres Planètes supérieures; il n'y auroit que 2 secondes pour Saturne.

OPPOSITION du 14 Avril 1762.

Les observations de M. Messier, faites à l'Observatoire de la Marine pour cette opposition, sont insérées dans le *tome V des Mémoires présentés à l'Académie, page 306*; je ne rapporterai ici que les résultats que j'en ai déduits.

	11 Avril.	14 Avril.	15 Avril.
Temps moy. de l'observ.	12 ^h 18' 5"	12 ^h 1' 53"	11 ^h 56' 34"
Ascension droite de Mars.	204 ^d 40. 57	203 ^d 36. 1	203 ^d 14. 1
Déclinaison de Mars...	8. 6. 0 austr.	7. 47. 28	7. 41. 15
Longitude observée....	6 ^r 25. 49. 27	6 ^r 24. 42. 46	6 ^r 24. 20. 11
Latitude boréale.....	2. 1. 48	1. 55. 42	1. 53. 30
Erreur des Tables en long.	+ 2. 20	+ 2. 36	+ 2. 29
Erreur en latitude.....	— 0. 10	— 0. 19	— 0. 21

Ayant employé les étoiles α & κ de la Vierge, & pris un milieu entre les erreurs des Tables, j'ai trouvé 2' 28" pour la longitude, & 17 secondes pour la latitude; le mouvement de Mars, entre les observations du 14 & du 15, calculé exactement par les Tables, étoit, de 22' 28"; celui du Soleil 58' 21" pour un intervalle de 23^h 54' 41" de temps moyen. La différence entre le lieu du Soleil calculé

Mém. 1775.

Ff

par les Tables, & le lieu de Mars corrigé par l'erreur des Tables, $14' 42''$; d'où il suit que le temps moyen de l'opposition est arrivé le 14 Avril à $7^h 40' 56''$, dans $6^d 24^d 46' 43''$, avec $1^d 56' 8''$ de latitude boréale. L'erreur de mes Tables sur la longitude héliocentrique au moment de l'opposition est $+ 56''$.

OPPOSITION du 13 Août 1766.

Le 8 Août à $12^h 36' 12''$, Mars observé au Méridien par M. Messier, suivoit l'étoile ϵ du Capricorne de $0^h 22' 13''$ de temps, paroissant de $12^h 42''$ au midi; d'où j'ai conclu l'ascension droite de Mars $326^d 37' 16''$, la déclinaison $20^d 42' 24''$, la longitude $10^f 21^d 52' 53''$, la latitude $6^d 51' 16''$ australe : l'erreur de mes Tables — $27''$ en longitude, $+ 24''$ en latitude.

Le 13 Août à $12^h 11' 37''$, Mars suivoit l'étoile δ de $1^d 46' 22'' \frac{1}{2}$, étant plus méridionale de $3^d 58' 22''$; l'ascension droite de Mars étoit donc $10^f 25^d 18' 52''$, la déclinaison vraie $21^d 8' 50''$, la longitude $10^f 20^d 34' 27''$, la latitude $6^d 51' 51''$, l'erreur des Tables en longitude — $35''$, & $+ 7''$ en latitude.

Le 18 Août à $11^h 46' 40''$, Mars suivoit l'étoile γ de $0^h 8' 47'' \frac{1}{2}$, & l'étoile δ de $1^d 46'' \frac{1}{2}$; la différence de déclinaison vraie étoit $3^d 48' 12''$ & $4^d 19' 53''$; ainsi l'on trouve par la première étoile l'ascension droite $10^f 23^d 59' 16''$, & $9''$ de moins par l'autre. La déclinaison $21^d 30' 26''$, & $13''$ de moins par δ .

Prenant un milieu, l'on a $10^f 23^d 59' 11''$ & $21^d 30' 20''$, ce qui donne pour la longitude $10^d 19' 16'' 44''$, & pour la latitude $6^d 47' 53'' \frac{1}{2}$; l'erreur des Tables — $44''$ & $+ 19''$.

J'ai pris pour erreur moyenne des Tables — $40''$ & $+ 17''$; le mouvement du 13 au 18 est de $4^d 47' 42''$ pour le Soleil, & $1^d 17' 34''$ pour Mars, & la différence des longitudes le 12 de $32' 8''$; d'où il suit que l'opposition est arrivée le 13 Août à $1^h 40' 26''$ de Temps moyen dans

10^f 20^d 41' 11", avec 6^d 52' 23" de latitude observée : l'erreur sur la longitude héliocentrique est — 16".

OPPOSITION du 14 Décembre 1770.

Le 14 Décembre 1770, dans mon Observatoire du collège Mazarin, la différence d'ascension droite entre Mars & Rigel à 11^h 54' 37" de temps moyen, fut observée de 25' 39",5 de temps, & sa distance apparente au zénith 22^d 40' 44"; de-là j'ai conclu la longitude 2^f 23^d 6' 38", & la latitude géocentrique 2^d 53' 0" boréale. Mes Tables donnent une longitude plus grande de 4' 39", & la latitude plus grande de 4 secondes seulement.

M. Cassini le fils m'a communiqué aussi les observations faites au mural de l'Observatoire royal : je vais les rapporter en entier. Il faut ajouter 3 secondes aux passages de Mars & de l'Étoile, & ôter 13 secondes de ceux du Soleil pour la déviation du mural; quant aux hauteurs, il y a 9' 36" environ à ôter de celles que marque cet instrument.

1770. Décemb.	5. Soleil	0 ^h 3' 56",7	
	6. Soleil	0. 4. 25,2	
	6. Mars	12. 52. 33,5	67 ^d 20' 15"
	6. « Gémeaux .	13. 39. 5.	66. 39. 45.
	9. Mars	12. 35. 43.	67. 24. 55.
	9. « Gémeaux .	13. 27. 22,5	66. 39. 45.
	10. Mars	12. 30. 7.	67. 26. 20.
	10. « Gémeaux .	13. 23. 31.	66. 40. 0.
	19. Soleil	0. 11. 8,5	
	19. Mars	11. 39. 35,5	67. 31. 0.
	19. « Gémeaux .	12. 48. 29.	66. 40. 0.
	21. Soleil	0. 12. 10,5	

En supposant l'ascension droite apparente de l'étoile « des Gémeaux 97^d 27' 45",5, & la déclinaison 25^d 20' 4", je trouve la longitude de Mars 2^f 24^d 40' 34", & la latitude 2^d 44' 52", l'erreur de mes Tables en longitude — 4' 55" & — 19" en latitude, pour le 10 Mars à 12^h 17' 9", T. m.

F f ij

M. Messier m'a communiqué aussi les observations qu'il faisoit à l'Observatoire de la Marine, hôtel de Clugny, avec l'instrument des passages que M. de l'Isle y plaça en 1748. La déviation à $66^{\text{d}} 17'$ de distance au pôle, est $6''{,}7$; à $69^{\text{d}} 15'$, $6''{,}4$; à $76^{\text{d}} 18'$, $6''{,}2$; à $86^{\text{d}} 4'$, $4''{,}3$; à 110^{d} , $1''{,}9$, & à 113^{d} , $+ 0''{,}3$.

A l'égard des distances au pôle indiquées sur les divisions du demi-cercle de cet instrument des passages, je trouve qu'au point de $66^{\text{d}} 40'$, il faut ajouter $5' 9''$ à la distance au pôle observée, suivant l'observation du 12 Juin 1770, comparée avec celle que je fis au collège Mazarin le même jour avec un sextant de 6 pieds bien vérifié au zénith. Par les observations de β du Taureau, rapportées ci-après & comparées au Catalogue de M. de la Caille, il semble qu'il faut ajouter à $61^{\text{d}} 40'$ environ $5' 45''$; & à la distance de *Fomalhaut* $120^{\text{d}} 50'$, il ne faut plus ajouter que $3' 14''$. Je trouve d'ailleurs une grande inégalité dans les divisions de ce demi-cercle: ces inégalités mériteroient d'être constatées avec soin, à cause du nombre immense d'observations que M. Messier a faites avec cet instrument, & de celles que M. de l'Isle & moi y avons faites depuis 1749. Toutes ces observations deviendront précieuses quand on aura déterminé les erreurs des différens points de cette division.

La pendule de M. Messier est réglée sur les Étoiles fixes, & l'on voit par les observations suivantes qu'elle retardoit de 3 secondes par jour.

Les parties du micromètre sont de 1000 pour $19' 54''$.

1770. Déc.	5. Soleil.....	16 ^h 48' 26",9	
	6. Soleil.....	16. 52. 45,5	
	6. <i>Fomalhaut</i> ..	22. 44. 59,5	$120^{\text{d}} 50' - 433\frac{1}{2}$
	6. Mars.....	5. 43. 24,2	$64. 9 - 337$
	8. Soleil.....	17. 1. 24,7	
	11. Soleil.....	17. 14. 28,5	
	11. Mars.....	5. 32. 41,2	$63. 50 - 247\frac{1}{2}$
	12. Soleil.....	17. 18. 50,6	
	24. Soleil.....	17. 27. 34,4	

1770. Déc.	14. <i>Fomalhaut</i> ..	22 ^h 44' 35",5	120 ^d 50' — 432.
	14. β Taureau..	5. 11. 39,2	61. 40 — 486.
	14. Mars.....	5. 29. 6,5	63. 50 — 322.
	14. μ Gémeaux.	6. 8. 54.	67. 20 — 130.
	14. ϵ Gémeaux.	6. 29. 39.	66. 40 — 309.
	14. <i>Sirius</i>	6. 34. 44,7	106. 30 — 548 $\frac{1}{2}$.
	19. Soleil.....	17. 49. 25,3	
	19. β Taureau..	5. 11. 19.	61. 40 — 490.
	19. Mars.....	5. 20. 13.	63. 50 — 392 $\frac{1}{2}$.
	19. μ Gémeaux.	6. 8. 33,5	67. 20 — 134.
	19. ϵ Gémeaux.	6. 29. 18.	64. 40 — 315.
	19. <i>Sirius</i>	6. 34. 24,5	106. 30 — 548.
	22. Soleil.....	18. 2. 36,2	
	22. Lyre.....	18. 28. 31,5	51. 30 — 583.

J'ai calculé trois de ces observations, celles du 6, du 14 & du 19.

Le 6 à 12^h 39' 37" de temps moyen, l'ascension droite du Soleil par les Tables, étant de 253^d 44' 41", je trouve celle de Mars 85^d 48' 15", & sa déclinaison 26^d 0' 37"; la longitude 2^f 26^d 13' 29", & l'erreur des Tables — 4' 42".

Le 14 Décembre à 11^h 54' 50", l'ascension droite de β du Taureau étant de 77^d 57' 54",6, je trouve celle de Mars 82^d 19' 44"; la déclinaison 26^d 10' 18"; la longitude 2^f 23^d 6' 38"; la latitude 2^d 53' 18"; l'erreur de mes Tables — 4' 35".

Le 19 Décembre à 11^h 26' 40", l'ascension droite de Mars 80^d 11' 24",5; & sa déclinaison 26^d 11' 38"; la longitude 2^f 21^d 11' 37"; l'erreur des Tables — 4' 33".

Je supposerai donc l'erreur de mes Tables 4' 36"; ainsi, le 14 Décembre à 11^h 54' 50", la longitude géocentrique de Mars étoit 2^f 23^d 6' 40", plus petite de 1' 54" que celle du Soleil; la somme des mouvemens géocentriques de Mars & de la Terre étoit de 6^d 59' 34" du 14 au 19: ainsi, l'opposition est arrivée le 14 Décembre 1770 à 12^h 27' 19", temps moyen, à 2^f 23^d 7' 11", avec 2^d 53' 7" de latitude géocentrique boréale.

OPPOSITION du 23 Février 1775.

J'ai calculé mes observations des 15, 18, 19, 24, 26 & 27 Février; je ne rapporterai que les trois dernières, à commencer du jour de l'opposition.

Le 24 Février 1775, à $12^h 13' 51''$ de temps moyen, Mars passa au fil de ma lunette méridienne, place du Palais-royal, $36' 12''$ après *Regulus*; la distance au zénith étant de $35^d 0' 20''$; l'ascension droite apparente de *Regulus* étoit $149^d 5' 56'',5$; celle de Mars $158^d 10' 23''$, & la déclinaison $13^d 50' 46''$; la longitude $5^f 4^d 40' 48''$, & la latitude $4^d 20' 41''$; l'erreur de mes Tables en longitude — $2' 38''$, & en latitude — $2''$.

Le 26 Février à $12^h 2' 52''$ de temps moyen, Mars passa $33' 9''$ après *Regulus*, à $34^d 44' 22''$ du zénith; ainsi son ascension droite étoit $157^d 24' 12''$, & la déclinaison $14^d 6' 45''$; la longitude $5^f 3^d 53' 8''$, & la latitude $4^d 19' 0''$; l'erreur de mes Tables — $2' 52''$, & — $12''$.

Le 27 Février à $11^h 57' 30''$, Mars passoit $31' 35''\frac{3}{4}$ après *Regulus*, à $34^d 36' 47''$. Ascension droite $157^d 1' 8''$, déclinaison $14^d 14' 20''$, longitude $5^f 3^d 29' 28''$, latitude $4^d 17' 49''$; erreur des Tables — $2' 25''$, & — $31''$.

Par un milieu entre cinq jours d'observations, j'ai supposé l'erreur des Tables $2' 42''$ soustractive; ainsi le 23 Février à $8^h 57' 47''$, j'ai trouvé la longitude géocentrique corrigée $5^f 5^d 7' 48''$, plus grande de 14 secondes que celle de l'opposé du Soleil: la somme des mouvemens diurnes héliocentriques de Mars & du Soleil étoit de $1^d 24'$; ainsi l'opposition a dû arriver le 23 Février à $9^h 1' 46''$, temps moyen, dans $5^f 5^d 7' 44''$ de longitude, réduite à l'écliptique, avec une latitude géocentrique boréale de $4^d 21' 15''$.

OPPOSITIONS de Mars comparées avec mes Tables.

<i>Années.</i>	<i>Temps moyen.</i>	<i>Longitude sur l'orbite.</i>	<i>Longitude calculée.</i>	<i>Erreur des Tab.</i>
1755	30 Déc. 0 ^h 0' 32"	3 ^r 8 ^d 35' 4"	3 ^r 8 ^d 36' 25"	— 1' 21"
1760	7 Mars 17. 44. 7	5. 18. 8. 21	5. 18. 8. 45	— 0. 24
1762	14 Avril 7. 40. 56	6. 24. 46. 5	6. 24. 45. 9	+ 0. 56
1764	1 Juin 1. 2. 10	8. 11. 23. 4	8. 11. 21. 52	+ 1. 12
1766	13 Août 1. 40. 26	10. 20. 41. 5	10. 20. 41. 21	— 0. 16
1768	25 Oct. 19. 35. 44	1. 3. 25. 9	1. 3. 27. 7	— 1. 58
1770	14 Déc. 12. 27. 19	2. 23. 8. 2	2. 23. 11. 3	— 3. 1
1773	20 Janv. 6. 12. 45	4. 1. 7. 34	4. 1. 8. 31	— 0. 57
1775	23 Févr. 9. 1. 46	5. 5. 7. 14	5. 5. 8. 18	— 1. 4

Les oppositions de 1764 & 1768, de 1770 & 1773, semblent indiquer que l'excentricité est trop forte dans mes Tables; l'opposition de 1770 annonce que l'époque des longitudes moyennes est aussi en excès : mais cette discussion fera le sujet du Mémoire suivant, sur les Éléments de l'orbite de Mars.



É L É M E N S
D E L' O R B I T E D E M A R S,
PAR LES DERNIÈRES OPPOSITIONS,
Calculés par une Méthode plus simple que celles
qu'on a employées jusqu'ici.

Par M. D E L A L A N D E.

15 Juillet
1775.

LA détermination d'une orbite planétaire par trois observations réduites au Soleil, est un problème dont les Astronomes & les Géomètres se sont souvent occupés. La méthode indirecte que j'employai dans les Mémoires de 1755, page 218, me paroïssoit jusqu'ici la plus exacte & la plus simple; mais en revenant sur cet objet, pour perfectionner mes Tables du mouvement de Mars, j'ai reconnu qu'il y avoit un moyen de rendre le calcul incomparablement plus court. Voici le procédé appliqué à un exemple, dont tout le détail n'exige pas une heure de temps & une page de calcul, & ne suppose pas même qu'on ouvre les Tables de logarithmes. Ainsi, l'on pourra déterminer facilement toutes les orbites autant de fois qu'on aura d'observations prises trois à trois, sans qu'elles soient assujetties à être dans les apsidés ou dans les moyennes distances,

O P P O S I T I O N S D E M A R S.

<i>Années.</i>	<i>Temps moyen.</i>	<i>Longitude sur l'orbite.</i>	<i>Anomalie suivant mes Tables.</i>	<i>Longitude moyenne suivant mes Tables.</i>
1762	14 Avril. 7 ^h 40' 56"	6 ^d 24' 46" 5 ^m	2 ^d 1' 57" 40 ^m	7 ^d 3' 39" 47 ^m
1764	1 Juin. 1. 2. 10	8. 11. 23. 4	3. 20. 1. 42	8. 21. 46. 12
1766	13 Août. 1. 40. 26	10. 20. 41. 5	5. 20. 49. 50	10. 22. 36. 47
1768	25 Oct. 19. 35. 44	1. 3. 25. 9	7. 22. 32. 3	0. 24. 21. 28
1770	14 Déc. 12. 27. 19	2. 23. 8. 1	9. 11. 6. 50	2. 12. 58. 38
1775	23 Févr. 9. 1. 46	5. 5. 7. 14	0. 3. 50. 17	5. 5. 46. 46

Je

Je commence par employer les oppositions de 1764, 1770 & 1775, dont les deux premières sont vers les moyennes distances, & la troisième vers l'aphélie. Le mouvement moyen de Mars & celui de l'aphélie devant être supposés connus dans ces sortes de recherches, la différence d'anomalie moyenne entre la première & la troisième observation, $8^{\circ} 13^d 48' 35''$, est une des données auxquelles il s'agit de satisfaire; le mouvement vrai ou la différence des longitudes observées $8^{\circ} 23^d 44' 10''$ est aussi donné: de même, entre 1770 & 1775, le mouvement vrai est $2^{\circ} 11^d 59' 13''$.

Première Hypothèse.

En employant l'équation de l'orbite de Mars $10^d 42' 13''$, telle qu'elle est dans mes Tables, & les anomalies telles qu'elles sont rapportées ci-dessus, je trouve pour les temps de la première & de la troisième observation, des longitudes vraies qui diffèrent de $8^{\circ} 23^d 46' 26''$, ou $2' 16''$ de trop. En augmentant de $10' 0''$ les anomalies, c'est-à-dire en ôtant 10 minutes des lieux de l'aphélie, je trouve 8 secondes seulement de trop; ainsi 10 minutes de diminution sur l'aphélie accourcissent de $2' 8''$ le mouvement vrai de 1764 à 1775; d'où il suit qu'en le diminuant de $10' 37''$, on aura la différence exacte de $8^{\circ} 23^d 44' 10''$, qui est donnée par observation. Cette quantité de $10' 37''$ se peut même trouver par une seule proportion, en divisant les $2' 16''$ par $12' 49''$, somme des différences d'équations, pour un degré, vers $3^{\circ} 20^d$ & $0^{\circ} 4^d$ d'anomalie moyenne.

Seconde Hypothèse.

En employant l'équation de l'orbite $10^d 40' 2''$, telle qu'elle est dans les Tables de Halley, plus petite que la mienne de $2' 11''$, l'aphélie ci-dessus donne $8^{\circ} 23^d 44' 24''$, ou 14 secondes de trop; donc en diminuant l'aphélie de $1' 6''$, on aura la différence observée.

Ainsi, aux deux valeurs supposées pour la plus grande

Mém. 1775.

Gg

équation, $\left\{ \begin{array}{l} 10^d \ 42' \ 13'' \\ 10. \ 40. \ 2. \end{array} \right\}$ répondent deux corrections à faire

aux lieux de l'aphélie $\left\{ \begin{array}{l} - \ 10' \ 37'' \\ - \ 1. \ 6. \end{array} \right\}$ & ces deux hypo-

thèses satisfont au mouvement vrai de 1764 à 1775. Toute autre équation intermédiaire, avec la correction de l'aphélie qui lui répondra proportionnellement, y satisferont également.

Je calcule donc dans chacune de ces deux hypothèses la seconde observation, de 1770, & je compare la longitude vraie calculée avec celle qui avoit été trouvée pour 1775 dans la même hypothèse; la différence des deux longitudes vraies qui doit être, suivant l'observation, de $2^d \ 11' \ 59'' \ 13'''$, se trouve trop petite de $3' \ 9''$ dans la première hypothèse, & trop grande de 2 secondes dans l'autre; la somme $3' \ 11''$

est à celle $\left\{ \begin{array}{l} \text{des équations } 2' \ 11'' \\ \text{des aphélies } 9. \ 31. \end{array} \right\}$ comme 2" sont à $\left\{ \begin{array}{l} 1'' \\ 6. \end{array} \right\}$ à

ajouter aux nombres de la seconde hypothèse. Donc l'équation $10^d \ 40' \ 3''$ avec une correction de $1' \ 12''$ à ôter de l'aphélie de mes Tables, satisfont tout-à-la-fois aux deux intervalles d'observations.

Calculant en effet les trois longitudes dans cette nouvelle hypothèse, en prenant pour chaque équation une partie proportionnelle entre les nombres tirés des deux Tables, je trouve les quantités suivantes.

Années.	Equation.	Longit. calculée.	Longitude observée.	Diffé.
1764	$10^h \ 22' \ 8''$	$8^r \ 11^d \ 24' \ 4''$	$8^r \ 11^d \ 23' \ 4''$	$1' \ 0''$
1770	$10. \ 10. \ 23$	$2. \ 23. \ 9. \ 1$	$2. \ 23. \ 8. \ 1$	$1. \ 00$
1775	$0. \ 38. \ 22$	$5. \ 5. \ 8. \ 14$	$5. \ 5. \ 7. \ 14$	$1. \ 00$

Ainsi le mouvement vrai calculé est d'accord avec les observations; mais toutes les longitudes calculées sont trop grandes de $1' \ 0''$, ce qui prouve que les époques des longitudes moyennes employées dans mes Tables, doivent être diminuées d'une minute.

On peut ainsi, par le moyen de deux Tables d'équation, pour deux excentricités différentes, corriger les trois éléments

Toute orbite quelconque avec trois observations d'une Planète réduites au Soleil & au plan de l'orbite de la Planète. Il n'y a que Mercure auquel cette méthode ne sauroit s'appliquer, parce que ses conjonctions n'ont été observées jusqu'ici que vers deux points de son orbite; mais avec les lunettes achromatiques dont on commence à se servir, on voit Mercure si près de ses conjonctions que bientôt on en aura un assez grand nombre pour pouvoir y appliquer la méthode que je viens d'exposer.

Il est donc utile d'avoir deux Tables d'équation pour chaque Planète, où l'on puisse voir la différence exacte des équations à chaque degré d'anomalie, qui n'est point proportionnelle aux équations elles-mêmes. Mes Tables, aussi-bien que celles de Halley, étant calculées rigoureusement suivant les loix de Képler, remplissent suffisamment cet objet; d'ailleurs j'avois déjà publié des Tables de Mercure (a) & de Saturne (b), pour deux excentricités différentes, parce que ce sont les deux Planètes où l'incertitude est la plus considérable.

Les oppositions de 1762, 1766 & 1768, calculées de la même manière, m'ont donné $10^d 40' 36''$ au lieu de $10^d 40' 3''$, la correction de l'aphélie $+ 53$ au lieu de $- 1' 12''$ & la correction des époques $- 24''$ au lieu de $- 1' 0''$.

En prenant un milieu entre ces deux résultats, on a la plus grande équation $10^d 40' 20''$, qui ne diffère de celle de Halley que de 18 secondes; la correction de l'aphélie pour mes Tables de 10 secondes seulement, soustractive & $3' 24''$ pour celles de Halley, enfin la correction des époques $- 42''$ pour mes Tables, ou 2 secondes pour celles de Halley.

La distance moyenne de Mars, calculée dans mes Tables 1,523693 avec l'équation $10^d 40' 20''$; donne pour excentricité 0,142114, la distance moyenne du Soleil étant prise pour unité.

(a) Connoissance des Temps, 1767.

(b) Mémoires de l'Académie, année 1768.



M É M O I R E
SUR LES LONGITUDES DE VENISE,
DE K I E L L,
Et de la Grand-combe des Bois.

Par M. DE LA LANDE.

Lû le 27
Mai 1775.

VENISE est une des grandes villes d'Italie où l'on a fait le moins d'Observations astronomiques : il étoit donc utile de profiter de l'observation que M. Boscovich fut à portée d'y faire le 23 Mars 1773, pour connoître mieux cette limite orientale de l'Italie.

Il avoit déterminé, par un gnomon fait avec soin, la latitude $45^{\text{d}} 27' 7''$ pour le clocher de Saint - Marc, & $45^{\text{d}} 27' 40''$ pour l'Observatoire du collège, dont le P. Panigai est Directeur.

Le 23 Mars, il observa la fin de l'éclipse de Soleil à $6^{\text{h}} 31' 22''$ du matin, avec une lunette ordinaire de 14 pieds, très-bonne, & par un temps parfaitement serein; quoique les vapeurs de l'horizon causassent quelques ondulations dans le bord du Soleil, il croit que cette observation est certaine à 2 ou 3 secondes près: la pendule du petit Observatoire du collège de Venise fut réglée les 22 & 23 par un bon nombre de hauteurs correspondantes du Soleil.

Cette Éclipse fut observée à Pétersbourg; M. Rumowski marqua la fin à $8^{\text{h}} 19' 19''$; M. Lexell $23''$; M. Kraft $30''$; M. Mougin, Prêtre du diocèse de Besançon, Vicaire en chef à la Grand-combe des Bois, dix lieues à l'est - sud - est d'Ornans en Franche-comté, qui s'occupe depuis long-temps d'Astronomie, sous une latitude de $47^{\text{d}} 7'$ & $18' 14''$ à l'orient de Paris, l'observa à $6^{\text{h}} 11' 30'''$.

M. de Ratte à Montpellier $5^{\text{h}} 59' 1''$.

M. Pingré à Paris $5^{\text{h}} 57' 33''$, réduit à l'Observatoire royal;

M. Meffier à $5^h 56' 29''$, au collège de Louis-le-Grand.

M. le Gentil à $5^h 56' 19''$.

M. du Vaucel à $5^h 56' 21''$; mais le Soleil étoit mal terminé & si ondoyant, qu'on croyoit voir des parties de la circonférence se détacher, & cette observation peut être douteuse à 8 ou 10 secondes. Supposant le temps vrai de la conjonction à $5^h 30' 7''$, comme M. du Vaucel l'a trouvé par son observation, le mouvement horaire de la Lune en longitude $30' 6''.4$, & en latitude $2' 45''.9$, la parallaxe horizontale polaire $54' 26''$, & la latitude en conjonction $42' 14''$, je trouve la parallaxe à Venise $54' 33''.2$; l'angle de la verticale avec le rayon de la Terre $15' 0''.6$; la hauteur apparente de la Lune $5^d 59' 57''$; & en suivant ma méthode pour les Éclipses, la distance apparente au Soleil $31' 14''.5$; la somme des demi-diamètres apparens étoit de $30' 59''$: ainsi la distance calculée est trop grande de $15''.5$, en supposant la différence des Méridiens $38' 58''$; j'ai trouvé ensuite que cette distance changeoit de 26 secondes par minute; d'où il s'ensuit que la différence des Méridiens de Paris à Venise est de $38' 22''$ par cette observation.

Pour l'observation de M. Lexell à Pétersbourg, je trouve la parallaxe $54' 29''.8$, l'angle de la verticale $13' 1''$, la hauteur du Soleil $17^d 40' 52''$, la hauteur apparente de la Lune $17^d 27' 33''$, la différence apparente d'azimuth $28' 9''.1$, & la distance apparente $31' 6''.4$ trop grande de $4''.7$, qui font à peu-près $11''$ de temps.

Ainsi la conjonction pour Paris est arrivée à $5^h 30' 18''$, suivant cette observation de Pétersbourg; & supposant la différence des Méridiens de Pétersbourg & de Paris exactement connue de $1^h 51' 58''$, il s'ensuit que celle de Venise est de $38' 11''$; le milieu entre ces deux déterminations est de $38' 16''\frac{1}{2}$, plus petite de $41''\frac{1}{2}$ que celle dont on faisoit usage dans nos Tableaux astronomiques. On voit dans les *Éphémérides de Berlin* pour 1776, que M. Lexell avoit supposé la conjonction à $7^h 22' 5''$, au lieu de $7^h 22' 16''$ que

238 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

j'ai trouvé, ce qui donne aussi $38' 22''$ pour la longitude de Venise.

Je joins ici des observations des Satellites de Jupiter, faites par M. Mougin à la Grand-combe des Bois, & qui peuvent servir à constater la différence des Méridiens entre Paris & l'un des lieux où l'on a observé l'Eclipsé dont il s'agit.

Le 5 Octobre 1774.	{	Immerfion du 3. ^e Satellite... $10^h 0' 48''$.
		Immerfion du 1. ^{er} Satellite... $10. 40. 52.$
Le 21 Octobre 1774.	{	Immerfion du 1. ^{er} Satellite... $9. 1. 37.$
		Immerfion du 2. ^e Satellite... $10. 16. 16.$

M. du Séjour, par la fin de l'Eclipsé de 1764, observée à Murano, a trouvé $38' 59''$: or Murano est, suivant une Carte des environs de Venise, dix-huit cents toises à l'orient du clocher de S.^t Marc, ce qui, sur le parallèle de $45^d 27'$, fait 11 secondes de temps; ainsi Venise seroit à $38' 48''$ du Méridien de Paris; mais j'ignore si cette observation de Murano a été faite par un Astronome qui ait réglé sa pendule par des hauteurs correspondantes, & si la Carte est exacte.

Le passage de Vénus arrivé en 1769, nous a fait connoître l'Observatoire de Kiel, dans le Holstein sur la mer Baltique, où M. Ackermann a observé ce passage, & en même temps l'Eclipsé du 3 Juin sous la latitude de $54^d 22' 25''$; il vit le contact intérieur de Vénus à $8^h 7' 23''$, & la fin de l'Eclipsé à $21^h 15' 8''$. Voyez l'Ouvrage intitulé, *Commentarius observationum Physico-Astronomicarum auctore, J. Fred. Ackermann. Med. & Phys. Professore & Observatorii Astronomici Directore. Kilæ Holsatorum, 1770.*

Comme cette ville ne se trouve point parmi le grand nombre de celles dont M. du Séjour a donné les longitudes (*Mémoires de l'Acad. 1772. Connoissance des Temps 1775*); je vais donner ici le résultat de l'éclipsé de Soleil.

Je suppose la conjonction pour Paris à $20^h 30' 38''$ dans $2^d 13^d 51' 55''$, avec $55' 27''$ de latitude, comme je l'ai donnée dans les Mémoires de l'Académie, pour 1769.

La différence des mouvemens horaires étoit $31' 33''{,}5$, le mouvement en latitude décroissante $3' 28''$, le demi-diamètre de la Lune diminué de 4 secondes & demie, pour l'inflexion $16' 39''{,}5$; celui du Soleil $15' 47''$, la différence des parallaxes $61' 8''$, la déclinaison du Soleil $22^{\text{d}} 29' 32''$ à l'heure de cette observation. J'ai trouvé la hauteur du Soleil $45^{\text{d}} 42' 30''$, l'angle de position $6^{\text{d}} 52' 29''$, l'angle parallactique $26^{\text{d}} 28'$, la parallaxe de hauteur dans le sphéroïde aplati $42' 35''$; enfin la distance apparente de $32' 42''$ à $8^{\text{h}} 46' 29''$ pour Paris, ce qui donne la conjonction pour Kiell $8^{\text{h}} 59' 18''$, & la différence des Méridiens $28' 39''$ entre Paris & Kiell.



OPPOSITION DE JUPITER ET DE SATURNE,

Le 1.^{er} Novembre 1774 & le 25 Mars 1775.

• Par M. DE LA LANDE.

Lû le 27
Mai 1775.

J'ÉTOIS absent au mois de Novembre dernier, lorsque Jupiter a été en opposition; je me servirai de deux observations que M. Messier m'a communiquées pour calculer cette opposition, & je m'en fers avec d'autant plus de confiance, que ces deux observations s'accordent très-bien entr'elles.

Le 1.^{er} Novembre à $11^h 51' 53''$, la différence d'ascension droite entre Jupiter & Aldébaran, étoit de $26^d 29' 49''$, & la différence de déclinaison $2^d 7' 42''$; par rapport à l'étoile γ du Taureau, la différence étoit $22^d 29' 34''$, & $1^d 9' 28''$. J'en ai conclu la longitude de Jupiter $1^f 11^d 15' 17''$, & la latitude australe $1^d 22' 53''$; l'erreur de mes Tables en longitude — $5' 22''$, & en latitude — $40''$.

Le 2 Novembre à $11^h 47' 26''$ temps moyen, la différence étoit par rapport à Aldébaran $26^d 38' 0''$, & $2^d 10' 8''$, par rapport à γ $22^d 37' 55''$, & $1^d 11' 50''$; la longitude $1^f 11^d 7' 4''$, & la latitude $1^d 22' 45''$; l'erreur des Tables — $5' 28''$, & — $41''$.

Ayant pris un milieu entre ces deux erreurs, & ayant corrigé les Tables, j'ai trouvé que l'opposition vraie étoit arrivée le 2 Novembre à $20^h 56' 56''$, à $1^f 11^d 2' 37''$ de longitude, avec $1^d 22' 42''$ de latitude australe; l'erreur des Tables — $5' 25''$ en longitude, & — $40''$ pour la latitude géocentrique.

Je joindrai à cette opposition de Jupiter, celles des quatre années précédentes, observées & calculées par M. Darquier, à Toulouse, en attendant qu'il en publie le détail dans le

Recueil

Recueil de ses Observations *. Les Temps sont réduits au Méridien de Paris.

	Le 9 JUIN 1770.	Le 14 JUIL. 1771	Le 19 AOÛT 1772	Le 26 SEP. 1773
Temps m. de l'Oppos.	à 22 ^h 2' 19"	à 20 ^h 48' 24"	à 18 ^h 48' 44"	à 15 ^h 21' 45"
Longitude.....	8 ^h 19 ^d 25' 35"	9 ^h 22 ^d 32' 10"	10 ^h 27 ^d 40' 26"	0 ^h 4 ^d 16' 52"
Latitude géocentrique.	0. 0. 31. 25 B.	0. 0. 24. 32 A.	0. 1. 15. 28 A.	0. 1. 9. 12 A.
Anomalie moyenne..	2. 14. 0. 0	3. 17. 3. 0	4. 20. 42. 0	5. 24. 10. 0
Dist. hélioc. à Saturne.	4. 15. 0. 0	5. 4. 0. 0	3. 25. 0. 0	5. 13. 0. 0

OPPOSITION de Saturne.

LE 13 Mars 1775, à 13^h 1' 56" de temps moyen, Saturne précédait à ma lunette méridienne l'étoile γ de la Vierge de 0^h 2' 18" $\frac{1}{2}$, & sa distance apparente au Zénith de mon Observatoire, place du Palais-royal, étoit de 48^d 55' 44" avec un quart-de-cercle de 3 pieds.

Supposant l'ascension droite apparente de cette Étoile 6^h 7^d 34' 41", je trouve que la longitude de Saturne étoit de 6^h 6^d 28' 30", & sa latitude boréale 2^d 40' 0"; mes Tables donnent pour cette heure-là 8' 47" de trop en longitude, & 28 secondes de trop en latitude.

Le 15 Mars à 12^h 53' 47", par des hauteurs correspondantes de *Regulus* & de Saturne, leur différence d'ascension droite étoit de 2^h 30' 39",5 ; la Pendule avançoit de 7 secondes par jour, & l'ascension droite de *Regulus* étoit 149^d 5' 47" $\frac{1}{2}$, ce qui donne 186^d 51' 46" pour l'ascension droite de Saturne. Le même jour au passage par le Méridien, la distance de Saturne au Zénith étoit de 48^d 54' 19", ce qui donne 0^d 3' 41" de déclinaison australe ; l'erreur des Tables en longitude — 8' 52", & en latitude — 17".

* Ce Recueil de M. Darquier a été imprimé sous ce titre : *Observations astronomiques faites à Toulouse, par M. Darquier, Associé de l'Académie royale des Sciences, Inscriptions & Belles-Lettres de la même ville, & Correspondant de l'Académie royale des Sciences de Paris, A Avignon,*

chez Jean Aubert, 1777, 328 pages in-4. On le trouve à Paris, chez Laporte, Libraire, rue des Noyers. Ce Recueil intéressant contient aussi la réduction des observations, leurs résultats, & leurs comparaisons avec les Tables qui sont dans mon *Astronomie*.

242 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Le 23 Mars à $12^h 20' 5''$ de temps moyen, Saturne suivoit l'étoile γ de la Vierge de $0^h 16' 42'' \frac{1}{2}$, & sa distance au Zénith étoit de $48^d 38' 17'' \frac{1}{2}$. Supposant l'ascension droite apparente de l'Étoile $18^d 6' 25''$, je trouve pour Saturne la longitude $6^f 5^d 42' 11''$, & l'erreur des Tables — $9' 11''$, & — $50''$.

Les autres observations donnent pour l'erreur des Tables, les quantités suivantes.

Le 10....	9'	4"	& 28"
17....	8.	58.	34.
18....	8.	52.	36.
24....	9.	4.	
26....	9.	8.	47.
27....	8.	56.	45.

J'ai donc supposé par un milieu, ces erreurs de $8' 58''$ en longitude, & de 36 secondes en latitude; ayant appliqué ces quantités au calcul des Tables pour le 25, j'ai trouvé qu'à $20^h 35' 48''$ temps moyen, le point opposé au Soleil & le lieu de Saturne étoient ensemble à $6^f 5^d 30' 24''$, & que la latitude géocentrique boréale de Saturne étoit de $2^d 40' 38''$ vue de la Terre, ou $2^d 23' 31''$ vue du Soleil, au moment de l'opposition vraie.



M É M O I R E

S U R

L'ACTION DU FLUIDE ÉLECTRIQUE,
SUR LES CHAUX MÉTALLIQUES.Par M.^{rs} BRISSON & CADET.

EN 1758, le P. Beccaria, des Écoles - pies, publia à Turin, des expériences d'après lesquelles il conclut que les chaux des métaux se revivifient & reparoissent sous une forme métallique, par la seule action du fluide électrique : ce fluide produisant sur ces chaux le même effet que celui qu'y produit le phlogistique des Chimistes.

Lû à
l'Académie,
le 15 Nov.
1775.
Remis
le 8 Mars
1777.

Depuis ce temps-là, d'autres Physiciens ignorant ce que le P. Beccaria avoit publié sur cette matière, ont cru avoir fait la même découverte. Ils ont mis à l'épreuve le *mimum*, la céruse, la chaux de bismuth, le safran de mars, la potée d'étain, la chaux de zinc, & même le verre de plomb (a), & ont assuré que toutes ces chaux, excepté le safran de Mars, ont été revivifiées, & ont reparu sous une forme métallique par la seule action du fluide électrique. Nous verrons bientôt pourquoi le safran de mars a été excepté.

On avoit placé les chaux entre deux cartes ; & après avoir établi la communication nécessaire, par le moyen de petites lames d'étain qui servoient de conducteurs, on fixa le tout dans une presse de bois, & l'on fit passer la commotion au travers ; on trouva sur les cartes du métal en grenaille, & une portion de la chaux noircie. Craignant que cet effet ne fût dû au phlogistique de la matière végétale qui compose les cartes, on répéta toutes les expériences en substituant des

(a) Mémoire sur la réduction des chaux métalliques par le feu électrique. Observations, &c. par M. l'abbé Rozier, Août 1774, page 146.

lames de verre aux cartes, & l'on eut les mêmes résultats; ces apparences firent donc croire que le fluide électrique avoit en effet la propriété de revivifier les chaux métalliques.

Mais ayant observé qu'il ne se trouvoit de métal en grenaille que lorsque les conducteurs étoient fondus, nous pensâmes que toute cette grenaille pouvoit bien n'être produite que par la fusion des lames d'étain qui servoient de conducteur, & que c'étoit-là la raison pour laquelle le safran de mars n'avoit point paru réduit : en effet, il eût été difficile de prendre de la grenaille d'étain pour du fer, au lieu qu'au premier coup-d'œil elle ressemble à de la grenaille de plomb, de bismuth ou de zinc.

Pour nous assurer davantage de ce fait, nous répétâmes les expériences, en nous servant, pour conducteurs, de lames d'or, au lieu de lames d'étain; alors quelle que fût la chaux que nous éprouvions, nous n'eûmes que de la grenaille d'or; on ne peut donc pas disconvenir que toute cette grenaille ne soit dûe qu'à la fusion des conducteurs, & non à la revivification des chaux.

Il restoit à savoir si la couleur noire ou seulement noirâtre, qui se trouvoit dans quelques expériences sur quelques petites portions de la chaux, étoit une véritable réduction de cette chaux.

C'est pour savoir à quoi nous en tenir sur cette matière, & pour tâcher de découvrir la vérité, unique objet de nos travaux, que M. Cadet & moi avons répété de nouveau la plupart de ces expériences, & y en avons ajouté beaucoup d'autres, dans lesquelles nous avons varié les supports & les conducteurs, & qui nous paroissent prouver d'une manière non équivoque que le fluide électrique seul n'a en aucune façon la propriété de réduire les chaux métalliques.

Nous pouvons nous tromper : sitôt qu'on nous le prouvera, nous conviendrons sur le champ de notre erreur. Quels rapides progrès n'eût pas fait la Physique, si des systèmes élevés sur des observations précipitées & des apparences trompeuses, eussent été abandonnés par leurs Auteurs aussitôt qu'on leur

en a démontré l'insuffisance ou la fausseté? Mais on attache communément tant de gloire à découvrir ! un système qu'on a enfanté, bon ou mauvais , est si flatteur pour l'amour-propre , qu'avouer ses erreurs en pareil cas , fut toujours pour les Savans le plus pénible des sacrifices ! C'est pourtant ce sacrifice qu'il faut faire , si l'on veut arriver à la vérité ; & c'est celui que nous ferons , M. Cadet & moi , si l'on nous en fait voir la nécessité.

Parmi les expériences que nous allons rapporter, la première, la seconde, la troisième, la onzième & la quinzième font partie de celles qui ont été faites par les Physiciens qui nous ont précédés dans cette carrière: toutes les autres nous appartiennent.

Pour ces expériences, nous nous sommes servis de ma machine électrique, composée d'un plateau de glace de 30 pouces de diamètre, porté sur un axe de cuivre, & frotté de chaque côté par deux coussins de 8 pouces de long, & de 3 pouces de large, & armé d'un conducteur de cuivre de 4 pouces de diamètre, de 6 pieds de long, en comptant l'arc qui porte les godets, & dont les boules qui le terminent ont 6 pouces de diamètre. Nous y avons adapté une grande batterie, composée de six vases de verre de 9 pouces de diamètre, & autant de hauteur, garnis dehors & dedans de lames d'étain minces, dans l'étendue d'environ chacun un pied & demi quarré de surface, & tous réunis dans une boîte de bois, doublée de même de lames d'étain, & sur un des petits côtés de laquelle est une plaque de cuivre, communiquant avec la doublure de la boîte, & courbée à angle droit, pour servir de support aux objets qu'on veut soumettre à l'expérience. Toutes nos préparations ont été placées dans le temps de l'expérience, entre deux forts cartons dans une petite presse de bois, afin que rien ne fût dérangé; & pour chaque expérience, on a fait faire au plateau environ cent tours.

Nous avons placé un peu de céruse entre deux cartes à jouer, & avons établi la communication avec deux petites lames d'étain terminées en pointe, qui servoient de conducteurs, & se présentoient l'une à l'autre par leurs pointes. Le

I.^{re}
Expérience;

tout a été placé dans la presse, & l'on a fait communiquer une des lames d'étain à la plaque de cuivre de la boîte de la batterie, tandis que l'autre communiquoit à l'excitateur qui tiroit l'étincelle du premier conducteur.

Effets. Après la commotion, qui a été très-violente, une petite portion de la céruse, placée entre les deux lames d'étain, s'est trouvée noircie; les extrémités des deux lames d'étain se sont trouvées fondues, & au moyen d'une loupe, on vit clairement sur la carte plusieurs petites parcelles de métal en grenaille: nous pensâmes, comme nous l'avons dit ci-dessus, que cette grenaille n'avoit été produite que par la fusion des lames d'étain, & non par la réduction de la céruse. Pour nous en assurer, nous fîmes l'expérience suivante.

I I.^e Expérience. Nous plaçâmes de la céruse entre deux cartes, comme dans l'expérience précédente, avec cette seule différence que nous substituâmes aux lames d'étain, deux lames d'or pour servir de conducteurs.

Effets. Une petite portion de la céruse fut encore noircie; les extrémités des deux lames d'or se trouvèrent fondues, & nous ne trouvâmes sur la carte d'autre grenaille, que de la grenaille d'or; ce qui nous confirma dans notre opinion, savoir que la grenaille n'est dûe qu'à la fusion des conducteurs. A l'égard de la couleur noire que prend quelquefois la chaux, est-ce une véritable réduction? & au cas que c'en soit une, est-elle produite par le fluide électrique? C'est ce que nous apprendrons par la suite de ce Mémoire.

III.^e Expérience. Nous avons mis entre deux lames de verre blanc, une pincée de verre de plomb très-pur, très-blanc, & réduit en poudre, & nous avons établi la communication avec deux petites lames d'or très-pur, & qui se présentoient l'une à l'autre par leurs pointes.

Effets. Par la commotion, les lames de verre se sont éclatées en plusieurs morceaux; cependant la partie où étoit placé le verre de plomb, n'ayant pas été détruite, nous avons trouvé une portion du verre de plomb noircie; les extrémités des deux lames d'or fondues & de petites parcelles d'or en

grenailles, mais il n'y avoit aucune parcelle de grenaille de plomb; & ayant examiné au microscope le verre de plomb noirci, nous avons vu que le noir n'étoit que superficiel, & chaque grain du verre de plomb avoit conservé sa transparence. Nous avons répété plusieurs fois la même expérience, & avons eu toujours le même résultat, toutes les fois qu'on a pu le voir; car il y a un grand nombre de nos expériences dont nous ne dirons rien, parce que la force de la commotion a tellement brisé les lames de verre qui servoient de support, qu'il n'a pas été possible de rien voir. Je ne parlerai donc que de celles dont les résultats étoient assez apparens.

Nous avons encore mis à l'épreuve ce même verre de plomb, entre deux lames de verre blanc; mais aux lames d'or qui servoient de conducteurs, nous avons substitué deux lames de ce cuivre mince appelé *oripeau* ou *clinquant*.

IV.
Expérience.

Les deux lames de verre ont été brisées, mais non pas assez pour qu'on n'y pût rien voir; les extrémités des deux conducteurs ont été fondues & norcies; une portion du verre de plomb a été aussi noircie; mais ces grains de verre de plomb noircis, vus au microscope, se sont trouvés parfaitement transparens, comme la portion qui n'avoit pas été altérée; dans les fragmens du verre, il s'en est trouvé de petites portions décomposées à la superficie & entourées des couleurs de l'iris.

V.
Expérience.

Nous avons encore répété la même expérience, & avec la même préparation.

Effets.

Dans celle-ci, les conducteurs ne se sont point fondus: aussi ne s'est-il rien trouvé de noirci ni altéré en aucune façon; ce qui nous a fait soupçonner que le noir étoit fourni par les conducteurs, & non pas par le fluide électrique. Nous verrons bientôt ce soupçon amplement confirmé.

VI.
Expérience.

Nous avons encore éprouvé le même verre de plomb entre deux lames de verre blanc, avec des conducteurs de fer à la place de ceux de cuivre ou d'or.

Effets.

Les pointes des deux conducteurs de fer se sont trouvées un peu altérées; tout près de ces pointes, il s'est trouvé une

petite portion du verre de plomb ramassée en grumeaux qui représentoient une fusion en état de frite; car ils se brisoient sous les doigts, & vus au microscope, ils ne présentoient que les grains du verre de plomb transparens, comme ceux qui n'avoient point été attaqués.

Il s'est trouvé en ces endroits, comme dans la quatrième expérience, de petites portions des lames de verre décomposées à la superficie, & entourées des couleurs de l'iris.

Il est bon de remarquer que dans cette expérience, il n'y a rien eu de noirci, sans doute parce que les conducteurs ont été trop peu altérés.

VII.

Expérience.

Nous avons ensuite mis à l'épreuve des fleurs de zinc : en ayant placé une pincée entre deux lames de verre blanc, avec des conducteurs de fer, nous avons fait passer la commotion au travers.

Effets.

Les bouts des conducteurs ont été un peu fondus; une petite portion des fleurs de zinc s'est trouvée un peu noircie; le verre a été attaqué & décomposé à la superficie, & autour de ces endroits décomposés, il y avoit des couleurs de l'iris.

VIII.

Expérience.

Nous avons ensuite mis de la chaux de zinc entre deux lames de talc, & nous avons établi la communication avec deux lames d'or.

Effets.

Par la commotion, les extrémités des deux lames d'or ont été fondues & réduites en grenailles; & une petite portion de la chaux a été noircie, mais foiblement.

IX.

Expérience.

Nous avons de même mis de la chaux d'étain entre deux feuilles de talc, & la communication a été établie avec deux lames d'or.

Effets.

Nous avons eu le même résultat que celui de l'expérience précédente.

X.

Expérience.

Après quoi nous avons éprouvé le *minium* entre deux lames de talc, & nous avons mis deux petites lames d'or pour servir de conducteurs.

Effets.

Les conducteurs ne se sont pas trouvés fondus, quoique la commotion ait été très-forte : aussi aucune partie du *minium* n'a été noircie; mais une petite portion de cette chaux métallique

métallique s'étoit incrustée dans le talc, & avoit formé une espèce d'enduit vitreux, jaune, raboteux, qu'on ne pouvoit méconnoître pour du verre de plomb. C'est ici qu'on doit reconnoître l'action du fluide électrique, & l'effet dont il est capable; les conducteurs n'y ont contribué en rien, puisqu'ils n'ont pas été altérés; l'action de ce fluide a vitrifié le *minium*, effet bien opposé à la réduction.

Nous avons éprouvé une pincée du même *minium* entre deux lames de verre blanc, au lieu de talc; & la communication a été établie avec deux lames d'or. XI.^e
Expérience.

Les extrémités des deux lames d'or, qui étoient un peu trop proches l'une de l'autre, se sont trouvées fondues & incrustées dans le verre; & le tour de la portion incrustée étoit très-noir. Par-tout ailleurs le *minium* étoit demeuré rouge. Effets.

Nous avons ensuite passé à l'examen de la chaux de fer; pour cela nous avons pris de l'ocre précipitée du vitriol de Mars par l'alkali fixe; mais craignant que cette ocre ne contint quelques portions de matière étrangère capable de lui fournir du phlogistique, nous l'avons fait rougir & calciner; elle n'est point devenue attirable à l'aimant, d'où nous avons conclu qu'elle ne contenoit rien de capable de lui fournir du phlogistique. XII.^e
Expérience.

Nous avons donc mis une pincée de cette ocre, ainsi calcinée, entre deux lames de talc, & nous avons établi la communication avec deux lames d'or. XIII.^e
Expérience.

Par la commotion, l'ocre n'a pas changé sensiblement de couleur; elle est seulement devenue un peu plus foncée; & aucune partie ne s'est trouvée attirable à l'aimant. Effets.

Nous avons répété la même expérience, en substituant aux lames de talc, deux lames de verre blanc. XIV.^e
Expérience.

Nous avons eu le même résultat, aucune parcelle de l'ocre ne s'est trouvée attirable à l'aimant, quoique la commotion ait été assez violente pour mettre les deux lames de verre en pièces. Effets.

Nous avons mis entre deux lames de verre blanc, du mercure XV.^e
Expérience.

précipité *per se*, & nous avons établi la communication avec deux petites lames d'or.

Effets. Après la commotion, les extrémités des deux lames d'or se sont trouvées fondues & réduites en grenaille très-fine; quelques portions du mercure précipité *per se* se sont fondues; le bout d'une des lames d'or a été blanchi; il s'est aussi trouvé sur la lame de verre une poussière blanche très-fine, parmi laquelle nous avons vu quelques globules de mercure coulant, qui ont blanchi une lame d'or qu'on a passée légèrement par-dessus.

On ne peut pas nier qu'il n'y ait ici du métal revivifié; mais cela prouve-t-il que le fluide électrique peut tenir lieu du phlogistique des Chimistes, & en faire les fonctions? Non assurément. On sait que le mercure précipité *per se*, exposé à un degré de chaleur capable de le faire évaporer, se réduit en entier en mercure coulant, & cela sans qu'il soit besoin d'aucun intermède: l'expérience en a été faite dernièrement chez M. Cadet d'une manière bien authentique, en présence des Commissaires nommés par l'Académie. Il est donc arrivé dans notre expérience, que le fluide électrique, par la propriété qu'on lui connoît de diviser certains corps jusqu'à l'évaporation, a produit cet effet sur le mercure précipité *per se*, & que par cela seul le mercure a repris son éclat: c'est donc par cette propriété qu'a le fluide électrique, & non pas par celle de suppléer le phlogistique des Chimistes qu'il n'a pas, que le mercure précipité *per se* est redevenu mercure coulant.

Ne pouvant pas disconvenir de ces faits, on nous a objecté que le noir dont se trouvent imprégnées les chaux métalliques dans la plupart de ces expériences, est une véritable réduction de ces chaux, & que ce noir est produit par le fluide électrique seul; nous, au contraire, avons pensé que ce noir étoit fourni par les conducteurs de métal qui servoient à établir la communication, puisque lorsque ces conducteurs n'ont point été altérés, comme dans les expériences V & X, il n'y a eu rien de noirci, quelque violente qu'ait été la

commotion. Pour nous en assurer davantage, nous avons fait les expériences suivantes.

Nous avons mis du *minium* entre deux lames de verre blanc, & au lieu d'établir la communication avec deux lames de métal, nous y avons employé deux lames de carton mouillé. XVI.
Expérience.

Après la commotion, il s'est trouvé du *minium* & du massicot incrusté dans le verre : ce qui prouve bien que la chaux a été pénétrée par le fluide électrique. Malgré cela il n'y a eu rien de noirci, & le reste du *minium* s'est trouvé dans le même état où il étoit auparavant. Effets.

Nous avons répété la même expérience, en mettant moins de *minium*, & des lames de carton plus minces. XVII.
Expérience.

Nous avons eu le même résultat. Effets.

Il est bien prouvé par ces deux expériences, que le fluide électrique a pénétré la chaux métallique, puisqu'il s'en trouve une portion incrustée dans le verre; cependant il n'y a rien de noirci, & par conséquent rien de réduit. Cela nous autorise donc de plus en plus à penser que le noir qui s'est trouvé dans les autres expériences, a été fourni par les lames de métal qui servoient à établir la communication.

Quoiqu'on sache que les chaux métalliques peuvent se réduire par la voie humide, nous avons cependant craint que l'humidité ne fût nuisible dans les circonstances présentes. En conséquence, pour établir la communication, nous avons employé des substances, qui, quoiqu'elles contiennent en elles-mêmes de l'humidité, n'en communiquent pas aux chaux qu'elles touchent.

Nous avons donc placé successivement, entre deux lames de verre blanc, du *minium*, des fleurs de zinc, & du verre de plomb; & nous avons établi la communication avec deux cuisses de grenouilles. XVIII.
Expérience.

Quoique les commotions aient été très-violentes, il ne s'est trouvé rien de noirci, & les chaux métalliques n'ont souffert aucune altération. Effets.

Nous avons encore éprouvé le verre de plomb, placé entre XIX.
Expérience.

deux lames de verre blanc ; & la communication a été établie avec deux morceaux d'une petite branche de pommier verd , ou nouvellement coupée à l'arbre.

Effets. Après la commotion , une petite portion du verre de plomb s'est trouvée noircie ; mais ce noir n'a été que superficiel , & le verre de plomb a conservé sa transparence. L'endroit correspondant des lames de verre , qui servoient de support , étoit marqué d'une tache noirâtre , mais il y avoit aussi de pareilles taches à des endroits où il n'y avoit point de verre de plomb , & qui n'avoient été touchés que par le bois.

On pourroit nous objecter que dans cette expérience il y a de la chaux noircie , & par conséquent réduite , sans qu'on se soit servi de conducteurs métalliques.

Voyons 1.^o si ce noir prouve une véritable réduction ; 2.^o s'il est produit par le seul fluide électrique. Pour cela nous avons fait les expériences suivantes.

XX.^e Nous avons mis de la craie en poudre , entre deux lames de verre blanc , & avons établi la communication avec deux morceaux de bois verd pareils aux précédens.

Effets. Après la commotion , qui a été assez forte pour faire éclater un des morceaux de bois en plusieurs pièces , il s'est trouvé une petite portion de la craie noircie , & des taches pareilles à celles de l'expérience précédente.

Nous avons fait aussi des expériences semblables avec des conducteurs de métal.

XXI.^e Nous avons donc mis du gypse en poudre , entre deux lames de verre blanc , & avons établi la communication avec deux lames de cuivre.

Effets. Par la commotion , les extrémités des deux lames de cuivre ont été fondues , & une petite portion du gypse a été noircie.

XXII.^e Nous avons encore mis du même gypse entre deux lames de verre blanc ; & la communication a été établie avec des conducteurs de fer.

Effets. Le gypse a encore été un peu noirci , & le verre a été en quelques endroits attaqué & décomposé. Dans ces dernières expériences , les commotions ont été très-violentes.

Ces expériences prouvent bien clairement, 1.^o que la couleur noire est produite par les conducteurs, soit de métal, soit de bois verd, & non pas par le fluide électrique seul; car si le fluide électrique pouvoit produire la couleur noire, il s'en trouveroit à toutes les expériences, ce qui n'arrive pas, comme on l'a vu ci-dessus; 2.^o que cette couleur noire n'est point la preuve d'une véritable réduction des chaux métalliques, puisqu'elle existe indépendamment de ces chaux; à moins qu'on ne dise, comme je l'ai en effet entendu dire, que toutes les terres & les pierres sont susceptibles de devenir métal, & peuvent être regardées comme des chaux métalliques.

Quoique ce soit une opinion bien neuve & bien hasardée, nous avons cependant voulu y répondre, & prouver que, quand cela seroit, la couleur noire qui se trouve dans nos expériences, ne seroit pas une preuve de réduction des chaux métalliques. Pour cela nous avons fait les expériences suivantes.

Nous avons mis entre deux lames de verre blanc, deux morceaux de bois verd, pareils à ceux des expériences dix-neuf & vingt, sans y ajouter aucune chaux métallique, ni aucune terre. XXIII.
Expérience,

Après la commotion, qui a été assez forte pour faire éclater un des morceaux de bois en plusieurs pièces, qui ont sauté de tous côtés, il s'est trouvé sur le verre une tache noirâtre pareille à celles de l'expérience dix-neuf, dans laquelle nous éprouvions le verre de plomb; ainsi qu'à celles de l'expérience vingt, où nous avons mis de la craie. Effet,

Nous avons fait la même expérience avec des conducteurs de métal. Nous avons donc mis, entre deux lames de verre blanc, deux lames de cuivre minces, sans y rien ajouter de plus. XXIV.
Expérience,

Après la commotion, les extrémités des deux lames de cuivre se sont trouvées fondues; une partie étoit en grenaille, & l'autre en filets; & il s'est trouvé sur les deux lames de Effet,

verre, des portions décomposées & entourées de tâches noirâtres, mêlées de couleurs cuivreuses. Ce qui est une preuve de plus que ces taches sont produites par les conducteurs qui établissent la communication.

XXV.^e Nous avons encore fait la même expérience avec des conducteurs de fer.

Effets. Nous avons eu le même résultat ; de plus un des conducteurs de fer s'est trouvé soudé à la plaque de cuivre de la batterie.

Dans ces trois dernières expériences, nous avons la couleur noirâtre, quoiqu'il n'y ait aucune chaux métallique ; cette couleur n'est donc pas une preuve de la réduction de ces chaux.

Par toutes les expériences dont nous venons de donner le détail, nous croyons avoir bien prouvé, 1.^o que le métal en grenaille que l'on y trouve, est l'effet de la fusion des conducteurs qui servent à établir la communication ; 2.^o que la couleur noire ou noirâtre est produite par ces conducteurs ; 3.^o que cette couleur n'est point une preuve de la réduction des chaux métalliques ; d'où nous pouvons conclure que le fluide électrique, auquel on connoît très-bien la propriété de faire fondre & de calciner les métaux, n'a en aucune façon celle de revivifier les chaux métalliques. En effet la foudre, que tout le monde sait être une électricité en grand, a souvent fait fondre ou calciné les métaux : jamais elle n'en a revivifié les chaux.



M É M O I R E

· S U R

DEUX CONJONCTIONS DE SATURNE

À LA LUNE,

En FÉVRIER & MARS 1775;

Avec des Réflexions sur l'Erreur des Tables.

Par M. LE MONNIER.

ON a lû à l'Académie, il y a un mois ou environ, les ^{29 Mars} Observations faites de la première de ces conjonctions, ^{1775.} dont je n'ai pu observer exactement avec ma lunette de 9 pieds que la fin de l'Éclipse, savoir l'émerfion totale à $10^h 10' 38''$, ou bien $1' 5''$ après l'émerfion du centre; j'ai différé de comparer auffi la Lune & Saturne aux Tables, jufqu'aux temps de l'opposition, laquelle doit nous donner beaucoup mieux la longitude héliocentrique de Saturne.

Voici la deuxième conjonction que j'ai observée, le matin 18 Mars, au passage par le Méridien. Le centre de la Lune a paru plus austral de $16' \frac{2}{3}$ que Saturne; & comme ce même centre de la Lune a précédé Saturne au Méridien de $3' 8'' \frac{1}{2}$ à ma Pendule; que d'ailleurs la distance de la Lune au pôle boréal augmentoit nécessairement, l'Astre étant dans les signes descendans; il doit s'ensuivre qu'il n'y a eu cette fois-ci qu'une appulse & non pas une occultation de Saturne à la Lune: voici le détail des Observations.

$12^h 24' 52'' \frac{1}{8}$, passage de la Lune en $2' 6'' \frac{1}{2}$ de temps écoulé à la Pendule, la distance des deux bords au Zénith

étant au Méridien. $\left\{ \begin{array}{l} 48^d 52' 0'' \\ 49. 23. 2 \frac{1}{2} \end{array} \right\}$

12. 28. $0^h \frac{2}{3}$, passage de Saturne. 48. 50. $52 \frac{1}{2}$

12. 31. $25 \frac{1}{2}$, > de la Vierge. 49. 3. $42 \frac{1}{2}$

La Pendule avançoit de 7 secondes par jour sur la révolution des Étoiles fixes; & parce que le Soleil avoit passé au vrai Méridien à $23^h 49' 9''$, on en a déduit le passage de Saturne par le Méridien à $0^h 36' 56''$ de temps vrai; l'étoile γ , à laquelle on a comparé Saturne, est double & se voit telle dans la lunette du quart-de-cercle mural. J'ai parlé de cette Étoile dans le troisième cahier de mes Observations de la Lune, p. 60, & le passage & la distance au Zénith que j'ai observés, conviennent au milieu de l'intervalle entre ces deux Étoiles; on aura donc $0^h 3' 24'' \frac{5}{6}$ de temps écoulé à la Pendule, lesquels répondent à $51' 12'' \frac{1}{2}$, & par conséquent l'ascension droite apparente de γ sera $186^d 43' 27'' \frac{1}{2}$, en supposant celle de γ telle que je l'ai établie en 1759 dans le Catalogue que j'en ai publié, & ayant égard aux nutations & aberrations: la distance de Saturne au Zénith étoit $48^d 50' 55''$, ce qui donne sa déclinaison boréale de $7'' \frac{1}{2}$ seulement, & par conséquent sa longitude $\simeq 6^d 10' 16''$, avec une latitude boréale de $2^d 40' 27'' \frac{1}{2}$; Saturne étoit alors dans ses moyennes distances, son anomalie étant $8^c 28^d \frac{1}{2}$, & les Tables de Halley donnent sa longitude plus avancée seulement de $2' 13'' \frac{1}{2}$. Quant à l'erreur en latitude, savoir $0' 31'' \frac{1}{2}$ en excès, la plus grande partie de la différence provient de ce que la distance de Saturne peut être un peu différente de celle que représentent ces mêmes Tables: l'année dernière, le 13 Mars à $12^h 1' 3''$ de temps vrai, j'ai trouvé la longitude de Saturne $22^d 45' 21''$ de la Vierge, & l'erreur des Tables de Halley est $1' 28''$ ou positive.

En voici les détails. Le 13 Mars, midi vrai à la Pendule par les hauteurs correspondantes du Soleil, $23^h 40' 38'' \frac{1}{4}$, & en vingt-quatre heures par les passages du Soleil au quart-de-cercle mural, la Pendule avoit accéléré sur le Temps vrai de $3' 53''$; mais par les Étoiles & par α de l'Aigle, je trouve $12'' \frac{1}{3}$ seulement sur la révolution des Fixes.

A $11^h 39' 44'' \frac{2}{3}$, passage de Saturne achronique; distance au zénith, $43^d 43' 5''$, & l'étoile ν de la Vierge avoit précédé de $0^h 2' 52''$; ayant égard aux erreurs du plan, à cause que ν a passé

a passé à $4^{\text{d}} 3' 50''$ du Zénith, & supposant l'ascension droite apparente de $173^{\text{d}} 24' 36''\frac{1}{2}$, on aura celle de Saturne $174^{\text{d}} 17' 26''\frac{1}{2}$; par α de l'Aigle, ayant aussi égard aux erreurs du plan, je trouve $174^{\text{d}} 17' 16''$; en sorte que j'ai adopté $174^{\text{d}} 17' 20''$ avec une déclinaison boréale de $5^{\text{d}} 8' 7''\frac{1}{2}$.

J'ai aussi conclu la latitude $2^{\text{d}} 26' 37''$ boréale, plus grande de $2' 9''$ que selon les Tables de Halley.

On voit par-là que les erreurs des Tables en longitude, s'accroissent du même sens sans être absolument uniformes, savoir en 1773 — $1' 14''$, en 1774 + $1' 28''$, & en 1775 + $2' 13''\frac{1}{2}$.

Digression succincte & nécessaire sur les Erreurs des Tables relatives aux Configurations semblables de Saturne à Jupiter.

En 1598, l'erreur des Tables, comparée avec celles de 1657 & de 1716, donnoit des différences d'accroissement presque égales, savoir $18'\frac{1}{2}$, $16'$; & pareillement par celles de 1583 à 1642 & 1702, on a pour les conjonctions de Saturne à Jupiter, des différences d'accroissement presque égales, savoir $11'\frac{1}{2}$, $10'$: d'où il étoit aisé d'inférer, puisque l'uniformité d'accroissement étoit imparfaite aux erreurs de ces Tables, qu'on pourroit dans la suite trouver la loi de progression dans les accroissemens.

Il n'étoit pas possible de remonter plus haut que les Observations de Tycho, & comme les comparaisons se faisoient de cinquante-neuf en cinquante-neuf ans, il n'a été accordé à nos recherches que d'attendre aux années 1761 & 1775 pour correspondre aux années 1702 & 1716: or j'ai découvert enfin la loi de progression, parce que les deuxièmes différences deviennent constantes.

Depuis l'impression de mon Mémoire en 1746, nous avons reçu de Londres, les Tables de Halley, dont j'ai commencé dès-lors à faire usage, comme s'écartant moins du ciel

258 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

que celles de Street, que j'avois employées pour lors : il a été assez indifférent au reste, dans la recherche présente où Saturne a paru dans les moyennes distances, d'employer les unes ou les autres de ces Tables.

J'ajouterai de plus ici les configurations de Saturne à l'égard de Jupiter dans chaque demi-cercle d'anomalie moyenne.

Années.	Anom. moy.	$\pi - \eta$	Erreurs.	1. ^{re} Diff.	2. ^e Diff.
1598	8 ^r 28 ^d	8 ^r 20 ^d	+ 0' 37"	4' 3"	
1658 *	9. 11	8. 29	+ 4. 40	1. 35	2' 28"
1716	8. 28	7. 29	+ 6. 15		2. 27.
1775	8. 28 $\frac{1}{2}$	7. 18	+ 2. 13	4. 2	

D'où il est visible que les deuxièmes différences sont constantes, & il sera aisé par la voie d'interpolation, si bien expliquée par Ozanam, dans la *Trigonométrie*, de retrouver les erreurs des Tables, sachant la loi de cette progression.

Années.	Anom. moy.	$\pi - \eta$	Erreurs.	1. ^{re} Diff.	2. ^e Diff.
1583	3 ^r 1 ^d	0 ^r 3 ^d	+ 2' 11"	1' 26"	
1642	3. 1	11. 22	+ 0. 43		6' 9"
1702	3. 14	0. 3	- 6. 52	7. 35	6. 25.
1761	3. 14	11. 22	- 20. 52	14. 0.	

La quatrième colonne représente l'erreur des Tables de Halley pour Saturne, sur quoi il ne faut pas donner l'exclusion à l'uniformité des deuxièmes différences pour 1657, puisque les erreurs des observations faites il y a près de deux cents ans, sont susceptibles au moins d'une minute d'erreur en longitude.

Mais il est visible que les inégalités remarquées dans le mouvement de Saturne, sont assujetties à une loi constante, dont la théorie commence à se développer depuis nos observations commencées aux années 1731 & 1745.

* Tables de Halley. *Series oppositionum*, &c.



M É M O I R E

SUR LA CONJONCTION DE LA LUNE AVEC ALDEBARAN,

Observée au passage par le Méridien, le 4 Avril 1775.

Par M. LE MONNIER.

CETTE conjonction peut servir à vérifier la plus grande quantité de la variation de la Lune, dans les moyennes distances de la Terre au Soleil; c'est pourquoi je vais en déduire tous les détails.

Le 4 Avril 1746, à $3^h 30' 46''$ de temps vrai, je trouve la longitude vraie de la Lune $\Pi 7^d 21' 48'' \frac{2}{3}$, plus avancée de $0' 28''$, que selon les Tables Newtoniennes des Institutions astronomiques; j'ai comparé la Lune avec *Aldebaran* à d'autres fils que le fil du centre de la Lunette du quart-de-cercle mural, & qui confirment les passages observés soigneusement au fil central, dont voici uniquement les observations.

$0^h 56' 28''$ midi vrai par les hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil, & la Pendule avançoit de 6 secondes par jour sur la révolution des Fixes, ou bien sur le mouvement vrai du Soleil de $3' 45''$, en vingt-quatre heures.

$4^h 26' 7'' \frac{1}{3}$ pass. d'*Aldebar.* à dist. appar. du Zénith $32^d 49' 7'' \frac{1}{2}$.
4. 27. $46 \frac{1}{4}$ ou $47''$, du 1.^{er} bord de la Lune & 1'
avant le bord inférieur..... 33. 7. 52 $\frac{1}{2}$.

Si l'on suppose l'ascension droite moyenne d'*Aldebaran*, $65^d 45' 48'' \frac{1}{2}$, on aura, ayant égard à la nutation & à l'aberration de cette Étoile, l'ascension droite du 1.^{er} bord de la Lune $66^d 10' 19'' \frac{1}{2}$ & celle du centre $66^d 26' 12''$, la déclinaison étant $16^d 19' 0''$ boréale.



*OBSERVATIONS DE SATURNE,**EN 1775,**VERS LE TEMPS DE SON OPPOSITION.*

Par M. CASSINI DE THURY.

29 Mars
1775.

SATURNE est de toutes les Planètes, celle dont la théorie est encore la plus imparfaite ; les Tables de mon Père, qui en 1762, représentoient assez exactement les observations, en sont éloignées présentement de plus de 22 minutes de degré, tandis que celles de M. Halley, qui dans la même année s'en écartoient de la même quantité de 22 minutes, en approchent présentement de manière qu'on n'y remarque plus qu'une différence de deux minutes, comme on le verra dans la Table où j'ai marqué les différences entre le calcul des Tables de Halley & de Cassini, & l'observation pour le temps des oppositions de Saturne, depuis 1755 jusqu'à présent.

L'erreur actuelle dans les Tables de mon Père, provient en partie, du moyen mouvement de Saturne qu'il a déduit des observations anciennes de $12^{\text{d}} 13' 33''$, beaucoup plus grand que ne le donnoient les observations anciennes, & du lieu de l'aphélie qu'il falloit avancer de 30 minutes, comme il l'a remarqué dans le Mémoire qu'il a publié en 1746 (p. 472) ; car quoique le retardement du mouvement de Saturne soit bien prouvé par les observations, il n'est pas assez considérable pour produire l'erreur que l'on remarque dans nos Tables ; d'ailleurs les observations que mon Père rapporte, dans les *Éléments d'Astronomie*, donnent le moyen mouvement de $12^{\text{f}} 13^{\text{d}} 23' 50''$, & le lieu de l'aphélie en 1697, de $8^{\text{f}} 28^{\text{d}} 57' 19''$; mais mon Père avoit cru devoir donner la préférence aux observations anciennes.

On ne sauroit donc trop multiplier les observations pour

reconnoître, s'il est possible, la marche & l'ordre qui règnent dans les irrégularités du mouvement de Saturne, reconnues par tous les Astronomes.

Le temps ayant été favorable les jours qui ont précédé la dernière opposition de Saturne, j'ai commencé les observations, le 22 Mars; j'avois comparé l'année dernière Saturne à l'étoile β de la Vierge, & pour avoir plus précisément le mouvement de Saturne d'une opposition à l'autre, j'ai observé cette année la même Étoile, & en même temps l'Étoile γ de la même constellation, la même avec laquelle Saturne étoit en conjonction au temps de son opposition, l'année 229 avant Jésus-Christ; observation calculée par mon Père.

Le 22 Mars, β de la Vierge a passé au Méridien $0^h 46' 20''$ avant Saturne, l'Étoile paroissoit plus élevée de $2^d 52' 0''$, l'Étoile γ de la Vierge a passé $4' 49''$ après Saturne, plus basse de $22' 20''$. Saturne a passé au Méridien à $12^h 17' 26''$.

Le 23 Mars, l'étoile γ de la Vierge a passé au Méridien $5' 4\frac{1}{2}$ après; le passage de Saturne à $12^h 13' 30''$, l'Étoile étoit plus basse de $24' 5''$.

Le 24 Mars, l'Étoile a passé $5' 25''$ après Saturne, dont le passage a été observé à $12^h 9' 34''$; Saturne étoit plus élevé de $26' 0''$.

Le 26 Mars, jour de l'opposition, l'Étoile a passé $6' 0''$ après Saturne, dont le passage a été observé à $12^h 1' 47''$, Saturne plus élevé que l'Étoile de $29' 42''$.

Enfin, le 27 Mars, β de la Vierge avoit passé $44' 56''$ avant Saturne, dont le passage a été observé à $11^h 57' 57''$, l'Étoile étoit plus élevée de $2^d 42' 30''$; γ de la Vierge a passé $6' 14''$ après, moins élevée de $31' 45''$.

En supposant la longitude du Soleil, le 26 Mars à midi, de $0^h 5^d 39' 11''$; la longitude le 26 Mars à $12^h 1' 47''$, de $6^h 5^d 27' 35''$; on trouve que l'opposition a dû arriver le 25 Mars à $20^h 19'$, le lieu de Saturne étant alors de $6^h 5^d 30' 2''$; les Tables de Halley donnent la longitude pour ce temps plus grande de $2' 40''$.

Pour reconnoître si cette différence augmente, ou diminue proportionnellement dans le même sens, j'ai calculé l'oppo-

sition de l'année dernière, en employant l'étoile β de la Vierge, la même que cette année, & qui donnoit l'ascension droite de Saturne plus petite de 33 secondes que γ de la Vierge.

Le 13 Mars 1774, à $12^h 1' 5''$, Saturne a passé au Méridien, $1' 48''$ avant l'étoile β de la Vierge, & plus élevé que l'Étoile de $2^d 6' 0''$, en supposant l'ascension droite de l'Étoile, en 1774, de $174^d 43' 45''$, & sa déclinaison de $3^d 2' 21''$, on trouva l'ascension droite de Saturne de $174^d 16' 31''$, & la déclinaison boréale de $5^d 8' 20''$.

Le 14 Mars, à $11^h 57' 0''$ Saturne a passé au Méridien, $2' 6''$ avant la même Étoile qui paroissoit plus basse de $2^d 7' 55''$, ce qui donne l'ascension droite de Saturne de $174^d 12' 10''$, & sa déclinaison de $5^d 10' 16''$.

En supposant la longitude du Soleil, le 13 Mars, de $11^f 23^d 0' 12''$, son mouvement diurne de $59' 40''$, on trouve le temps de l'opposition, le 12 Mars, à $18^h 6' 22''$ dans $5^f 22^d 45' 29''$; les Tables de Halley donnent la longitude plus grande de $1' 20''$, avec une différence plus petite qu'en 1775, mais dans le même sens.

Pour déterminer l'année où les Tables de Halley, qui dans les oppositions calculées par M. Jaurat, étoient en défaut par rapport à l'observation, se sont trouvées d'accord, & ont passées ensuite au signe contraire; j'ai cru devoir remonter aux années antérieures à 1774, & la différence en 1774 étoit si petite, que l'année que je cherchois n'en devoit pas être fort éloignée.

Pour mettre les Astronomes à portée de vérifier mes calculs, je rapporterai ici les observations que j'ai employées pour calculer les oppositions de Saturne depuis 1671; car malgré le grand nombre de Tables, de Catalogues d'Étoiles, que l'on ne cesse de publier, l'incertitude sur les Éléments que l'on emploie, bien loin de diminuer, augmente les différences que l'on remarque dans les résultats donnés par différens Observateurs.

Le 31 Janvier 1771, Saturne a passé au Méridien à $12^h 3' 44''$, l'étoile η du Lion a passé $0^h 52' 36''$ après, la

différence de hauteur fut trouvée de $5' 20''$: en supposant l'ascension droite de l'Étoile de $148^d 42' 12''$, & la déclinaison de $17^d 52' 22''$; on trouve l'ascension droite de Saturne de $135^d 30' 55''$, & la déclinaison de $17^d 57' 42''$.

Le 1.^{er} Février, Saturne a passé au Méridien à $11^h 59' 32''$, la même Étoile, $0^h 52' 56''$ après, plus basse de $7' 15''$; donc l'ascension droite de Saturne étoit de $135^d 26' 2''$, & la déclinaison de $17^d 59' 37''$.

L'opposition de Saturne est arrivée, selon ces deux observations, le 1.^{er} Février à $3^h 46' 58''$.

Le temps n'a permis de faire qu'une seule observation ; le 14 Février à $12^h 3' 55''$, Saturne a passé au Méridien, *Regulus* l'avoit précédé de $0' 31''$; Saturne paroissoit plus élevé de $1^d 9' 35''$, en supposant l'ascension droite de l'Étoile de $149^d 3' 24''$, & la déclinaison de $13^d 4' 29''$; on trouve l'ascension droite de Saturne de $149^d 11' 10''$, & la déclinaison de $14^d 14' 4''$.

Le 26 Février 1773, Saturne a passé au Méridien à $12^h 6' 54''$, l'étoile β de l'Écrevisse l'avoit précédé de $2^h 43' 55''$; Saturne étoit moins élevé que l'Étoile de $2' 40''$: en supposant son ascension droite de $121^d 2' 58''$, & la déclinaison de $9^d 52' 13''$; on trouve l'ascension droite de Saturne de $162^d 8' 37''$, & la déclinaison de $9^d 49' 33''$.

Le 27 Février, Saturne a passé au Méridien à $12^h 2' 54''$, $2^h 43' 38''$ après l'étoile β , & moins élevé de $0' 40''$; ce qui donne son ascension droite de $162^d 4' 11''$, & la déclinaison de $9^d 51' 33''$.

Enfin, le 28 Février, Saturne a passé au Méridien à $11^h 58' 51''$, $2^h 43' 20''$ après l'Étoile, & plus élevé de $1' 16''$; ce qui donne son ascension droite de $161^d 59' 40''$, & la déclinaison de $9^d 53' 38''$.

Il résulte de ces observations, que l'opposition est arrivée le 27 Février à $10^h 37'$.

Le calcul des dernières oppositions a prouvé ce que j'avois conjecturé, que de 1770 à 1771, les Tables de Halley devoient s'accorder avec l'observation ; en effet, en 1771,

Lune s'avance sur le disque solaire, la distance des cornes varie; on peut donc juger de la distance des centres par la distance de ces cornes: cette méthode, la plus précise de toutes, est fort en usage en Astronomie.

Il y a encore une autre manière de déterminer la quantité de l'Éclipse; elle consiste à considérer la distance des limbes du Soleil & de la Lune. Je devois donc exposer les méthodes par lesquelles on peut conclure les distances des centres du Soleil & de la Lune, des observations des distances des cornes & des distances des limbes; mais les grandeurs observées peuvent être affectées des erreurs causées par la réfraction dans notre atmosphère & par l'inflexion que subissent les rayons solaires en passant près du limbe de la Lune; il s'agit donc de les dépouiller de ces deux sources d'erreur: je commence par la réfraction.

On sait que l'effet de la réfraction est de déformer le disque du Soleil & d'altérer toutes les grandeurs verticales. Géométriquement parlant, il n'y a aucun cas, excepté toutefois celui d'une distance horizontale, où les distances observées ne soient altérées par la réfraction: il est cependant vrai de dire que si la hauteur du Soleil, lors des observations, surpassoit 30 degrés, il seroit superflu de rectifier les distances observées. En effet, les altérations causées par la réfraction, ne doivent entrer en ligne de compte qu'autant que chaque point du disque du Soleil éprouve une réfraction différente; autrement, la totalité du disque étant déplacée d'une même quantité, les apparences ne sont point troublées. Le diamètre moyen du Soleil est d'environ 32 minutes; la différence des réfractions qu'éprouvent les bords supérieur & inférieur de cet astre, n'est que de 2 secondes, en supposant le Soleil élevé de 30 degrés sur l'horizon; la réfraction n'altère donc que de 2 secondes une grandeur verticale de 32 minutes, tandis qu'elle n'opère aucune altération dans les grandeurs horizontales. Les quantités que l'on mesure dans une Éclipse, ne peuvent pas surpasser le diamètre du Soleil; le *maximum* d'erreur que l'on puisse commettre en négligeant

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES

POUR

CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL,
LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES

ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE :

*Et en général pour réduire les Observations de cet Astre ,
faites à la surface de la Terre , au lieu vu du centre.*

DOUZIÈME MÉMOIRE.

Par M. DIONIS DU SÉJOUR.

Exposition du Sujet.

(1.) **L**A plupart des recherches contenues dans ce Mémoire, ont été lûes en 1767 & 1769; on en peut voir une exposition sommaire dans mes premiers Mémoires. J'ai cru cependant à propos de remettre sous les yeux du Lecteur, l'analyse plus détaillée de ces Problèmes.

Lû en 1775
& remis
le 1.^{er} Déc.
1777.

L'objet de cette partie de mon Ouvrage est principalement relative à la réfraction des rayons solaires dans l'atmosphère de la Terre, à l'inflexion que ces rayons éprouvent en passant près du limbe de la Lune, & aux préparations de calculs qu'il faut en conséquence faire subir aux observations avant de les employer dans les formules de mes précédens Mémoires. Je m'explique : il n'est pas possible d'observer immédiatement la distance des centres du Soleil & de la Lune, quoique ce soit à cet élément principal que toutes les observations doivent se rapporter; il est donc indispensable de déduire cette distance, des observations que l'on peut faire immédiatement.

On sait que le disque de la Lune, en se projetant sur le disque du Soleil, forme deux espèces de pointes semblables aux cornes de la Lune dans son croissant. A mesure que la

Mém. 1775.

L I

Lune s'avance sur le disque solaire, la distance des cornes varie; on peut donc juger de la distance des centres par la distance de ces cornes: cette méthode, la plus précise de toutes, est fort en usage en Astronomie.

Il y a encore une autre manière de déterminer la quantité de l'Éclipse; elle consiste à considérer la distance des limbes du Soleil & de la Lune. Je devois donc exposer les méthodes par lesquelles on peut conclure les distances des centres du Soleil & de la Lune, des observations des distances des cornes & des distances des limbes; mais les grandeurs observées peuvent être affectées des erreurs causées par la réfraction dans notre atmosphère & par l'inflexion que subissent les rayons solaires en passant près du limbe de la Lune; il s'agit donc de les dépouiller de ces deux sources d'erreur: je commence par la réfraction.

On sait que l'effet de la réfraction est de déformer le disque du Soleil & d'altérer toutes les grandeurs verticales. Géométriquement parlant, il n'y a aucun cas, excepté toutefois celui d'une distance horizontale, où les distances observées ne soient altérées par la réfraction: il est cependant vrai de dire que si la hauteur du Soleil, lors des observations, surpassoit 30 degrés, il seroit superflu de rectifier les distances observées. En effet, les altérations causées par la réfraction, ne doivent entrer en ligne de compte qu'autant que chaque point du disque du Soleil éprouve une réfraction différente; autrement, la totalité du disque étant déplacée d'une même quantité, les apparences ne sont point troublées. Le diamètre moyen du Soleil est d'environ 32 minutes; la différence des réfractions qu'éprouvent les bords supérieur & inférieur de cet astre, n'est que de 2 secondes, en supposant le Soleil élevé de 30 degrés sur l'horizon; la réfraction n'altère donc que de 2 secondes une grandeur verticale de 32 minutes, tandis qu'elle n'opère aucune altération dans les grandeurs horizontales. Les quantités que l'on mesure dans une Éclipse, ne peuvent pas surpasser le diamètre du Soleil; le *maximum* d'erreur que l'on puisse commettre en négligeant

l'effet de la réfraction, est donc une erreur de 2 secondes, en supposant la quantité observée entièrement verticale; mais l'erreur est d'autant moindre que la quantité est plus petite, & que la position approche davantage d'être horizontale. On doit donc conclure que dans tous ces cas l'on peut n'avoir aucun égard à la réfraction. Il n'en seroit pas de même si la hauteur du Soleil lors des observations, étoit moindre de 30 degrés; il pourroit alors devenir indispensable de dépouiller les quantités observées, de l'effet de la réfraction, surtout si ces quantités étoient un peu considérables, & qu'elles fussent verticales.

Pour dépouiller les quantités observées, des erreurs causées par la réfraction, je cherche l'équation au disque déformé du Soleil, en partant de la loi de la réfraction adoptée par les Astronomes. Cette équation est donnée par une suite infinie, qui amène l'équation à l'ellipse, si l'on se contente des trois premiers termes de la série; & cette approximation est suffisante tant que la hauteur du Soleil sur l'horizon surpasse un degré. Comme il n'est pas proposable d'employer des observations faites dans des circonstances où la hauteur de cet astre seroit plus petite qu'un degré, je pars de la supposition que le demi-diamètre du Soleil est rigoureusement elliptique; je détermine le rapport des axes de cette ellipse pour toutes les hauteurs sur l'horizon; les propriétés correspondantes de l'ellipse & du cercle, donnent des moyens faciles pour dépouiller les grandeurs observées, des erreurs de la réfraction.

Après avoir dépouillé les observations de l'effet de la réfraction, la suite des problèmes me conduit naturellement à déterminer la relation entre la distance des centres du Soleil & de la Lune, & les distances des limbes & des cornes. Si les rayons solaires ne souffroient aucune déviation de leur route rectiligne en passant près de la Lune, ce problème n'offriroit aucune difficulté; mais les différens phénomènes que j'ai discutés dans cet Ouvrage, ne paroissent pas permettre de s'en tenir à cette hypothèse simple; il suffit d'ailleurs que l'hypothèse contraire soit possible, pour chercher

à démêler la vérité : je détermine donc tout de suite la relation entre la distance des centres, la distance des limbes, la distance des cornes, & les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, en supposant que les rayons solaires s'infléchissent en passant près de ce dernier astre.

Comme il n'est pas possible d'attribuer l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune (en cas toutefois que le phénomène existe) à une autre cause qu'à une atmosphère répandue autour de cet astre, & qui infléchit les rayons du Soleil, je pars de cette hypothèse simple : je cherche quelle est alors l'équation au disque de la Lune & au disque infléchi du Soleil ; je fais voir que l'effet de l'inflexion consiste uniquement à changer le disque apparent du Soleil, de manière que la valeur du demi-diamètre de cet astre & la position du centre, éprouvent une altération sensible : il ne faut donc plus combiner le disque de la Lune avec le véritable disque du Soleil, mais avec un disque fictif dont j'assigne le demi-diamètre & la position du centre. Ces considérations me permettent de donner la véritable relation entre la distance apparente des limbes, la distance vraie des centres du Soleil & de la Lune, leurs véritables diamètres, la loi de l'inflexion, les distances observées des cornes, &c. L'on peut déterminer successivement chacune de ces valeurs, en supposant les autres quantités connues.

Après avoir donné la relation entre l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, la distance des centres de ces astres, & la distance des cornes, &c. je m'occupe particulièrement de la recherche des observations les plus propres à déterminer la quantité de l'inflexion.

Si l'on suit la marche d'une Éclipse annulaire, & que l'on observe les différentes distances des cornes correspondantes aux différentes distances des centres, on verra facilement que la distance des cornes commence par être nulle, qu'elle augmente ensuite à mesure que la distance des centres diminue ; qu'elle parvient à sa plus grande valeur, diminue ensuite à

mesure que la distance des centres continue à diminuer, devient nulle, puis imaginaire; recommence ensuite à croître à mesure que la distance des centres augmente; parvient une seconde fois à la plus grande valeur, puis diminue à mesure que la distance des centres augmente.

Ces derniers phénomènes sont communs à l'hypothèse des rayons infléchis & des rayons non infléchis; mais si l'on examine de plus près la marche des cornes dans les deux hypothèses, il sera aisé de remarquer des différences très-sensibles dans les distances des cornes correspondantes aux mêmes distances des centres. Pour me faire entendre par un exemple, prenons le cas d'une éclipse de Soleil qui arriveroit dans les moyennes distances de cet Astre à la Terre, la Lune étant d'ailleurs apogée. Le calcul fera facilement connoître, que si l'on suppose une inflexion d'environ 4 à 5 secondes, les cornes seront d'abord sensiblement plus petites dans l'hypothèse des rayons infléchis, que dans l'hypothèse des rayons non infléchis; les distances des cornes deviendront égales dans les deux hypothèses, lorsque la distance des centres sera d'environ 22 minutes; les distances des cornes seront ensuite plus grandes dans l'hypothèse des rayons infléchis que dans l'hypothèse contraire, pendant tout l'espace où les distances des centres seront comprises entre 22 minutes & 6 minutes; & dans cet intervalle, le *maximum* de différence répondra à environ 11' 46'' de distance des centres; les cornes redeviendront égales lorsque la distance des centres sera de 6 minutes, pour être ensuite plus petites dans l'hypothèse des rayons infléchis, que dans l'hypothèse des rayons non infléchis, jusqu'à ce qu'enfin l'anneau soit totalement formé. On doit dire la même chose, mais dans un ordre renversé, des phénomènes qui ont lieu depuis le milieu de l'Éclipse jusqu'à la fin.

Je commence d'abord par donner les formules pour déterminer généralement ces cas singuliers; j'observe ensuite, d'après ces dernières remarques, qu'il est intéressant d'avoir la relation entre les diamètres du Soleil & de la Lune, la loi de l'inflexion,

les distances des cornes à deux instans quelconques, & le chemin du centre de la Lune par rapport au centre du Soleil, dans l'intervalle des deux observations. En effet, les diamètres vrais du Soleil & de la Lune, ainsi que le chemin relatif du centre de la Lune, étant absolument indépendans de l'inflexion, si l'on choisit les suppositions extrêmes, celles où les distances des cornes diffèrent le plus qu'il est possible, en plus & en moins, dans les deux hypothèses dont il s'agit, on déterminera la quantité précise de l'inflexion; par la comparaison de ces distances, je parviens à une équation fort simple, dans laquelle j'emploie toujours pour premier terme de comparaison la distance nulle des cornes.

Ces premières recherches m'ont conduit à examiner une autre question. Si l'on cherche à quelles distances des centres répond la plus grande distance des cornes, on verra que ces distances diffèrent entr'elles d'une manière très-sensible dans les deux hypothèses du rayon infléchi & du rayon non infléchi; on pourroit donc, théoriquement parlant, faire servir le temps écoulé entre les observations des plus grandes distances des cornes, à la détermination de la quantité de l'inflexion. Il se présente cependant une objection contre cette méthode. Comme il n'est pas facile de saisir exactement l'instant précis du *maximum* de distance des cornes, attendu que vers cet instant, ces distances sont stationnaires, on doit craindre que l'erreur de l'observation ne soit du même ordre que la quantité que l'on veut déterminer.

Après avoir déterminé ce qui est relatif à la quantité de l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, je passe aux formules d'après lesquelles on peut établir la variation de l'inflexion, eu égard à la distance du rayon solaire au limbe de la Lune.

Dans les Mémoires de Berlin, pour l'année 1748, M. Euler, à l'occasion de l'Éclipse du 25 Juillet de la même année, a cherché à déterminer cette variation, par une hypothèse sur la densité de l'atmosphère lunaire: je ne fais si les

recherches ont atteint le but qu'il s'est proposé. Quoi qu'il en soit, je fais abstraction de toute hypothèse sur la loi de la variation tirée de la densité de l'atmosphère de la Lune, & je me contente de donner les formules pour conclure, d'après les observations qui m'ont paru les plus directes, la quantité de l'inflexion correspondante aux différentes distances des limbes.

Je passe ensuite à l'application de cette théorie, à des exemples particuliers. Parmi la multitude d'observations que nous a fournies l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, j'ai choisi celles faites à Londres, & celles faites à Pello en Lapponie. La première suite d'observations a été faite par M. Short. Tout le monde savant connoît l'exactitude de cet habile Observateur, que la mort a depuis enlevé aux Sciences : il étoit pourvu des meilleurs instrumens ; il s'est particulièrement attaché pendant la durée de l'Éclipse à suivre la marche des cornes, & celle des limbes vers l'instant de la plus grande phase : l'accord non prévu entre les phénomènes & le calcul, ne laisse aucun doute sur l'exactitude de ses observations ; d'ailleurs l'Éclipse ayant été presque annulaire à Londres, elle a passé par tous les degrés qui ont fait l'objet de nos recherches.

La suite d'observations faites à Pello, par M. Hellant, n'est pas moins intéressante, quoique moins nombreuse : l'Éclipse a été annulaire dans ce lieu déjà fameux par la mesure du Degré du Méridien ; M. Hellant étoit muni d'une excellente lunette, de la même force à-peu-près que celle de M. Short, & il n'a rien oublié de tout ce qui pouvoit rendre ses observations utiles à l'Astronomie.

Je n'entrerai point dans le détail des équations que j'ai employées dans ce travail ; il me suffit de dire qu'elles sont analogues à celles dont j'ai déjà fait usage précédemment. Je n'ai omis aucune des observations, afin d'éviter tout soupçon de les avoir choisies ; j'ai calculé l'inflexion qui en résulte, en employant des élémens hypothétiques (ceux qui satisfont à la totalité des observations faites en Europe) ; j'ai ensuite déterminé la variation des résultats

relativement à la variation des élémens; en un mot, je crois pouvoir dire de ces calculs, ce que j'ai dit précédemment de ceux que j'ai présentés à l'Académie, que ces résultats sont de tous les temps, puisqu'ils ne sont liés à aucun système particulier d'élémens; & que quand même je me serois trompé sur les conséquences que j'ai tirées de mes équations, mon travail au fond n'en seroit pas moins utile, puisque ce seroit dans mon ouvrage que l'on puiseroit les plus fortes objections pour me combattre.

Dans les Éclipses de Soleil, j'ai distingué deux phénomènes très-séparés, & que la forme des équations ne permet pas de confondre; j'ai désigné le premier, sous le nom d'*irradiation du disque solaire*. Par cette désignation, je n'ai voulu exprimer que la cause, quelle qu'elle soit, qui fait que les diamètres du Soleil tirés des Tables astronomiques, ne satisfont pas aux observations des éclipses. Ces diamètres sont-ils mal déterminés dans ces Tables, ainsi que je l'ai entendu soutenir? Doit-on au contraire attribuer cette diminution à une lumière parasite dont le disque lumineux du Soleil paroît environné, & dont il est dépouillé dans les éclipses de Soleil? Ce sont des questions dans lesquelles je n'entrerai point. Il me suffit de dire que le 1.^{er} Avril 1764, le demi-diamètre du Soleil de 16' 0'',5, tiré des Tables, ne satisfait aucunement aux observations; & qu'il doit être diminué de 4'',5, si l'on admet pour cette Éclipse, les mouvemens horaires tirés des Tables de M. Clairaut; & seulement de 3'',3, si l'on admet les mouvemens horaires de M. Mayer; j'ai appelé ce premier phénomène *irradiation du disque solaire*.

Le second phénomène dont les calculs m'ont rendu également certain, c'est que les diamètres de la Lune tirés des Tables, ne satisfont pas davantage aux observations des Éclipses. J'ai désigné par *inflexion des rayons solaires*, la cause, quelle qu'elle puisse être, de cet effet. J'ai supposé que des points du disque du Soleil sont visibles lorsque le calcul indique qu'ils sont encore cachés sous le disque de la Lune; cette supposition si plausible & si analogue à ce que l'on observe

observe dans notre atmosphère, a été la base de toutes les recherches précédentes; mais quelque plausible que soit cette hypothèse, je n'ai point dissimulé que l'on expliqueroit également la plupart des Phénomènes, si l'on admettoit une diminution réelle dans le demi-diamètre horizontal de la Lune. Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, mes calculs m'ont fait voir que cette inflexion ou diminution du demi-diamètre de la Lune, est de 5 secondes en partant des mouvemens horaires de M. Clairaut; & de 3'',6 seulement si l'on part des mouvemens horaires de M. Mayer.

Il ne faut cependant pas imaginer que la théorie conduite uniquement à l'alternative de l'une de ces deux conclusions, ou que l'inflexion est d'une certaine quantité, ou que le demi-diamètre de la Lune doit être diminué de cette même quantité. La forme des équations m'a fait voir qu'il y a des observations vraiment décisives pour prendre un parti entre les deux hypothèses; voici le fondement de cette assertion. Si l'on jette les yeux sur les relations différentielles entre la variation de l'inflexion & la variation du demi-diamètre de la Lune, il sera aisé de se convaincre que pour une très-grande partie de l'Éclipse, lorsque sur-tout il s'agit des contacts, les coefficients de la variation de l'inflexion & du demi-diamètre de la Lune, ont des signes différens. On satisfait donc également à l'équation, soit que l'on fasse varier dans un sens, l'inflexion des rayons solaires, soit que l'on fasse varier le demi-diamètre de la Lune dans le sens opposé; mais quoique cette proposition soit vraie en général, il y a cependant de certaines distances des centres où ces coefficients ont le même signe. On doit sentir combien il seroit intéressant d'observer la marche des cornes dans ces circonstances, & de la comparer avec celle qui a lieu vers le commencement ou vers la fin de l'Éclipse. Je n'insisterai point sur l'esprit de cette méthode qu'il seroit difficile de développer sans avoir les équations sous les yeux; elle peut seule décider irrévocablement entre l'inflexion des rayons solaires, & la diminution réelle du demi-diamètre de la Lune.

Mém. 1775.

M m

Je n'ai eu garde de passer sous silence les limites des distances des centres, entre lesquelles ces observations doivent être faites; j'assigne généralement ces limites. Par exemple, dans l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, les distances des cornes auroient été intéressantes à mesurer à Londres pendant tout le temps où les distances des centres ont été comprises entre $21^{\circ} 50''$ & $5^{\circ} 52''$, & sur-tout vers $11^{\circ} 46''$. Pendant cet intervalle, M. Short n'a fait qu'une seule observation, celle de $9^{\text{h}} 48' 42''$, & certainement il les auroit multipliées, s'il en avoit senti l'importance. On doit attendre du zèle des Astronomes qu'ils ne négligeront point ce genre d'observations, qui peut seul décider une question délicate. J'ajouterai ici que l'observation faite par M. Short, est favorable au système de l'inflexion; mais elle est trop isolée, si je puis m'exprimer ainsi, pour être décisive. Au reste, on sent assez que les observations demandent à être faites avec soin.

Quoique l'observation de $9^{\text{h}} 48' 42''$ ne soit pas absolument décisive, plusieurs circonstances de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, conduisent à la même conclusion. Nous avons dit que les observations des contacts ne laissent que l'alternative d'admettre une inflexion dans les rayons solaires, ou une diminution dans les demi-diamètres de la Lune. Vers le milieu de l'Éclipse, M. Short a mesuré deux fois le demi-diamètre de la Lune projeté sur le disque du Soleil; il l'a trouvé deux fois, à une seconde près, égal à celui des Tables; la diminution réelle du diamètre de la Lune paroît donc exclue par cette observation. D'ailleurs les distances des limbes, mesurées dans les mêmes circonstances, concourent toutes à faire rejeter la diminution du diamètre de la Lune; le phénomène observé doit donc être attribué à une véritable inflexion. J'ajouterai enfin que les distances des limbes observées par M. Short, vers le milieu de l'Éclipse, établissent que si l'on adopte les mouvemens horaires de M. Clairaut, les rayons solaires qui ont passé à la distance d'environ $2' 40''$ du limbe de la Lune, éprouvoient encore une petite inflexion;

cette inflexion étoit absolument nulle dans l'hypothèse des mouvemens horaires de M. Mayer.

La mesure du demi-diamètre de la Lune, faite par M. Short, le 1.^{er} Avril 1764, répond à une objection que l'on m'a proposée. *Ne seroit-il pas possible, a-t-on dit, que le diamètre de la Lune alors apogée, fût réellement plus petit que celui donné par les Tables; & ne doit-on pas attribuer cette diminution à la libration de la Lune?* Je réponds d'abord que la différence des axes de la Lune est extrêmement petite, & que l'étendue de la libration étant d'un petit nombre de degrés, la variation qui peut en résulter sur les diamètres que la Lune nous présente, est absolument insensible. Je dis plus, si cette variation étoit assez grande pour produire 8 secondes de diminution sur le diamètre de la Lune, est-il croyable qu'on ne s'en soit point aperçu jusqu'ici; & que M.^{rs} Mayer & Clairaut n'aient point fait entrer cet élément en ligne de compte dans leurs Tables? L'inflexion a bien pu échapper aux Astronomes, il faut une Éclipse pour la rendre sensible; mais une variation aussi grande, aussi réelle & aussi permanente dans le diamètre de la Lune n'auroit point échappé à leurs recherches. Il suffit pour s'en convaincre, de se rappeler les observations multipliées, d'après lesquelles on a déterminé le rapport de la parallaxe au demi-diamètre de la Lune, pour toutes les positions de cet Astre. D'ailleurs que répondre à la mesure du demi-diamètre, faite le jour même de l'Éclipse? Je dirai la même chose de l'inégalité des demi-diamètres du Soleil que l'on a mis en avant, & des petites aspérités que l'on aperçoit à la surface de la Lune. Toutes ces objections peuvent jeter quelque inquiétude, sur la quantité précise de l'inflexion; mais elles n'expliqueront jamais une diminution de 4 secondes sur le demi-diamètre du Soleil, & une pareille diminution sur le demi-diamètre de la Lune.

Je dois encore répondre à une objection que l'on pourroit faire. J'ai fait voir dans le cours de ce Mémoire, que, si dans l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, l'on part des mouvemens

horaires de M. Mayer; c'est-à-dire, si l'on augmente de $2'',2$ les mouvemens horaires donnés par les Tables de M. Clairaut, on aura une inflexion plus petite de $1'',2$ que dans la première hypothèse; on peut donc en augmentant les mouvemens horaires, faire disparaître totalement l'inflexion, qui peut-être, dira-t-on, n'est due qu'à l'erreur de cet élément. Géométriquement parlant, la conclusion est exacte, mais je doute qu'elle soit astronomiquement admissible; en effet, pour faire disparaître l'inflexion, il faudroit augmenter d'environ 7 secondes les mouvemens horaires de M. Mayer, & de 9 secondes les mouvemens horaires de M. Clairaut. Cette simple réflexion suffit pour faire rejeter cette hypothèse. Au reste, je ne puis trop insister sur la scrupuleuse attention qu'on doit avoir dans le choix des mouvemens horaires; autrement il seroit à craindre qu'on ne parvint à des conclusions précipitées.

Les recherches auxquelles je me suis livré, relativement à la réfraction & à l'inflexion qu'éprouvent les rayons solaires dans l'atmosphère de la Lune, m'ont conduit à discuter quelle peut être la cause d'un phénomène assez singulier. On sait que lors des occultations de certaines Étoiles par la Lune, l'Étoile paroît quelquefois sur le disque de cet Astre pendant 4 ou 5 secondes de temps, de sorte que la disparition n'a lieu que lorsque l'Étoile a parcouru environ une ou deux secondes sur le disque lunaire.

Plusieurs Astronomes ont donné des explications de ce phénomène; on peut les réduire à trois principales. M. de la Hire, à l'occasion de l'occultation d'*Aldébaran* arrivée le 19 Août 1699, attribue le phénomène à une illusion optique qui fait paroître le diamètre lumineux de la Lune plus grand qu'il n'est en effet, de sorte que l'on voit l'Étoile au travers d'une espèce de lumière parasite: il ajoute qu'on expliqueroit également le phénomène par une atmosphère qui envelopperoit la Lune. M. de Mairan imagine une autre cause; il suppose l'atmosphère de la Lune moins dense que l'éther dans lequel nage cette Planète, & il pense que l'on doit attribuer le phénomène à une diffraction ou inflexion négative.

Je discute chacune de ces explications. Je fais voir d'abord qu'une atmosphère répandue autour de la Lune n'expliqueroit point le phénomène, & que dans cette hypothèse, l'Étoile disparaîtroit toujours lorsqu'elle seroit tangente au disque lunaire : quant à l'explication de M. de Mairan, indépendamment de la précédente objection qui est commune à son système, je crois que l'existence d'une atmosphère lunaire moins dense que l'éther, sera difficilement admise par les Géomètres.

Il n'en est pas de même de l'explication tirée de l'irradiation du disque lunaire; elle me paroît extrêmement ingénieuse, & je suis fort éloigné de prétendre qu'elle doive être rejetée sans un examen scrupuleux ; je suis cependant obligé de remarquer qu'elle contredit l'opinion établie parmi les Astronomes, depuis l'observation de l'Éclipse de Soleil, faite en Ecosse en 1748, sur l'égalité du diamètre de la Lune, soit qu'on l'observe lumineux sur l'azur du Ciel, soit qu'on l'observe obscur sur le disque lumineux du Soleil. En effet, cet anneau de lumière parasite qui entoure la Lune, & qui est d'environ 2 secondes, suivant M. de la Hire, doit évidemment faire paroître le diamètre lumineux de la Lune plus grand de 4 secondes, que lorsqu'on le mesure sur le disque du Soleil. Cette diminution devrait même paroître plus considérable ; car si le diamètre lumineux de la Lune est sujet à l'irradiation, à plus forte raison le disque lumineux du Soleil, sur lequel se projette le disque obscur de la Lune, doit-il avoir la même propriété : le diamètre obscur de la Lune devrait donc en être d'autant diminué.

Cette difficulté & la remarque que l'on a faite, que le phénomène n'a pas toujours lieu, circonstance que l'on a expliquée par l'état de l'atmosphère, m'ont fait songer à une conjecture qui pourroit donner l'explication du phénomène. On sait que la lumière éprouve une réfraction en passant dans l'atmosphère terrestre ; le Soleil, les Étoiles, la Lune, les Planètes sont également sujets à cette illusion optique, dont l'effet est d'élever l'Astre dans le vertical.

Mais est-il bien démontré que tous les Astres sont précisément sujets à la même réfraction? (il s'agit ici d'une légère différence de 2 secondes) Qui pourra assurer que *Syrius*, dont la lumière est très-blanche, éprouve précisément la même réfraction qu'*Aldébaran* ou *Antarès* dont la lumière est plus rouge? Admettons pour un moment que la lumière de la Lune soit plus réfrangible que le rayon émané d'*Antarès* & d'*Aldébaran*, tout s'explique naturellement. Lors du contact de l'Étoile, le limbe de la Lune en passant par l'atmosphère terrestre, sera plus réfracté que l'Astre; ce limbe paroîtra plus élevé; l'Étoile se projettera donc sur le disque lunaire, quoique réellement l'on ne soit qu'au moment du contact. Telle est la conjecture que je propose pour expliquer le phénomène dont il s'agit; elle peut être sujette à des objections, mais elle mérite au moins d'être rapprochée des faits. Je dois ajouter que cette conjecture a des symptômes distinctifs qui la caractérisent; elle doit être abandonnée si de nouvelles expériences & les faits astronomiques sont contraires à la théorie que j'ai mise sous les yeux du Lecteur.

Quoique les Éclipses de Lune ne soient pas aussi intéressantes que celles de Soleil, j'ai cru cependant que l'on verroit avec plaisir l'application des principes détaillés dans mon Ouvrage, à ce genre de phénomène. J'ai considéré le problème dans toute la rigueur géométrique dont il est susceptible; la similitude de la théorie avec celle des éclipses des Satellites de Jupiter, m'a fait prendre ce parti. J'ai regardé l'ombre de la Terre comme elliptique; j'ai donné l'expression générale du grand axe & du petit axe de cette ellipse à l'endroit où passe la Lune; j'ai déterminé la position des axes relativement à une droite connue; j'ai calculé la valeur des différens demi-diamètres de l'ombre; j'ai même fait entrer la considération que le point de contact de la Lune avec l'ombre, se fait dans la normale, & non dans le prolongement des diamètres; en un mot, j'ai calculé l'hypothèse rigoureuse de l'ombre elliptique.

Les recherches auxquelles je m'étois livré précédemment,

sur l'inflexion que les rayons solaires éprouvent dans l'atmosphère de la Lune, m'ont fait songer à chercher si l'on ne pourroit point expliquer naturellement, par les mêmes principes, la raison pour laquelle, dans les Éclipses de Lune, cet Astre ne disparoit pas, quoiqu'il soit entièrement plongé dans l'ombre de la Terre. Ce que l'on trouve à ce sujet dans les différens Traités d'Astronomie, est exprimé si vaguement que l'on doit plutôt le regarder, suivant moi, comme un simple aperçu, que comme une véritable explication du phénomène: j'ai donc pensé que le calcul seul pouvoit décider la question. J'ai supposé la réfraction horizontale sur la Terre de 32 minutes, & j'ai appliqué au Problème, les équations relatives à l'inflexion. Voici mes résultats.

Dans les circonstances les plus défavorables, lorsque la Terre étant aphélie, la Lune est apogée, si l'on reçoit l'ombre de la Terre sur un plan passant par la Lune; au centre de l'ombre, les trois quarts du disque du Soleil paroîtront environner la Terre comme un anneau lumineux. A une distance de ce centre égale à 0,08, la totalité du disque du Soleil paroît environner notre globe, comme une zone lumineuse (j'ai pris pour échelle de ces calculs le demi-petit axe de la Terre, que j'ai supposé égal à 1): à une distance du centre de l'ombre égale à 0,22, on voit entre la Terre & l'anneau lumineux du Soleil, une quantité d'azur céleste égale au quart du disque de cet Astre: à une distance du centre égale à 0,37, l'azur céleste compris entre la Terre & l'anneau lumineux est égal à la moitié du disque solaire: à une distance du centre égale à 0,67, l'azur céleste compris entre la Terre & l'anneau lumineux, paroît égal au disque entier du Soleil: enfin à une distance du centre égale à 0,72, le limbe du Soleil non réfracté commence à paroître à la circonférence de l'atmosphère de la Terre.

Ces résultats donnent une explication complète des différens phénomènes que l'on observe dans les Éclipses de Lune. Cet Astre ne doit jamais disparoître, puisqu'au centre même de l'ombre de la Terre, on voit encore les trois quarts du

disque du Soleil à la circonférence de notre globe. La Lune doit paroître rouge, par la même raison qui fait paroître le Soleil rouge à l'horizon; elle doit être fort éteinte, parce que la lumière du Soleil qui lui parvient, a parcouru dans l'atmosphère de la Terre, le double de chemin que parcourent les rayons solaires à l'horizon, pour parvenir jusqu'à nous; la teinte de la Lune doit varier quelquefois, à cause des différentes décompositions qu'éprouvent les rayons du Soleil dans l'atmosphère de la Terre qui sert alors de prisme. On ne doit donc plus chercher la raison pour laquelle, généralement parlant, la Lune ne disparoît pas dans les Éclipses avec demeure dans l'ombre; il faut plutôt chercher les raisons particulières qui la font disparoître quelquefois dans de certaines Éclipses.

Je passe ensuite à l'application de mes formules à la détermination de la route des taches du Soleil. La solution que je donne de ce Problème, est fort différente, quant à la forme, des solutions que l'on trouve dans les Traités d'Astronomie. Je commence d'abord par mettre le Problème en équation; je suppose ensuite que l'on connoît les élémens d'une manière assez approchée pour employer les méthodes différentielles; en un mot, j'applique à cette question un genre d'analyse entièrement semblable à celle dont j'ai fait usage pour les Éclipses de Soleil: j'ajouterai que je ne suppose pas que les taches soient adhérentes à la surface du Soleil, & que j'ai assez d'équations pour déterminer la question, sans compliquer le Problème.

Je termine ce Mémoire par l'application des latitudes corrigées, à plusieurs Problèmes géodésiques; tels que le calcul de la perpendiculaire à la méridienne, & des loxodromiques dans l'hypothèse de la Terre elliptique.

ARTICLE PREMIER.

Des Erreurs occasionnées par la Réfraction.

(2.) LES distances observées des cornes & des limbes, que je considérerai dans ce Mémoire, doivent être évaluées en minutes & secondes de degré ; au reste, cette première opération ne présente aucune difficulté. On commencera d'abord par mesurer le diamètre du Soleil, au moyen d'un micromètre ; & comme cet élément est connu pour le jour de l'Éclipse, on remarquera le nombre de tours du micromètre auquel il répond ; on évaluera ensuite en minutes & secondes de degré, les quantités observées, par la simple proportion suivante.

Le nombre de tours du micromètre qui répond au diamètre du Soleil, est au nombre connu de secondes de degré que renferme cet élément, comme le nombre de tours du micromètre qui mesure la quantité observée, est au nombre de secondes de degré que contient cette dernière quantité.

(3.) Je ne parlerai point de l'évaluation de l'Éclipse par le nombre de doigts éclipsés du disque du Soleil ; outre que cette évaluation n'est pas susceptible du même degré d'exactitude que la distance des limbes, il est aisé de sentir que cette manière de représenter la grandeur de l'Éclipse, retombe dans les évaluations précédentes ; puisqu'elle consiste à partager le disque du Soleil en douze doigts, & chaque doigt en soixante minutes, au lieu de le supposer partagé en minutes, & chaque minute en secondes.

SECTION PREMIÈRE.

Méthode pour dépouiller les grandeurs observées, des erreurs de la réfraction.

(4.) Je me propose de déterminer dans cette Section les distances vraies des limbes & des cornes, d'après l'observation de ces mêmes distances affectées de la réfraction. On sait que l'effet de cette illusion optique est de déformer le disque

du Soleil, qui, de circulaire, devient elliptique. La théorie des réfractions n'est pas rigoureusement connue, elle dépend de plusieurs circonstances variables, qu'il n'est pas possible de faire entrer en ligne de compte: il faut donc, en général, pour des déterminations délicates, éviter d'employer des observations faites trop près de l'horizon. Il y a cependant des observations que la réfraction ne peut point altérer: telles sont, par exemple, celles du commencement & de la fin de l'Éclipse. Comme il s'agit alors d'un contact sans étendue, la proximité de l'horizon ne change rien aux résultats. Dans tout autre cas, les distances observées sont d'autant plus altérées, que le Soleil est plus près de l'horizon, & que ces distances approchent plus de la ligne verticale.

(5.) Quoique, géométriquement parlant, il n'y ait aucun cas où les distances observées ne soient altérées par la réfraction, il est cependant vrai de dire, que si la hauteur du Soleil, lors des observations, surpassoit 30 degrés, il seroit superflu de rectifier les distances observées. En effet, les altérations causées par la réfraction, ne doivent entrer en ligne de compte qu'autant que chaque point du disque du Soleil éprouve une réfraction différente, autrement, la totalité du disque étant déplacée d'une même quantité, les apparences ne seroient point troublées. Le diamètre moyen du Soleil est d'environ 32 minutes de degré. La différence des réfractions qu'éprouvent les bords supérieur & inférieur de cet astre, n'est que de 2 secondes, en supposant le Soleil élevé de 30 degrés sur l'horizon; la réfraction n'altère donc que de 2 secondes une grandeur verticale de 32 minutes, tandis qu'elle n'opère aucune altération sensible dans les grandeurs horizontales. Les quantités que l'on mesure dans une Éclipse, c'est-à-dire, les distances des cornes, des limbes, &c. ne peuvent pas surpasser le diamètre du Soleil: le *maximum* d'erreur que l'on puisse commettre en négligeant l'effet de la réfraction, est donc une erreur de 2 secondes, en supposant la quantité observée entièrement verticale. Mais l'erreur est d'autant moindre que cette quantité est plus petite, &

que sa position approche davantage d'être horizontale. On doit donc conclure que si, lors des observations, la hauteur du Soleil, surpasse 30 degrés, l'on peut n'avoir aucun égard à la réfraction. Il n'en seroit pas de même si la hauteur du Soleil, étoit moindre que 30 degrés; il pourroit alors devenir indispensable de dépouiller les quantités observées, de l'effet de la réfraction, sur-tout si ces quantités étoient un peu considérables & qu'elles fussent verticales.

(6.) Si tous les points du disque du Soleil éprouvoient une égale réfraction, toutes les grandeurs prises sur ce disque ne seroient point altérées; le disque paroîtroit seulement déplacé; la déformation du disque vient de l'inégalité des réfractions. La partie inférieure éprouvant une réfraction plus grande que la partie supérieure, les points inférieurs sont rapprochés des supérieurs, & les distances verticales sont accourcies. Pour ne point compliquer ce sujet par des difficultés étrangères à la question, je supposerai que dans l'espace qu'occupe le disque du Soleil, les angles formés par les rayons directs & réfractés, émanés des différens points du disque, varient d'une manière uniforme dans le sens vertical. Je n'aurai pareillement point égard à l'altération que peuvent éprouver les grandeurs horizontales, par l'effet de la réfraction, attendu que cette altération est très-petite.

Pour s'en convaincre, on remarquera que l'altération d'une grandeur horizontale quelconque, par l'effet de la réfraction, s'exprime par l'équation suivante,

$$(1) \ d (\text{distance horizontale}) = \frac{\text{distance horizontale} \times \text{réfraction}}{\text{tangente distance au zénith}}.$$

La distance horizontale ne peut dans aucun cas surpasser le diamètre du Soleil, c'est-à-dire, environ 32 minutes; la quantité d (distance horizontale) est donc toujours sensiblement nulle; je ferai voir dans la suite, l'exactitude de cette conclusion.

(7.) La remarque précédente, donne tout de suite la manière d'avoir l'équation au disque du Soleil déformé par la réfraction. Soit en effet $IMAmI$ le disque du Soleil, I le

Fig. 1.

N n ij

Fig. 1. bord inférieur, A le bord supérieur, SA le rayon du disque circulaire, HIR une ligne horizontale menée par le bord inférieur I ; ISA la verticale passant par les points I, S, A du disque. Si maintenant l'on nomme

s le demi-diamètre du Soleil,

x l'abscisse IP ,

y l'ordonnée PM ,

& que l'on cherche l'équation au disque du Soleil, par rapport aux coordonnées IP, PM , & à l'origine I , l'on aura pour équation

$$(1) \quad x^2 - 2sy + y^2 = 0.$$

Cherchons maintenant l'équation au disque déformé du Soleil, par rapport aux mêmes lignes des coordonnées, & à la même origine I . Soit

x l'abscisse IP ,

y' la nouvelle ordonnée PM' .

D'après la construction précédente, le point I sera réfracté en I' , & la quantité II' sera celle qui convient à la réfraction du bord inférieur du Soleil. Quant au point M , il sera réfracté en M' ; mais PM' ne sera point égal à $II' + PM$, ce qui auroit lieu, si tous les points du disque éprouvoient une égale réfraction; l'on aura au contraire $PM' = II' + PM - \epsilon$, ϵ étant d'ailleurs une quantité proportionnelle à PM ; ou, ce qui revient au même, l'on aura

$$PM' = II' + PM - \frac{f}{g} PM, \quad \frac{f}{g} \text{ étant une quantité constante. Soit}$$

$\beta = II' =$ la réfraction du bord inférieur,

$\frac{f}{g} =$ un rapport que nous apprendrons à connoître.

On aura évidemment $x' = x$; $y' = \beta + y - \frac{f}{g} y$;

& substituant ces valeurs dans l'équation (1), elle deviendra

$$(2) \quad \left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 x'^2 - 2\left(1 - \frac{f}{g}\right)x(y' - \beta)s + (y' - \beta)^2 = 0.$$

Cette équation est à une ellipse, dont le centre est Fig. 1. situé sur la ligne IPA , à la distance $\beta + s(1 - \frac{f}{g})$ du point I ; le grand axe de cette ellipse $= 2s$, & le petit axe $= 2s(1 - \frac{f}{g})$.

(8.) Pour déterminer maintenant la valeur de $\frac{f}{g}$, je remarque que $2s =$ le grand axe de l'ellipse dont il s'agit, & que $2s(1 - \frac{f}{g}) =$ le petit axe; $2s \times \frac{f}{g}$ exprime donc la différence du grand axe au petit axe; mais d'ailleurs il est aisé de voir *a priori*, que cette différence est égale à la quantité dont la réfraction du bord inférieur du Soleil surpasse la réfraction du bord supérieur; si donc l'on nomme

δ la différence des réfractions qu'éprouvent les bords inférieur & supérieur du Soleil,

on aura $2s \times \frac{f}{g} = \delta$, ou

$$(1) \quad \frac{f}{g} = \frac{\delta}{2s},$$

l'équation qui servira à déterminer la valeur de $\frac{f}{g}$. Un exemple va nous éclaircir.

(9.) Supposons qu'à un certain jour & à une certaine heure, le limbe inférieur du Soleil paroisse élevé de $9^d 44'$ sur l'horizon, que la hauteur apparente du limbe supérieur soit de $10^d 16'$, que le disque de cet Astre soit de $32' 17''$, & imaginons que l'on veuille déterminer dans cette hypothèse toutes les quantités qui entrent dans les équations précédentes. Je cherche dans les Tables de réfractions, celle qui convient à une distance du zénith de $80^d 16'$ & de $79^d 44'$; je trouve pour la distance de $80^d 16'$ du zénith, $5' 37''$ de réfraction; & $5' 20''$ pour une distance de $79^d 44'$. On

aura donc $\beta = 5' 37''$, $\delta = 17''$, $2s = 32' 17''$,
 $\frac{f}{g} = \frac{17''}{32' 17''} = \frac{17}{1937}$; l'équation au disque du Soleil
 déformé par la réfraction sera donc une ellipse, dont le grand
 axe, c'est-à-dire l'axe horizontal, sera au petit axe, c'est-à-dire
 à l'axe vertical, comme 1 est à $1 - \frac{17}{1937}$, comme 1937,
 est à 1920.

(10.) Les considérations précédentes fournissent une méthode bien simple pour dépouiller une grandeur quelconque mesurée sur le disque du Soleil déformé par la réfraction, de l'effet de cette illusion optique.

Fig. 1. Soit $m' M'$ la grandeur mesurée sur le disque déformé du Soleil, Mm la grandeur correspondante sur le disque non déformé; il s'agit de conclure la grandeur Mm , de la quantité $M' m'$. Pour y parvenir, des points M', m' , j'abaisse sur l'horizontale HIR , les droites $M'P, m'p$, qui d'après la construction passent par les points M, m . Des points M', M , je mène à la ligne verticale $m'mp$, les perpendiculaires $M'n', Mn$; & j'appelle A , l'angle $m' M' n'$. D'après les constructions précédentes, puisque les points M', m' du disque déformé du Soleil, correspondent aux points M, m du disque non déformé, on a d'abord $M'n' = Mn$; d'ailleurs (S. 7),

$$PM' = \beta + PM - \frac{f}{g} PM,$$

$$pm' = \beta + pm - \frac{f}{g} pm.$$

Donc

$$m'n' = pm' - PM' = pm - PM - \frac{f}{g}$$

$$\times (pm - PM) = mn - \frac{f}{g} \times mn = (1 - \frac{f}{g}) \times mn.$$

De plus $M'n' = \frac{M'm' \cos. A}{\text{rayon}} ; m'n' = \frac{M'm' \sin. A}{\text{rayon}} ;$

donc $Mn = \frac{M'm' \cos. A}{\text{rayon}} ; (1 - \frac{f}{g}) mn = \frac{M'm' \sin. A}{\text{rayon}} ;$

& par conséquent $mn = \frac{M'm' \sin. A}{(1 - \frac{f}{g}) \text{ rayon}} ;$

donc $Mm : M'm' :: \sqrt{(\cos.^2 A + \frac{\sin.^2 A}{(1 - \frac{f}{g})^2})} : \text{rayon} ;$

donc $Mm = \frac{M'm' \sqrt{[(1 - \frac{f}{g})^2 \cos.^2 A + \sin.^2 A]}}{(1 - \frac{f}{g}) \text{ rayon}} .$

Soit enfin L un angle tel que $\text{tang. } L = \frac{\text{tang. } A}{1 - \frac{f}{g}} ;$

on aura

$$(1) \quad Mm = \frac{M'm' \cos. A}{\cos. L} .$$

(11.) Il est évident, d'après les constructions précédentes, que l'angle L est l'angle que fait avec une droite horizontale menée sur le disque non déformé du Soleil, la véritable distance Mm ; c'est-à-dire, qui eût été observée sans la réfraction.

Si l'on part des suppositions du §. 9, que l'on suppose de plus que la grandeur observée $M'm'$ soit de 10 minutes, & qu'elle fasse un angle de 45 degrés avec la ligne horizontale menée par le centre du Soleil, on aura

$$1 - \frac{f}{g} = 1 - \frac{17}{1937} = \frac{1920}{1937} ; \text{ angle } A = 45^{\text{d}} ;$$

$$\text{tang. } A = \text{rayon} ; \text{ tang. } L = \frac{1937}{1920} \text{ rayon} ; \text{ angle } L = 45^{\text{d}} 15' 10'' ;$$

$$M'm' = \frac{10' \times \cos. 45^{\text{d}}}{\cos. (45^{\text{d}} 15' 10'')} = 10' 2'', 8 .$$

Les Tables des réfractions, telles qu'on les a, sont construites en partant des hauteurs apparentes; c'est-à-dire

qu'étant donnée une hauteur apparente d'un Astre, on trouve par les Tables, la réfraction que cet Astre a éprouvée. Supposons donc que l'on ait observé la hauteur apparente du limbe inférieur du Soleil, on aura bien la réfraction que ce limbe aura éprouvée; mais on n'aura pas immédiatement celle du limbe supérieur. Au reste, il sera facile, au moyen des Tables en usage parmi les Astronomes, de conclure cette quantité, ainsi que les réfractions pour les hauteurs vraies.

(12.) Dans les recherches précédentes, nous avons supposé connu l'angle A , c'est-à-dire l'angle que fait la quantité observée, avec la droite horizontale menée par le centre du Soleil. Comme il n'est pas nécessaire que ce dernier élément soit déterminé avec la dernière exactitude, il sera facile, dans chaque circonstance, d'imaginer des moyens simples qui donnent cet élément avec une exactitude suffisante. Un des moyens les plus faciles, est celui que j'ai vu pratiqué par M. le Président de Saron: il consiste à diriger un fil mobile dans le sens de la quantité observée, & de mesurer l'angle de ce fil avec un fil horizontal mené par le centre du Soleil; l'angle se détermine aussi exactement qu'il est nécessaire avec un simple rapporteur. On peut aussi suppléer à l'observation par le moyen du calcul, en remarquant que la distance des limbes n'est que le prolongement de la droite, qui joint les centres du Soleil & de la Lune; & que la ligne qui joint les cornes est perpendiculaire à cette droite. Si donc, au moyen d'éléments tirés de bonnes Tables astronomiques, l'on calcule pour l'instant de l'observation, l'angle que fait la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec la ligne que j'ai définie dans mes précédens Mémoires, *ligne de comparaison*; & que de plus l'on détermine par les Méthodes de l'article VII
 74. de mon onzième Mémoire, l'angle de cette ligne de comparaison avec la droite horizontale menée par le Soleil, on en conclura l'angle de la grandeur observée avec la ligne horizontale en question, c'est-à-dire l'angle A ; & ce calcul suppléera à l'observation. Nous pouvons donc supposer
 maintenant

maintenant les quantités observées dépouillées des erreurs occasionnées par la réfraction.

SECTION SECONDE.

Discussion du Principe employé dans les Recherches précédentes.

(13.) Dans les recherches précédentes, nous avons supposé que dans l'espace qu'occupe le disque du Soleil, & qui est d'environ 32 minutes, les angles formés par les rayons directs & réfractés, émanés des différens points du disque, varient d'une manière uniforme dans le sens vertical; c'est-à-dire, par exemple, que si le bord inférieur éprouve une réfraction de 2 minutes, & que le bord supérieur éprouve une réfraction de 1' 50", nous avons supposé que le centre éprouvera une réfraction de 1' 55". Quoique le simple énoncé de ce principe fût pour le faire adopter, il ne sera cependant pas inutile de le rapprocher de la règle adoptée par les Astronomes, pour calculer les réfractions.

(14.) L'Astronomie nous apprend que la réfraction, ou si l'on veut, l'angle formé par le rayon direct & par le rayon réfracté, est proportionnel à la tangente de la distance au zénith, diminuée de trois fois la réfraction; ainsi, par exemple, si l'on nomme α la réfraction qui convient à la distance de 45 degrés du zénith, augmentée de trois fois la réfraction, pour que cette distance diminuée de trois fois la réfraction soit égale à 45 degrés, la quantité α sera d'environ 57"; & l'on aura, en nommant

z la distance au zénith diminuée de trois fois la réfraction.

$$(1) \text{ Réfraction} = \frac{\tan. z}{r} \times \alpha.$$

Je supprime les petites attentions de calcul qu'il faut avoir, eu égard à la température de l'air & à la hauteur du baromètre; elles sont absolument étrangères à la question que j'agite; j'emprunte uniquement de l'Astronomie, la forme de l'équation.

Mém. 1775.

O o

Fig. 1. (15.) Il suit de l'équation précédente, que si l'on nomme

β la réfraction du point I ,

H la hauteur vraie de ce point;

& par conséquent

$H + 4\beta$ la hauteur apparente augmentée de trois fois la réfraction, on aura

$$(1) \quad \beta = \frac{a}{r} \times \cotang. (H + 4\beta).$$

Si l'on nomme ensuite

R la réfraction du point M ,

la hauteur vraie étant $H + y$, on aura

$$(2) \quad R = \frac{a}{r} \times \cotang. (H + y + 4R) = \frac{a}{r} \times \cotang. (H + 4\beta + y + 4R - 4\beta);$$

& en développant cette quantité par la méthode connue des suites, & supposant $d(H + 4\beta)$ constant, on aura

$$(3) \quad R = \frac{a}{r} \cotang. (H + 4\beta) + \frac{a}{r} (y + 4R - 4\beta) \times \frac{d \cot. (H + 4\beta)}{d(H + 4\beta)} + \frac{a}{r} (y + 4R - 4\beta)^2 \times \frac{d^2 \cot. (H + 4\beta)}{2 d(H + 4\beta)^2} + \&c.$$

Retranchant de cette équation, l'équation (1), on aura

$$(4) \quad R - \beta = \frac{a}{r} (y + 4R - 4\beta) \times \frac{d \cot. (H + 4\beta)}{d(H + 4\beta)} + \frac{a}{r} (y + 4R - 4\beta)^2 \times \frac{d^2 \cot. (H + 4\beta)}{2 d(H + 4\beta)^2} + \&c.$$

Si l'on suppose, pour simplifier,

$$(5) \quad R - \beta = \beta';$$

on aura

$$(6) \quad \beta' = \frac{a}{r} (y + 4\beta') \times \frac{d \cot. (H + 4\beta)}{d(H + 4\beta)} + \frac{a}{r} (y + 4\beta')^2 \times \frac{d^2 \cot. (H + 4\beta)}{2 d(H + 4\beta)^2} + \&c.$$

(16.) Si l'on ne veut avoir égard qu'aux termes de l'ordre αy , on aura

$$(1) \beta' = \frac{\alpha}{r} y \times \frac{d \cot. (H + 4\beta)}{d(H + 4\beta)}.$$

Mais si l'on veut pousser la précision jusqu'aux termes de l'ordre $\alpha^2 y$ & αy^2 , on substituera cette première valeur de β' dans le premier terme de l'équation (6) du §. 15, & l'on aura

$$(2) \beta' = \frac{\alpha}{r} y \times \frac{d \cot. (H + 4\beta)}{d(H + 4\beta)} + \frac{4\alpha^2}{r^2} y \times \left(\frac{d \cot. (H + 4\beta)}{d(H + 4\beta)} \right)^2 + \frac{\alpha}{r} y^2 \times \frac{d^2 \cot. (H + 4\beta)}{2 d(H + 4\beta)^2}.$$

En suivant cette méthode, on pourra facilement porter la précision aussi loin qu'on le jugera à propos; mais il est aisé de voir que la quantité $\frac{\alpha y}{r}$ étant déjà très-petite, les quantités suivantes peuvent être négligées.

Présentement, par nos constructions, on a $y' = y + R$; d'ailleurs [§. 15, équat. (5)] $R = \beta + \beta'$; donc si l'on substitue à β' la valeur, on aura pour y' une expression de cette forme,

$$(3.) y' = \beta + y - \frac{f}{g} \times y + \frac{f'}{g'} \times y^2 + \&c.$$

(17.) Pour parvenir à l'équation au disque déformé du Soleil, nous nous sommes contentés des trois premiers termes; c'est-à-dire que nous avons supposé $y' = \beta + y - \frac{f}{g} \times y$, en négligeant les termes ultérieurs. Nous avons même poussé la précision du calcul, jusqu'à donner à $\frac{f}{g}$, une expression telle que lors des plus grandes valeurs de y' , ces valeurs cadrassent avec celles données par le développement rigoureux de la véritable expression.

Nous remarquerons ici, que si l'on vouloir continuer le développement de la valeur de y' du §. 16, & s'arrêter au terme suivant, l'équation au disque déformé du Soleil seroit du

quatrième degré; elle seroit du sixième degré, si l'on ajoutoit encore le terme suivant, & ainsi de suite. Nous remarquerons aussi que toutes les grandeurs qui sont linéaires sur le disque non déformé du Soleil, telles que les distances des centres, des cornes, des limbes, &c. & qui restent linéaires dans notre supposition, deviendroient courbes dans les autres hypothèses. En effet, toutes les grandeurs linéaires, sur le disque non déformé du Soleil, sont représentées par des équations de la forme suivante,

$$(1) \ x + y - d = 0.$$

Le degré des équations ne s'élèvera donc point dans notre supposition, mais il s'élèveroit dans les suppositions contraires.

(18.) On sait qu'il n'est pas possible de compter sur des observations faites à l'horizon; l'incertitude des réfractions, & mille autres circonstances qu'il est inutile de détailler ici, feroient certainement rejeter de pareilles observations, s'il étoit question de déterminations délicates. Ces remarques font voir que l'hypothèse, à laquelle je me suis arrêté, est suffisamment exacte dans la pratique. En effet, si l'on suppose le bord inférieur du Soleil, élevé seulement de 2 degrés sur l'horizon, & que l'on représente le disque du Soleil, par l'équation (2) du §. 7, au lieu de le représenter par l'équation rigoureuse, on trouvera que le *maximum* de différence, sur la hauteur apparente des points du disque qui s'éloignent le plus dans les deux hypothèses, ne produit aucune erreur sensible dans la totalité des observations dont on peut faire usage.

(19.) On peut également sentir la vérité de l'assertion par laquelle nous avons terminé le §. 6. En effet, puisque la réfraction est sensiblement proportionnelle à la tangente de la distance au zénith (je néglige la légère inexactitude de cette supposition), la quantité *d* (distance horizontale) est constante pour toutes les hauteurs de l'Astre. Prenons une distance horizontale de 32 minutes (c'est la plus grande que l'on puisse supposer, puisqu'elle est égale au diamètre du Soleil), & supposons le Soleil élevé de 45 degrés; comme

la réfraction pour 45 degrés, est d'environ 58 secondes, on aura

$$d \text{ (diamètre du Soleil)} = \frac{58'' \times \text{arc } 32'}{\text{rayon}} = 0'',4;$$

on peut donc ; dans tous les cas , négliger cette considération. Nous remarquerons ici, que la théorie s'applique au cas où le Soleil seroit au zénith, ainsi que nous l'avons observé. En effet, dans ce cas la réfraction est d'environ un quart de seconde pour 16' de degré de distance au zénith ; les bords du Soleil sont donc rapprochés du zénith d'environ un quart de seconde ; & par conséquent, les diamètres de cet Astre sont diminués d'une demi-seconde.

Il suit de-là que les diamètres du Soleil que l'on a mesurés, sont moindres d'une demi-seconde que les diamètres réels. Au reste, si l'on vouloit avoir égard à la petite correction que cette considération exige, on pourroit employer le diamètre des Tables, qui, comme nous venons de le voir, est moindre d'une demi-seconde que le diamètre réel, en ayant soin de diminuer de cette même quantité, l'effet de la réfraction sur le diamètre vertical du Soleil ; & alors on pourra ne tenir aucun compte de l'effet de la réfraction dans le sens horizontal.

SECTION TROISIÈME.

De quelques Questions relatives à la détermination des distances apparentes des cornes, & à l'angle que la ligne qui joint les cornes, fait avec la droite horizontale menée par le centre du Soleil.

(20.) Dans les paragraphes précédens, nous avons indiqué les moyens qui nous ont paru les plus propres & les plus faciles pour déterminer les distances observées sur le disque du Soleil, & l'angle qu'elles font avec la droite horizontale menée par le centre de cet astre : nous allons présenter maintenant quelques Questions relatives au même objet. Dans ces recherches, nous appellerons *distances horizontales*, les distances mesurées sur le diamètre horizontal du disque du

Soleil, & évaluées en parties du disque : nous appellerons *distances verticales*, les distances mesurées sur le diamètre vertical du Soleil, & évaluées pareillement en parties du disque. Ainsi, par exemple, les distances AB , Ac , sont des distances horizontales ; les distances DE , DF , sont des distances verticales.

Fig. 2.

(21.) Si l'on considère une distance GH des cornes, & que des points G, H , l'on abaisse sur le diamètre horizontal & sur le diamètre vertical du Soleil, les perpendiculaires GB , Hc , GE , HF ; il est évident que cette distance GH est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont la différence des distances horizontales Ac , AB comprise entre les perpendiculaires abaissées sur le diamètre horizontal, est un des côtés, & dont la différence des distances verticales DF , DE , comprise entre les perpendiculaires abaissées sur le diamètre vertical, est l'autre côté. Donc, toutes les fois que l'on connoîtra la différence des distances horizontales & verticales des cornes, on connoîtra facilement la distance des cornes, & l'inclinaison que fait avec le diamètre horizontal du Soleil la ligne qui joint ces cornes. On concluroit aussi facilement cette inclinaison si l'on connoissoit la distance des cornes, avec la différence des distances horizontales ou la différence des distances verticales ; mais il est inutile de s'étendre sur ce sujet. Je me contenterai de résoudre les Questions suivantes, dont la solution ne se présente pas aussi facilement.

Étant données les distances horizontales observées de chacune des cornes au limbe du Soleil, déterminer la distance vraie des cornes, & l'inclinaison sur le diamètre horizontal du Soleil !

Étant données les distances verticales observées de chacune des cornes au limbe du Soleil, déterminer la distance vraie des cornes, & l'inclinaison sur le diamètre horizontal du Soleil !

(22.) Pour déterminer la distance vraie des cornes & l'inclinaison de cette ligne, sur le diamètre horizontal du Soleil, d'après l'observation des distances horizontales de chacune des cornes au limbe du Soleil ; je remarque que

la réfraction n'agissant point sur ces distances, on peut Fig. 2. conclure directement la distance des cornes qui auroit lieu, si le disque du Soleil n'étoit pas déformé par la réfraction, ainsi que le véritable angle que fait cette distance avec le diamètre horizontal du Soleil.

En effet, si l'on nomme

s le demi-diamètre du Soleil,

x l'abscisse AB ,

y l'ordonnée BG ,

& que l'on cherche l'équation au disque du Soleil, par rapport au diamètre horizontal mené par le point A , & à la parallèle au diamètre vertical menée par le même point A , on aura

$$(1) \quad x^2 - 2sx + y^2 = 0.$$

Dans cette équation, supposons successivement deux abscisses particulières x' & x'' , & cherchons la valeur correspondante des ordonnées y' & y'' ; l'on aura évidemment,

$$y' = \sqrt{2sx' - x'^2}, \quad y'' = \sqrt{2sx'' - x''^2}; \quad \&$$

comme la distance des cornes demandée est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont les deux côtés sont $x'' - x'$, & $y'' \pm y'$; on aura

$$(2) \quad \text{Distance des cornes} = \sqrt{\{(2s - x')x'' + (2s - x'')x' \pm 2\sqrt{x'x''} \times (2s - x') \times (2s - x'')\}}.$$

On doit entendre par x' & x'' , les deux distances horizontales des cornes, au limbe du Soleil.

(23.) L'équation du paragraphe précédent, donne une double valeur pour la distance des cornes; & en effet, il est aisé de voir que les mêmes distances horizontales des cornes au limbe du Soleil, peuvent convenir à deux distances différentes GH , gH des cornes. Le choix des deux expressions n'est pas difficile; on prendra la plus grande valeur, si l'observation fait connoître que les deux pointes des cornes sont situées de côté différent, par rapport au diamètre horizontal du Soleil; on prendra la plus petite valeur, si les pointes des cornes sont situées du même côté, par rapport au diamètre horizontal.

Quant à l'angle de la ligne des cornes avec le diamètre horizontal du Soleil, il a pour expression de son cosinus ,

$$(1) \cos. (\text{angle de la ligne des cornes avec le diam. horiz. } \odot) = \frac{r(x'' - x')}{\text{diff. des cornes}}.$$

(24.) La détermination de la distance vraie des cornes & de l'inclinaison de la ligne des cornes sur le diamètre horizontal du Soleil , d'après l'observation des distances verticales de chacune des cornes au limbe du Soleil , ne présente pas plus de difficulté. Nous remarquerons d'abord, que la réfraction altérant les distances verticales, il faudroit naturellement avoir recours à l'équation au disque déformé du Soleil; mais si l'on fait attention que ces distances verticales sont toutes altérées d'une manière uniforme, & dans le rapport du petit axe au grand axe de l'ellipse, qui représente le disque déformé du Soleil, on verra facilement qu'en augmentant toutes les distances verticales observées, dans le rapport du grand axe au petit axe du disque déformé du Soleil, on retombera dans l'hypothèse du disque sphérique. Cette première opération permettra d'employer une équation analogue à l'équation (2) du §. 22; si donc nous exprimons par y'' & y' , les deux distances verticales des cornes au limbe du Soleil, corrigées ainsi qu'il a été dit ci-dessus, on aura

$$(1) \text{ Distance des cornes} = \sqrt{\{(2s - y') \times y'' + (2s - y'') \times y' \pm 2 \sqrt{y' y'' \times (2s - y') \times (2s - y'')}\}}.$$

Quant à l'angle de la ligne des cornes avec le diamètre horizontal du Soleil, il a pour expression de son sinus

$$(2) \sin. (\text{angle de la ligne des cornes avec le diam. horiz. du } \odot) = \frac{r(y'' - y')}{\text{diff. des cornes}}.$$

(25.) Les expressions de la distance des cornes, & de l'angle de la ligne des cornes avec le diamètre horizontal du Soleil, des paragraphes précédens, sont celles qui ont lieu pour le disque non déformé du Soleil. Si l'on vouloit avoir les expressions analogues pour le disque déformé, on remarquera qu'en supposant, comme dans le §. 7, que le
grand

grand axe de l'ellipse qui représente le disque déformé du Soleil, est au petit axe, dans le rapport de 1 à $1 - \frac{f}{g}$; l'équation au disque déformé, sera

$$(1) \left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 \times (x^2 - 2sx) + y^2 = 0.$$

Donc en nommant x' , x'' les deux distances horizontales des cornes, au limbe du Soleil, on aura

(2) Distance des cornes sur le disque déformé =

$$\sqrt{\{x'' - x'\}^2 + \left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 \times [x'(2s - x') + x''(2s - x'')] \pm 2\left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 \sqrt{x'x'' \times (2s - x') \times (2s - x'')}}.$$

Quant à l'angle de la ligne des cornes, avec le diamètre horizontal du Soleil, l'expression de son cosinus a la même forme que dans le §. 23.

(26.) On pourroit pareillement conclure la distance des cornes sur le disque déformé du Soleil, & l'inclinaison de la ligne des cornes sur le diamètre horizontal du Soleil, d'après l'observation des distances verticales de chacune des cornes au limbe du Soleil. Si donc l'on entend par y'' , y' les deux distances verticales des cornes, au limbe du Soleil, qui dans ce cas doivent être employées comme elles sont données immédiatement par l'observation, on aura

$$(1) \text{ distance des cornes sur le disque déformé} = \frac{1}{1 - \frac{f}{g}} \times$$

$$\sqrt{\left\{\left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 \times (y'' - y')^2 + y' [2s \left(1 - \frac{f}{g}\right) - y'] + y'' [2s \left(1 - \frac{f}{g}\right) - y'] \pm 2 \sqrt{y'y'' [2s \left(1 - \frac{f}{g}\right) - y'] \times [2s \left(1 - \frac{f}{g}\right) - y']}\right\}}$$

Quant à l'angle de la ligne des cornes avec le diamètre horizontal du Soleil, l'expression de son sinus a la même forme que dans le §. 24.

(27.) On pourroit aussi se proposer de déterminer l'inclinaison de la ligne des cornes sur le diamètre horizontal du

Soleil, en supposant connues la distance des cornes & la distance, soit horizontale, soit verticale d'une des cornes au limbe du Soleil. En effet, puisque les équations (1) & (2) des §. 23 & 24, déterminent cette inclinaison, en supposant toutefois connues la distance des cornes & la distance soit horizontale, soit verticale de chacune des cornes au limbe du Soleil; que d'ailleurs, la distance des cornes entr'elles, ainsi que la distance d'une des cornes au limbe du Soleil, sont données par l'observation; le Problème se réduit à déterminer la distance inconnue de l'autre corne, au limbe du Soleil, par l'une des équations (2) ou (1), des §. 25 & 26. Il est vrai que dans le cas du disque elliptique du Soleil, le Problème est du quatrième degré; mais il s'abaisse au second dans le cas du disque circulaire, ainsi qu'il est aisé de le vérifier par l'inspection des équations (2) & (1), des §. 22 & 24. Quoique dans ce dernier cas, il soit très-facile de résoudre l'équation du second degré qui donne la solution de la question: voici une construction plus simple qui conduira au même but.

Fig. 3. (28.) Soit GH la distance observée des cornes dans l'hypothèse du disque circulaire; AB la distance horizontale d'une des cornes G au limbe du Soleil; S le centre du Soleil. Par la corne G , je mène le rayon SG ; par le point D milieu de la distance des cornes, je mène la perpendiculaire SD , & je suppose la distance GH des cornes prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre le diamètre SA du Soleil, quelque part en un point R .

Il est évident d'après cette construction, que l'angle SRD , est l'angle que l'on se propose de connoître. Cet angle est le complément de l'angle RSD ; or ce dernier angle est égal à la somme des angles GSD , $GS R$. Si donc l'on nomme x la distance horizontale donnée d'une des cornes au limbe du Soleil, & ϕ , ϕ' deux angles tels que

$$(1) \sin. \phi = \frac{\text{rayon} \times \frac{1}{2} \text{ distance des cornes}}{\text{demi-diamètre } \odot}.$$

$$(2) \text{ cof. } \varphi' = \frac{(\text{demi-diamètre } \odot - x) \times \text{rayon}}{\text{demi-diamètre } \odot},$$

Fig. 3.

on aura

$$(3) \text{ angle de la ligne des cornes avec le demi-diam. horiz. du } \odot = 90^\circ - \varphi - \varphi'.$$

(29.) On résoudroit le Problème d'une manière analogue dans le cas où ce seroit une distance verticale d'une des cornes au limbe du Soleil qui seroit connue. Il pourroit aussi arriver que l'angle RSD , au lieu d'être égal à la somme des angles GSD , GSR , fût égal à la différence de ces angles, alors on auroit

$$(1) \text{ angle de la ligne des cornes avec le demi-diam. horiz. } \odot = 90^\circ - \varphi + \varphi'.$$

C'est à l'observation à indiquer le cas particulier qui a lieu.

Nous n'insisterons pas davantage sur ces recherches; je passe à ce qui regarde l'inflexion des rayons solaires.

ARTICLE II.

De l'Inflexion des Rayons solaires.

SECTION PREMIÈRE.

Recherches préliminaires relatives à l'inflexion des rayons solaires.

(30.) Après avoir dépouillé les observations de l'effet de la réfraction, je dois déterminer la relation entre la distance des centres du Soleil & de la Lune, & les distances des limbes & des cornes. Si les rayons solaires ne souffroient aucune déviation de leur route rectiligne en passant près de la Lune, les Problèmes que je me propose de résoudre, offriroient moins de difficultés, mais les différens phénomènes que j'ai discutés jusqu'ici, ne paroissent pas permettre de s'arrêter à cette hypothèse simple. Il suffit même que l'hypothèse contraire soit possible, pour chercher à démêler la vérité. Je vais donc pour éviter la multiplicité des formules, déterminer tout de suite la relation entre la distance des centres, la distance des limbes & des cornes, & les demi-diamètres du Soleil &

de la Lune, en supposant que les rayons solaires s'infléchissent d'une manière quelconque, en passant près de la Lune. Le cas plus simple de l'inflexion nulle sera un cas particulier des formules générales.

(31.) Comme il n'est pas possible d'attribuer l'inflexion des rayons solaires qui passent près de la Lune, en cas toutefois que le phénomène existe, à une autre cause qu'à une atmosphère répandue autour de cet Astre, & qui réfracte les rayons du Soleil, c'est au centre de la Lune, comme terme de comparaison, que je rapporterai toutes les constructions. Je mènerai par le centre de la Lune & par l'œil de l'observateur une droite indéfinie; j'évaluerai l'inflexion relativement à cet axe; je supposerai que les rayons du Soleil qui parviennent à l'Observateur, éprouvent une déviation de leur route rectiligne, telle que le nouvel angle qu'ils forment avec cet axe soit dans un rapport quelconque avec l'angle qu'ils auroient formé s'ils fussent arrivés en ligne droite à l'Observateur. Il est superflu d'avertir que dans tout ce que je vais dire, j'entendrai toujours par le demi-diamètre du Soleil, celui qui est donné, soit par les Tables, soit par l'observation pour le jour de l'Éclipse; & par le demi-diamètre de la Lune, son demi-diamètre apparent, celui en un mot qui convient à l'instant de l'observation & dont nous avons donné l'expression (*IV. Mémoire*, §. 122). Passons à l'analyse du Problème.

Fig. 4. (32.) Soit L le centre du disque apparent de la Lune; S le centre du disque du Soleil; $ELSe$ la droite qui joint les centres du Soleil & de la Lune; CED le disque apparent de la Lune, que je suppose circulaire; eCD le disque apparent du Soleil que je suppose également circulaire; LS la ligne des abscisses relativement à laquelle je cherche l'équation au disque du Soleil & de la Lune; L l'origine des coordonnées. Soit de plus

l le demi-diamètre apparent LC de la Lune.

s le demi-diamètre SC du Soleil.

x l'abscisse LN .

y l'ordonnée NC .

u l'abscisse Ln .

z l'ordonnée nm .

λ la distance LS des centres du Soleil & de la Lune.

Fig. 4.

On aura évidemment pour équation au disque de la Lune,

$$(1) \ x^2 + y^2 - r^2 = 0;$$

& pour équation au disque du Soleil,

$$(2) \ (u - \lambda)^2 + z^2 - s^2 = 0.$$

Telles seroient les équations qui auroient lieu si les rayons solaires n'étoient point infléchis en passant près de la Lune; mais si l'on suppose dans la lumière une déviation de la route rectiligne, les équations précédentes pourront être troublées: examinons ce qu'elles deviennent dans cette nouvelle hypothèse.

(33.) D'après les constructions du §. 31, le disque apparent de la Lune n'est point altéré par l'inflexion des rayons solaires; l'équation (1) du *paragraphe précéd.* représente donc toujours le disque de cet Astre; & en cela l'hypothèse est conforme à ce qui paroît avoir été constaté par M. le Monnier, dans l'Éclipse annulaire du 25 Juillet 1748, & par M. Short dans l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764. Mais il n'en est pas de même du disque du Soleil. Soit en effet L le centre de la Lune; $LS S'$ la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune; S le centre du disque solaire non altéré par l'inflexion des rayons; S' le centre du nouveau disque altéré par l'inflexion; & conservons les dénominations du §. 32, en nommant d'ailleurs

u l'abscisse Ln du disque déformé,

z l'ordonnée correspondante.

En vertu des suppositions du §. 31, on a LP est à Lp dans un rapport donné. Soit

Fig. 5. $\frac{m}{n}$ le rapport dont il s'agit (j'apprendrai par la suite à déterminer ce rapport).

on aura $\sqrt{u^2 + z^2} : \sqrt{u'^2 + z'^2} :: n : m ;$

de plus $u : z :: u' : z' ;$ l'équation (2) du §. 32 deviendra donc

$$(3) \quad u^2 + z^2 - 2 \lambda u \times \frac{n}{m} + (\lambda^2 - s^2) \times \frac{n^2}{m^2} = 0.$$

C'est l'équation au disque du Soleil affecté de l'inflexion.

(34.) Si l'on discute cette dernière équation, on verra facilement que la courbe qu'elle représente est un cercle dont le rayon $= \frac{sn}{m}$, & dont le centre est situé sur la ligne des abscisses, à une distance $= \frac{\lambda n}{m}$ du centre de la Lune. L'effet de l'inflexion des rayons solaires, consiste donc à changer le disque apparent du Soleil, de manière que la valeur du demi-diamètre & la position du centre éprouvent une altération sensible : il faut alors combiner le disque apparent de la Lune, non pas avec le véritable disque du Soleil, mais avec un disque fictif dont le rayon $= \frac{sn}{m}$, & dont le centre est situé à une distance $= \frac{\lambda n}{m}$ du centre de la Lune. Nous verrons bientôt quel usage on peut faire de cette considération dans les Problèmes qu'il s'agira de résoudre.

(35.) Pour déterminer maintenant le rapport de n à m , je remarque que $n : m :: Lp : LP$. En vertu des constructions précédentes, Lp est la distance du centre de la Lune au point du disque du Soleil transporté de P en p par l'effet de l'inflexion ; LP est la distance du centre de la Lune au point du disque du Soleil non affecté de l'inflexion.

Supposons maintenant que l'on trace le disque $C\pi c$ de la Lune, on aura évidemment

Lp = demi-diam. appar. $L\pi$ de la Lune + dist. πp du rayon solaire infléchi, au limbe de la Lune; Fig. 3.
 LP = demi-diam. appar. $L\pi$ de la Lune + dist. πp du rayon solaire infléchi, au limbe de la Lune
 — inflexion Pp qu'a subi le rayon solaire pour parvenir à l'Observateur.

Donc

$$(1) \frac{n}{m} = \frac{\text{demi-diam. appar. de la Lune} + \text{dist. du rayon solaire infléchi au limbe de la Lune}}{\text{demi-diam. appar. de la Lune} + \text{dist. du rayon infléchi au limbe } C - \text{inflexion } c}$$

Cette dernière équation pourra pareillement servir à connaître l'inflexion lorsque la valeur de $\frac{n}{m}$ sera bien déterminée; on a en effet

$$(2) \text{Inflexion} = (1 - \frac{m}{n}) \times (\text{demi-diam. } C + \text{dist. du rayon infléchi au limbe de la Lune});$$

(36.) Si l'on connoissoit la loi qui règne entre la distance des limbes & l'inflexion correspondante, on pourroit avoir dans tous les cas la valeur de $\frac{n}{m}$. M. Euler, dans les Mémoires de Berlin pour l'année 1748, à l'occasion de l'Éclipse du 25 Juillet de la même année, a cherché à déterminer cette loi, par des considérations sur la densité de l'atmosphère de la Lune. Quoi qu'il en soit, il m'a paru que, pour l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, si l'on part des diamètres de la Lune donnés par les Tables, il est difficile de ne pas admettre une inflexion d'environ 4 secondes dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune. J'ai donc supposé inflexion = 4", lorsque la distance du rayon solaire infléchi au limbe de la Lune = 0. Cette hypothèse m'a donné

$$\frac{n}{m} = \frac{887}{883} = 1,0045... \text{Log. } \frac{n}{m} = 0,0019629.$$

Au reste, je n'ai point dissimulé dans le cours de cet ouvrage, que l'hypothèse de l'inflexion des rayons solaires, quelque plausible qu'elle soit, peut donner lieu à des objections; & qu'il n'est pas impossible d'expliquer les phénomènes par d'autres considérations tirées de la mesure des diamètres de

la Lune & du rapport de la parallaxe au diamètre horizontal de cet Astre. C'est au temps seul à décider irrévocablement cette question. J'observerai aussi que par l'inflexion des rayons solaires, j'entends l'inflexion que ces rayons paroissent subir dans l'atmosphère de la Lune, & qui est tant soit peu différente de celle qu'ils subissent réellement, attendu l'effet de cette même inflexion sur les diamètres apparens de la Lune, ainsi que je l'expliquerai dans la suite.

(37.) Lorsque j'ai dit que l'équation (3) du §. 33, représentoit le disque du Soleil déformé par l'inflexion des rayons qui passent près du limbe de la Lune, il ne faut pas croire que tous les points du disque solaire, tel qu'il paroît à nos yeux, soient véritablement assujettis à la loi d'où j'ai déduit l'équation en question. En effet, il est naturel de penser que la sphère d'activité de la force infléchissante ne s'étend pas à une grande distance de la Lune; on peut donc imaginer que les points du Soleil les plus éloignés du limbe de la Lune, n'éprouvent aucun déplacement, ou que du moins ce déplacement est beaucoup moins sensible que ne le suppose la loi en question. Mais il suffit pour l'exactitude de l'hypothèse, que les points du disque solaire que nous considérons, soient assujettis à la loi dont il s'agit; le reste du disque est absolument indifférent à la question. Nous avons cru devoir présenter ces réflexions, qui répondent d'avance aux objections que l'on pourroit faire sur la manière dont nous avons envisagé le Problème.

(38.) Nous remarquerons en finissant cette Section, que le cas de $\frac{n}{m} = 1$, donne l'inflexion nulle; que le cas de $\frac{n}{m}$ plus grand que 1, donne une véritable inflexion; que le cas de $\frac{n}{m}$ moindre que 1, donne une inflexion négative, c'est-à-dire, une diffraction.

SECTION SECONDE.

De la relation entre la distance des centres & la distance des limbes.

(39.) Je vais donner dans cette Section, la relation entre la distance des centres & la distance des limbes, dans l'hypothèse du rayon infléchi; cette relation servira à résoudre les deux questions suivantes,

Étant donnée la distance apparente des limbes, déterminer la distance vraie des centres du Soleil & de la Lune!

Étant donnée la distance vraie des centres du Soleil & de la Lune, déterminer la distance apparente des limbes!

Pour résoudre ces deux questions, on se rappellera que Fig. 6. pour avoir égard à l'inflexion des rayons solaires, il faut combiner le disque apparent de la Lune, non pas avec le véritable disque du Soleil, mais avec un disque fictif dont

le rayon $= \frac{n}{m}$ demi-diam. solaire, & dont le centre est situé à

une distance $= \frac{n}{m}$ distance vraie des centres. D'ailleurs il est

aisé de vérifier que si L est le centre de la Lune, S le centre du disque du Soleil altéré par l'inflexion, NG le disque de la Lune, $N'E$ le disque apparent du Soleil; la distance GE des limbes égale la distance apparente LS des centres, plus le demi-diamètre apparent SE du Soleil, moins le demi-diamètre LG de la Lune. La distance apparente LS des

centres $= \frac{n}{m}$ distance vraie des centres; le demi-diamètre

apparent SE du Soleil $= \frac{n}{m}$ demi-diamètre vrai; on a donc

(1) Distance des limbes $= \frac{n}{m}$ distance vraie des centres $- \frac{n}{m}$ demi-

diamètre du Soleil $+ \text{demi-diamètre de la Lune} = 0$;

Mém. 1775.

Qq

306 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
d'où l'on conclura

$$(2) \text{ Distance des limbes} = \frac{n}{m} \text{ distance vraie des centres} + \frac{n}{m} \text{ demi-diamètre vrai du Soleil} - \text{demi-diamètre de la Lune.}$$

$$(3) \text{ Distance vraie des centres} = \frac{m}{n} \text{ distance des limbes} + \frac{m}{n} \text{ demi-diamètre de la Lune} - \text{demi-diamètre du Soleil.}$$

On peut donc résoudre les questions proposées.

(40.) On pourroit aussi conclure le demi-diamètre apparent de la Lune, ainsi que le demi-diamètre du Soleil, & la quantité de l'inflexion, si toutes les autres quantités étoient parfaitement connues. L'on auroit

$$(1) \text{ Demi-diam. } c = \frac{n}{m} \text{ dist. vr. des centres} + \frac{n}{m} \text{ demi-diam. } \odot - \text{dist. des limbes}$$

$$(2) \text{ Demi-diam. } \odot = \frac{m}{n} \text{ dist. des limbes} + \frac{m}{n} \text{ demi-diam. } c - \text{dist. des centres}$$

$$(3) \frac{n}{m} = \frac{\text{distance des limbes} + \text{demi-diamètre de la Lune}}{\text{distance des centres} + \text{demi-diamètre du Soleil}}$$

(41.) On remarquera que l'équation (1) du §. 39, exprime la relation entre la distance visible des limbes & les autres quantités de cette équation, lorsque le disque de la Lune n'est pas totalement projeté sur le disque du Soleil. Dans le cas où le disque de la Lune est entièrement projeté sur le disque du Soleil, elle exprime la relation entre la plus grande des deux distances des limbes & les autres quantités qu'elle renferme. Si l'on vouloit avoir dans ce dernier cas, l'expression de la plus petite des deux distances des limbes, on changeroit le signe de la distance des centres, & l'on auroit

$$(1) \text{ Dist. des limbes} + \frac{n}{m} \text{ dist. vr. des centres} - \frac{n}{m} \text{ demi-diam. } \odot + \text{demi-diam. } c = 0;$$

Il faudroit alors faire des changemens analogues dans les équations (2), (3) du §. 39, (1), (2) & (3) du précédent paragraphe.

Comme la relation entre les distances des limbes & l'inflexion que subissent les rayons solaires, n'est pas bien connue,

ainsi que nous l'avons déjà remarqué, il n'est pas possible d'avoir une sécurité complète sur la distance des centres que l'on conclut de la distance observée des limbes. Cette réflexion conduit à préférer à toute autre estime de la grandeur de l'Éclipse, celle qui se déduit de la distance des cornes. Ces distances, que j'ai toujours vu très-aiguës & très-prononcées, me paroissent susceptibles d'être observées avec beaucoup d'exactitude à l'aide du micromètre objectif : d'ailleurs le calcul a l'avantage de ne supposer que la connoissance de l'inflexion particulière que subissent les rayons qui rasent le limbe de la Lune.

SECTION TROISIÈME.

De la relation entre la distance des centres, la distance des cornes, les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, & l'inflexion que subissent les rayons solaires.

(42.) Je vais donner dans cette Section, la relation entre la distance des centres, la distance des cornes, les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, & l'inflexion que subissent les rayons solaires ; cette relation servira à résoudre les questions suivantes.

Étant donnés, la distance apparente des cornes, les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, & la loi de l'inflexion, déterminer la distance vraie des centres du Soleil & de la Lune !

Étant donnés, la distance vraie des centres du Soleil & de la Lune, les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, & la loi de l'inflexion, déterminer la distance apparente des cornes !

Étant donnés, la distance vraie des centres, la distance des cornes, le demi-diamètre du Soleil, & la loi de l'inflexion, déterminer le demi-diamètre apparent de la Lune !

Étant donnés, la distance vraie des centres, la distance des cornes, & les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, déterminer la loi de l'inflexion !

(43.) Pour résoudre ces questions, on se rappellera que

Q q ij

si l'on conserve toutes les dénominations des paragraphes précédens, on a, pour déterminer les équations au disque de la Lune & au disque déformé du Soleil,

$$(1) x^2 + y^2 - l^2 = 0,$$

$$(2) u^2 + z^2 - 2\lambda u \times \frac{n}{m} + (\lambda^2 - s^2) \times \frac{n^2}{m^2} = 0.$$

Dans ces équations,

l = demi-diamètre apparent de la Lune,

λ = distance vraie des centres du Soleil & de la Lune,

s = demi-diamètre vrai du Soleil,

$\frac{n}{m}$ = le rapport qui exprime l'inflexion,

x = l'abscisse. . } au disque lunaire,

y = l'ordonnée. . }

u = l'abscisse. . } au disque altéré du Soleil.

z = l'ordonnée. . }

De plus, puisque dans la question présente, il s'agit de points communs au disque de la Lune & au disque altéré du Soleil, on a $u = x$, $z = y$; & l'équation (2) devient

$$(3) x^2 + y^2 - 2\lambda x \times \frac{n}{m} + (\lambda^2 - s^2) \times \frac{n^2}{m^2} = 0.$$

D'ailleurs y étant l'ordonnée commune aux disques du Soleil & de la Lune, y est évidemment la moitié de la distance des cornes; si donc dans l'équation (3), on élimine la quantité x , au moyen de l'équation (1), on aura

$$(4) m^4 l^4 - 2 m^2 n^2 l^2 \lambda^2 - 2 m^2 n^2 l^2 s^2 + \lambda^4 n^4 - 2 \lambda^2 s^2 n^4 + s^4 n^4 + 4 m^2 n^2 \lambda^2 y^2 = 0,$$

Et comme $y = \frac{1}{2}$ distance des cornes, l'on aura

(5) distance des cornes =

$$\sqrt{\left\{ \begin{array}{l} (\text{demi-diamètre } \odot + \frac{m}{n} \text{ demi-diamètre } \odot + \text{distance centres}) \\ \times (\text{demi-diamètre } \odot + \frac{m}{n} \text{ demi-diamètre } \odot - \text{distance centres}) \\ \times (\text{distance centres} + \text{demi-diamètre } \odot - \frac{m}{n} \text{ demi-diamètre } \odot) \\ \times (\text{distance centres} - \text{demi-diamètre } \odot + \frac{m}{n} \text{ demi-diamètre } \odot) \end{array} \right\}}$$

$\frac{m}{n}$ distance des centres

(6) distance des centres = \pm

$$\frac{m}{n} \sqrt{[(\text{demi-diam. } \odot + \frac{1}{2} \text{ dist. cornes}) \times (\text{demi-diam. } \odot - \frac{1}{2} \text{ dist. cornes})]} \\ \pm \sqrt{[(\text{demi-diam. } \odot + \frac{m}{n} \frac{1}{2} \text{ dist. corn.}) \times (\text{demi-diam. } \odot - \frac{m}{n} \frac{1}{2} \text{ dist. cor.})]}.$$

L'expression de la distance des cornes, est imaginaire dans deux cas; lorsque

distance centres surpasse demi-diamètre $\odot + \frac{m}{n}$ demi-diamètre \odot ;

& lorsque

distance centres est moindre que \pm demi-diam. $\odot \mp \frac{m}{n}$ demi-diam. \odot .

Dans le premier cas, l'Éclipse n'est pas encore commencée; dans le second cas, le disque de la Lune est entièrement projeté sur le disque du Soleil, ou le disque du Soleil est totalement caché par la Lune.

(44.) Si l'on jette les yeux sur l'expression de la distance des centres du paragraphe précédent, il sera aisé de se convaincre que cette distance peut être égale à la somme ou à la différence de deux quantités radicales. On ne peut pas se servir arbitrairement de l'une ou de l'autre de ces valeurs, & l'on seroit induit en erreur, si l'on se méprenoit sur leur usage. La première a lieu, lorsque les centres du Soleil & de la Lune sont situés de côté-différent, par rapport à la ligne des cornes; la seconde valeur a lieu, lorsque les centres sont situés du même côté, par rapport à la ligne des cornes. Nous remarquerons ici qu'avant l'instant de la plus grande phase, les centres du Soleil & de la Lune sont situés de côté différent, par rapport à la ligne des cornes, lorsque les distances des cornes sont croissantes; ils sont situés du même côté, lorsque les distances des cornes sont décroissantes. Les combinaisons contraires ont lieu après l'instant de la plus grande phase.

(45.) On pourra aussi facilement conclure des observations, le demi-diamètre apparent de la Lune, lorsque toutes les autres quantités seront parfaitement connues. L'on aura alors

$$(1) \text{ demi-diam. } \odot = \sqrt{\left\{ \left(\frac{n}{m} \text{ distance des centres} + \frac{n}{m} \text{ demi-diam. } \odot \right)^2 - \frac{2n}{m} \text{ distance des centres} \times \left[\frac{n}{m} \text{ demi-diamètre du } \odot \pm \sqrt{\left(\frac{n}{m} \text{ demi-d. } \odot + \frac{1}{2} \text{ dist. cor.} \right) \times \left(\frac{n}{m} \text{ demi-d. } \odot - \frac{1}{2} \text{ dist. cor.} \right)} \right] \right\}}.$$

(46.) On conclura également des observations, l'inflexion que subissent les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, ou, si l'on veut, la valeur de $\frac{n}{m}$, lorsque toutes les autres quantités seront bien connues; on aura alors

$$(1) \frac{n}{m} = \pm \frac{\sqrt{(\text{demi-diam. } \odot \times \text{demi-diam. } \odot)^2 - (\text{dist. centres} \times \frac{1}{2} \text{ dist. cornes})^2}}{(\text{dist. centres} + \text{demi-diam. } \odot) \times (\text{dist. centres} - \text{demi-diam. } \odot)} \pm \frac{\text{dist. cent.} \sqrt{(\text{demi-diam. } \odot + \frac{1}{2} \text{ dist. corn.}) \times (\text{demi-diam. } \odot - \frac{1}{2} \text{ dist. cor.})}}{(\text{dist. centres} + \text{demi-diam. } \odot) \times (\text{dist. centres} - \text{demi-diam. } \odot)}.$$

(47.) Les valeurs du demi-diamètre de la Lune, du §. 45, sont doubles. On ne peut pas se servir arbitrairement de l'une ou de l'autre de ces valeurs, & l'on seroit induit en erreur, si l'on se méprenoit sur leur usage. On doit employer la première valeur pour toutes les observations, lorsque le disque de la Lune est plus petit que le disque du Soleil. Et lors même que le disque de la Lune est plus grand que le disque du Soleil, on doit employer cette première valeur pour toutes les observations qui ont lieu depuis le commencement de l'Éclipse, jusqu'à l'instant de la plus grande distance des cornes; & après la plus grande phase, depuis l'instant de la plus grande distance des cornes jusqu'à la fin de l'Éclipse. Quant à la seconde valeur, on ne doit en faire usage que dans le petit nombre de circonstances qui ne sont pas comprises ci-dessus.

(48.) L'usage de l'équation du §. 46 présente, quant aux signes, un peu plus d'embarras que l'équation du §. 45. Si l'on reprend les définitions du §. 43, cette équation aura la forme suivante,

$$\frac{n}{m} = \pm \frac{\sqrt{(r^2 s^2 - \lambda^2 y^2)}}{h^2 - x^2} \pm \frac{\lambda \sqrt{(r^2 - y^2)}}{\lambda^2 - x^2}.$$

Au commencement de l'Éclipse, & jusqu'à l'instant où

$t^2 s^2 - \lambda^2 y^2 = 0$, on a

$$\frac{n}{m} = + \frac{\sqrt{(t^2 s^2 - \lambda^2 y^2)}}{\lambda^2 - s^2} + \frac{\lambda \sqrt{(t^2 - y^2)}}{\lambda^2 - s^2}.$$

Depuis l'instant où $t^2 s^2 - \lambda^2 y^2 = 0$, jusqu'à celui où

$t^2 - y^2 = 0$, la valeur de $\frac{n}{m}$ a la forme suivante,

$$\frac{n}{m} = - \frac{\sqrt{(t^2 s^2 - \lambda^2 y^2)}}{\lambda^2 - s^2} + \frac{\lambda \sqrt{(t^2 - y^2)}}{\lambda^2 - s^2}.$$

Depuis l'instant où $t^2 - y^2 = 0$, jusqu'à l'instant de la plus grande phase, on a

$$\frac{n}{m} = - \frac{\sqrt{(t^2 s^2 - \lambda^2 y^2)}}{\lambda^2 - s^2} - \frac{\lambda \sqrt{(t^2 - y^2)}}{\lambda^2 - s^2};$$

& ainsi de suite, depuis le milieu de l'Éclipse jusqu'à la fin, mais dans un ordre renversé.

Lorsque $\lambda = s$, on a

$$\frac{n}{m} = \frac{t}{2 \lambda \sqrt{(t^2 - y^2)}}.$$

Nous remarquerons enfin que si l'on suppose dans l'équation (4) du §. 43, $t^2 s^2 - \lambda^2 y^2 = 0$; on aura pour condition correspondante, $\lambda = \sqrt{(s^2 + \frac{m^2}{n^2} t^2)}$.

On pourroit également déterminer le demi-diamètre du Soleil; mais nous avons cru devoir supprimer cette formule, attendu qu'il n'est pas proposable d'avoir recours à ce moyen, beaucoup moins précis que la mesure immédiate du diamètre de cet astre.

EXEMPLE PREMIER.

(49.) On demande quelle a dû être à Londres la distance des cornes à $9^h 16' 17''$ du matin, le 1.^{er} Avril 1764, en supposant que la distance des centres fut alors de $26' 27''$, le demi-diamètre du Soleil de $15' 56''$, le demi-diamètre apparent de la Lune de $14' 54''.6$, & la valeur de $\frac{n}{m} = 1,0045$,

SOLUTION. Puisque par la supposition, le demi-diamètre du Soleil étoit de $15' 56''$, le demi-diamètre apparent de la Lune de $14' 54''{,}6$, & la distance des centres de $26' 27''$; on avoit

$$\frac{m}{n} \text{ demi-diam. de la Lune} = 14' 50''{,}6,$$

$$\frac{m}{n} \text{ distance des centres} = 26' 20''.$$

$$\text{demi-diam. } \odot + \frac{m}{n} \text{ demi-d. } \text{C} + \text{dist. cent.} = 57' 13''{,}6 = 3433''{,}6 \dots \text{Log.} = 3,5357497,$$

$$\text{demi-diam. } \odot + \frac{m}{n} \text{ demi-d. } \text{C} - \text{dist. cent.} = 4' 19''{,}6 = 259''{,}6 \dots \text{Log.} = 2,4143047,$$

$$\text{dist. centres} + \text{demi-d. } \odot - \frac{m}{n} \text{ demi-d. } \text{C} = 27' 32''{,}4 = 1652''{,}4 \dots \text{Log.} = 3,2181152,$$

$$\text{dist. centres} - \text{demi-d. } \odot + \frac{m}{n} \text{ demi-d. } \text{C} = 25' 21''{,}6 = 1521''{,}6 \dots \text{Log.} = 3,1823005,$$

$$\text{Somme} \dots = 12,3504704,$$

$$\text{Demi-somme} = 6,1752350.$$

$$\frac{m}{n} \text{ dist. centres} = 26' 20''{,}0 = 1580''{,}0 \dots \text{Log.} = 3,1986571,$$

$$\text{Log. (distance des cornes)} = 2,9765779.$$

$$\text{Distance des cornes} = 947''{,}5 = 15' 47''{,}5.$$

EXEMPLE SECOND.

(50.) On demande quelle a dû être à Londres la distance des centres à $9^h 16' 17''$ du matin, le 1.^{er} Avril 1764, en supposant que le demi-diamètre du Soleil fut de $15' 56''$, la distance des cornes $15' 50''{,}6$, le demi-diamètre apparent de la Lune de $14' 54''{,}6$, la valeur de $\frac{n}{m} = 1,0045$; & qu'à l'instant de l'observation, les centres du Soleil & de la Lune fussent situés de côté différent, par rapport à la ligne des cornes.

SOLUTION. Puisque par la supposition, la distance des cornes étoit de $15' 50''{,}6$, on avoit

$$\frac{1}{2} \text{ dist. des cornes} = 7' 55''{,}3; \quad \frac{m}{n} \times \frac{1}{2} \text{ dist. des cornes} = 7' 53''{,}4.$$

D'ailleurs, le demi-diamètre du Soleil étoit de $15' 56''$, le demi-diamètre apparent de la Lune de $14' 54''{,}6$, donc

Demi-diam,

Demi-diam. $\odot + \frac{1}{2}$ dist. cornes = $22' 49'',9 = 1369'',9 \dots \text{Log.} = 3,1366889,$

Demi-diam. $\odot - \frac{1}{2}$ dist. cornes = $6.59,3 = 419,3 \dots \text{Log.} = 2,6225249.$

Somme..... $5,7592138.$

Demi-somme..... $2,8796069.$

Logarithme $\frac{m}{n}$ $-0,0019629.$

$2,8776440.$

Demi-diam. $\odot + \frac{m}{n} \times \frac{1}{2}$ dist. cornes = $23.49,4 = 1429,4 \dots \text{Log.} = 3,1551538.$

Demi-diam. $\odot - \frac{m}{n} \times \frac{1}{2}$ dist. cornes = $8.2,6 = 482,6 \dots \text{Log.} = 2,6835873.$

Somme..... $5,8387411.$

Demi-somme..... $2,9193705.$

Distance des centres = $754'',5 + 830'',6 = 1585'',1 = 26' 25'',1.$

Pour ne pas multiplier les exemples, je ne donnerai point de type du calcul des formules des paragraphes 45 & 46 ; ces calculs ne présentent aucune difficulté, d'après ce qui vient d'être dit.

SECTION TROISIÈME.

Détermination de la loi qui a lieu entre la variation de la distance des centres, de la distance des cornes, des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, des distances des limbes, & de la quantité de l'inflexion.

(51.) Il peut être intéressant de connoître la loi qui a lieu entre la variation de la distance des centres, de la distance des cornes, des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, des distances des limbes & de la quantité de l'inflexion; je vais m'occuper de ces recherches.

Mém. 1775.

Rr

Si l'on conserve les dénominations du §. 43, on parviendra facilement à l'équation suivante,

$$(1) \frac{n^2}{m^2} (\lambda^2 + s^2) - l^2 \mp \frac{n^2}{m} \times \lambda \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)} = 0.$$

Donc, en différenciant,

$$(2) \left[\frac{n^2}{m} (\lambda^2 + s^2) \mp \lambda \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)} \mp \frac{n^2}{m^2} \times \frac{\lambda s^2}{\sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)}} \right] \\ \times d\left(\frac{n}{m}\right) + \frac{n}{m} \left[\frac{n}{m} \lambda \mp \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)} \right] d\lambda \\ + \frac{n^2}{m^2} \left[s \mp \frac{\frac{n}{m} \lambda s}{\sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)}} \right] ds \\ - l dl \pm \frac{\frac{n}{m} \lambda y}{\sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)}} dy = 0.$$

Au moyen de cette dernière équation, il est aisé de calculer combien la variation de chaque élément influe sur les résultats.

(52.) On ne doit point se servir arbitrairement de l'une ou de l'autre suite de signes des équations (1) & (2) du paragraphe précédent; on seroit induit en erreur, si l'on se méprenoit dans ce choix. La première suite de signes doit être employée dans presque toutes les observations, ainsi qu'il a été dit dans le §. 47. En un mot, la règle est la même que pour l'équation (1) du §. 45.

Nous ne donnerons point d'exemple de ces calculs qui n'ont aucune difficulté.

(53.) Si l'on différencioit pareillement de toutes les façons possibles, les équations (1) & (1) des §. 39 & 41, on auroit

$$(1) d \text{ dist. limbes} + d \text{ demi-diam. } \odot - (\text{demi-diam. } \odot \pm d \text{ dist. centres}) \\ \times d\left(\frac{n}{m}\right) - \frac{n}{m} (d \text{ demi-diam. } \odot \pm d \text{ dist. centres}) \pm 0.$$

La première suite de signes appartient aux suppositions du §. 39 ; la seconde suite appartient aux suppositions du §. 41.

(54.) Si l'on différencie enfin l'équation (2) du §. 35, on aura à cause de $d\left(\frac{n}{m}\right) = -\frac{n^2}{m^3} d\left(\frac{n}{m}\right)$,

$$(2) \text{ d'inflexion} = \left(1 - \frac{n^2}{m^2}\right) \times (\text{d demi-diam. } \odot + \text{d distance du rayon infléchi au limbe } \odot) + \frac{n^2}{m^2} d\left(\frac{n}{m}\right) \times (\text{demi-diamètre } \odot + \text{distance rayon infléchi au limbe } \odot).$$

Dans l'usage des équations précédentes, on pourra supposer $\frac{n}{m} = 1$; attendu la petitesse des coefficients.

ARTICLE III.

Recherches des Observations les plus propres à déterminer la quantité de l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune.

(55.) Dans l'article précédent, nous avons donné la relation entre l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, la distance des centres de ces astres, & la distance des cornes : nous allons nous occuper maintenant de la recherche des Observations les plus propres à déterminer la quantité de cette inflexion.

SECTION PREMIÈRE.

Détermination de la plus grande distance des cornes, & de la distance des centres correspondante.

(56.) Lorsque l'Éclipse est annulaire pour un certain lieu, il est évident que, si l'on cherche pour ce lieu particulier, les distances des cornes correspondantes aux différentes

distances successives des centres, on trouvera que cette distance commence par être nulle, qu'elle augmente ensuite, à mesure que la distance des centres diminue, qu'elle parvient à sa plus grande valeur, diminue ensuite à mesure que la distance des centres continue à diminuer, devient nulle, puis imaginaire; recommence ensuite à croître à mesure que la distance des centres augmente, parvient une seconde fois à sa plus grande valeur, puis diminue, à mesure que la distance des centres augmente. Nous allons déterminer à quelle distance des centres répond la plus grande distance des cornes; & la valeur de cette plus grande distance.

(57.) Rien n'est plus simple que cette détermination; en effet, ce n'est qu'un cas particulier de l'équation (2) du §. 51, dans laquelle on regardera l'inflexion, & les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, comme des quantités constantes, & les distances des cornes & des centres, comme des variables. On aura alors

$$(1) \left[\frac{x}{m} \lambda \mp \sqrt{\frac{x^2 s^2}{m^2} - y^2} \right] \times \sqrt{\frac{x^2 s^2}{m^2} - y^2} d\lambda \pm \lambda y dy = 0,$$

ou à cause de $dy = 0$,

$$(2) \left[\frac{x}{m} \lambda \mp \sqrt{\frac{x^2 s^2}{m^2} - y^2} \right] \times \sqrt{\frac{x^2 s^2}{m^2} - y^2} = 0.$$

On a donc pour condition du Problème,

$$(3) \frac{x^2 s^2}{m^2} - y^2 = 0;$$

$$(4) \frac{x}{m} \lambda \mp \sqrt{\frac{x^2 s^2}{m^2} - y^2} = 0.$$

(58.) De l'équation (3) du *paragraphe précédent*, l'on tire $y = \frac{x s}{m}$; & si l'on porte cette valeur dans l'équation (1) du §. 51, on aura pour valeur correspondante de la distance des centres,

$$(1) \lambda = \pm \sqrt{\left(\frac{m}{n} l + s\right) \times \left(\frac{m}{n} l - s\right)}.$$

(59.) Si l'on combine l'équation (4) du §. 57, avec l'équation (1) du §. 51, cette dernière équation deviendra, à cause de $\pm \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)} = \frac{n}{m} \lambda$,

$$(1) \frac{n^2}{m^2} (\lambda^2 - s^2) + l^2 = 0;$$

d'où l'on tire d'abord

$$(2) \lambda = \pm \sqrt{\left(s + \frac{m}{n} l\right) \times \left(s - \frac{m}{n} l\right)}.$$

Si l'on combine ensuite l'équation (4) du §. 57, avec l'équation (1) du présent paragraphe, on aura

$$(3) y = l;$$

c'est la valeur correspondante de la distance des cornes.

(60.) Pour entendre ce que signifient ces deux solutions, on remarquera que le Problème renferme essentiellement deux cas différens. En effet, le demi-diamètre apparent de la Lune, peut être plus petit ou plus grand que le demi-diamètre apparent du Soleil. Dans le premier cas, on a pour résoudre la question, les équations du §. 59; dans le second cas, on a pour résoudre la question, les équations du §. 58. On observera aussi que le *maximum* de distance des cornes n'a pas lieu indistinctement pour tous les lieux de la Terre qui voient l'Éclipse; il faut d'ailleurs que par les circonstances astronomiques, les distances des centres du Soleil & de la Lune puissent être égales aux quantités déterminées ci-dessus.

(61.) Si l'on fait attention aux solutions des §. 58 & 59, on verra que lorsque la plus grande distance des cornes dépend de la grandeur du demi-diamètre de la Lune, la quantité de cette plus grande distance est absolument la même, soit que l'on

suppose le rayon infléchi, soit qu'il ne subisse aucune inflexion. Il n'en est pas de même lorsque la plus grande distance des cornes dépend du demi-diamètre du Soleil. Il suit enfin de cette théorie, que lorsque le demi-diamètre apparent de la Lune est plus petit que le demi-diamètre apparent du Soleil, l'on peut très-légitimement déduire le diamètre apparent de la Lune, de l'observation de la plus grande distance des cornes.

(62.) Si l'on jette les yeux sur les expressions des distances des centres correspondantes aux plus grandes distances des cornes des *ss*, *sb* & *sg*, on verra que ces expressions sont différentes dans les hypothèses du rayon infléchi & du rayon non infléchi. L'on a, par exemple, *s. sg*, pour expression de la distance des centres correspondant à la plus grande distance des cornes dans l'hypothèse du rayon infléchi,

$$\lambda = \sqrt{s^2 - \frac{m^2}{s^2} l^2};$$

& dans l'hypothèse du rayon non infléchi, l'on a

$$\lambda = \sqrt{s^2 - l^2}.$$

Il y a donc une différence sensible entre le temps écoulé dans les deux hypothèses, pendant l'intervalle des deux plus grandes distances des cornes. Cette différence a évidemment pour expression, le temps que le centre de la Lune emploie à parcourir l'espace $2 \left[\sqrt{s^2 - \frac{m^2}{s^2} l^2} - \sqrt{s^2 - l^2} \right]$; ou $2 \left[\sqrt{l^2 - s^2} - \sqrt{\frac{m^2}{s^2} l^2 - s^2} \right]$; suivant que l'on est dans le cas des *s. sg* ou *sb*. Il pourroit arriver que ce temps fut très-sensible, & sous ce point de vue, on

emploieroit avec succès le temps écoulé entre les plus grandes distances des cornes , à la détermination de l'inflexion des rayons solaires ; mais d'un autre côté l'on peut objecter qu'il n'est pas facile de distinguer l'instant précis du *maximum* de distance des cornes , attendu que vers le *maximum* , ces distances sont stationnaires. Je soumets ces réflexions aux Astronomes.

SECTION SECONDE.

Détermination des cas particuliers où les distances des cornes sont égales dans l'hypothèse du rayon infléchi & du rayon non infléchi.

(63.) Quoique la marche des cornes soit différente dans l'hypothèse du rayon infléchi & du rayon non infléchi , il est possible que par rapport à de certaines distances particulières des centres, les distances des cornes soient égales dans les deux hypothèses dont il s'agit : telle est la question que je me propose d'examiner. On sent assez que ces circonstances sont les moins favorables pour déterminer l'inflexion des rayons solaires. Il faut les éviter avec soin si l'on veut déterminer cette inflexion.

L'équation (4) du §. 43, fournit un moyen bien facile pour résoudre la question proposée. En effet , l'on tire de cette équation

$$4 \lambda^2 y^2 = -\frac{m^2}{s^2} l^2 + 2 l^2 (\lambda^2 + s^2) - \frac{s^2}{m^2} (\lambda^2 - s^2)^2;$$

& dans le cas de $\frac{m}{s} = 1$,

$$4 \lambda^2 y^2 = -l^2 + 2 l^2 (\lambda^2 + s^2) - (\lambda^2 - s^2)^2.$$

On a donc pour condition du Problème,

$$\begin{aligned} -\frac{m^2}{n^2} l^4 + 2l^2 (\lambda^2 + s^2) - \frac{s^2}{m^2} (\lambda^2 - s^2)^2 + l^4 \\ - 2l^2 (\lambda^2 + s^2) + (\lambda^2 - s^2)^2 = 0; \end{aligned}$$

d'où l'on tire

$$(1) (n^2 - m^2) \times [m^2 l^4 - n^2 (\lambda^2 - s^2)^2] = 0.$$

Les calculs précédens, donnent deux solutions,

$$(1) m^2 - n^2 = 0;$$

$$(2) n^2 (\lambda^2 - s^2)^2 - m^2 l^4 = 0.$$

La première solution nous apprend, que si les rayons solaires ne sont point infléchis, le Problème n'a pas de solution particulière; & en effet, quelles que soient les distances des centres, toutes les distances des cornes doivent coïncider. Si au contraire le rayon solaire est infléchi, le Problème n'a qu'un nombre fini de solutions.

(64.) De l'équation (2) du *paragraphe précédent*, l'on tire

$$(1) \lambda = \pm \sqrt{s^2 + \frac{m}{n} l^2},$$

$$(2) \lambda = \pm \sqrt{s^2 - \frac{m}{n} l^2}.$$

Les distances correspondantes des cornes sont

$$(1) 2y = \pm \frac{l\sqrt{4s^2 - (1 - \frac{m}{n})^2 l^2}}{\lambda},$$

$$(2) 2y = \pm \frac{l\sqrt{4s^2 - (1 + \frac{m}{n})^2 l^2}}{\lambda}.$$

Si l'on applique le calcul aux suppositions qui ont eu lieu à Londres, le 1.^{er} Avril 1764, on verra que les distances des cornes ont été égales dans la double hypothèse
du

du rayon infléchi & du rayon non infléchi, lorsque les distances des centres étoient de $\pm \begin{cases} 21' 50'' \\ 5' 52'' \end{cases}$. Depuis le commencement de l'Éclipse, jusqu'à l'instant où la distance des centres s'est trouvée de $21' 50''$, les distances des cornes ont été constamment plus grandes dans l'hypothèse du rayon non infléchi que dans l'hypothèse du rayon infléchi. Elles ont ensuite été plus petites, depuis cet instant jusqu'à celui où la distance des centres s'est trouvée de $5' 52''$; elles sont enfin redevenues plus grandes jusqu'au moment de la plus grande phase; & ainsi de suite, mais en ordre renversé, depuis la plus grande phase jusqu'à la fin de l'Éclipse.

SECTION TROISIÈME.

Détermination des cas particuliers, où les distances des cornes diffèrent entr'elles le plus qu'il est possible, dans l'hypothèse du rayon infléchi & du rayon non infléchi.

(65.) Puisque dans l'espèce du §. 64, les distances des cornes étoient égales lorsque les distances des centres étoient de $21' 50''$ & de $5' 52''$; & que dans l'intervalle compris entre $21' 50''$ & $5' 52''$, les distances des cornes ont été plus grandes, dans l'hypothèse du rayon infléchi que dans l'hypothèse du rayon non infléchi, on peut demander à quelle distance des centres répondoit dans cet intervalle, la plus grande différence des distances des cornes? Pour résoudre cette question, je remarque que si l'on nomme

2y la distance des cornes correspondante à une distance des centres dans l'hypothèse du rayon infléchi,

2y' la distance des cornes correspondante à la même distance des centres dans l'hypothèse du rayon non infléchi,

on aura (§. 43), en conservant toutes les définitions de ce paragraphe,

$$(1) \quad 2(y - y') = \frac{\sqrt{2m^2n^2P(\lambda^2 + s^2) - m^4P^2 - n^4(\lambda^2 - s^2)^2}}{\lambda m n} \\ - \frac{\sqrt{2P^2(\lambda^2 + s^2) - P^2 - (\lambda^2 - s^2)^2}}{\lambda}.$$

La théorie de *maximis* & *minimis* donne donc pour condition du Problème,

$$(2) [(l^2 m^2 - s^2 n^2)^2 - \lambda^4 n^4]^2 \times [2 l^2 (\lambda^2 + s^2) - l^2 - (\lambda^2 - s^2)^2] - m^2 n^2 [(l^2 - s^2)^2 - \lambda^4]^2 \times [2 m^2 n^2 l^2 (\lambda^2 + s^2) - m^4 l^4 - n^4 (\lambda^2 - s^2)^2] = 0.$$

(66.) Il n'est pas aisé de tirer la valeur de λ de l'équation (2) du *paragraphe précédent*, en la laissant sous la forme de ce paragraphe. Pour la rendre plus traitable, je remarque que

$$\frac{\sqrt{[2 m^2 n^2 l^2 (\lambda^2 + s^2) - m^4 l^4 - n^4 (\lambda^2 - s^2)^2]}}{\sqrt{[2 l^2 (\lambda^2 + s^2) - l^2 - (\lambda^2 - s^2)^2]}} = \frac{m n y}{y'};$$

on peut donc mettre l'équation (2) du *paragraphe précédent*, sous la forme qui suit,

$$(1) (l^2 m^2 - s^2 n^2)^2 - m^2 n^2 \frac{y}{y'} (l^2 - s^2)^2 - \lambda^4 n^2 (n^2 - \frac{m^2 y}{y'}) = 0;$$

d'où l'on tire

$$(2) \lambda = \sqrt[4]{\frac{n^2 [(\frac{m}{n} l + s) \times (\frac{m}{n} l - s)]^2 - \frac{m^2 y}{y'} [(l + s) \times (l - s)]^2}{[n - m \sqrt{(\frac{y}{y'})}] \times [n + m \sqrt{(\frac{y}{y'})}]}},$$

l'on connoîtra donc la valeur de λ , lorsque la valeur de $\frac{y}{y'}$ sera connue.

(67.) Dans l'espace que nous considérons, il est aisé de vérifier que la valeur de $\frac{y}{y'}$ diffère très-peu de l'unité; on aura donc une valeur approchée de λ , en substituant dans l'équation (2) du §. 66, 1 à $\frac{y}{y'}$. L'on trouvera ensuite fort facilement la valeur de λ , qui substituée dans l'équation (2) du §. 65, la rend nulle. Par exemple, dans le cas de Londres, on avoit $\lambda = 11' 46''$.

(68.) Indépendamment de la circonstance particulière que nous venons de déterminer, lors de laquelle les distances des cornes dans les deux hypothèses du rayon infléchi & du

rayon non infléchi, sont les plus différentes qu'il est possible; il y a d'autres circonstances où ces distances diffèrent entr'elles, d'une manière également sensible, quoique ce ne soit point un *maximum* géométrique. Sans entrer dans aucun calcul, il est aisé de voir *à priori* que c'est toujours au commencement & à la fin de l'Eclipse, & vers les instans de la formation & de la rupture de l'anneau, que ces dernières circonstances ont lieu.

(69.) On doit conclure de ce que je viens d'exposer, que toutes les observations des distances des cornes ne sont pas également propres à déterminer l'inflexion des rayons solaires qui raient le limbe de la Lune. A Londres, par exemple, les observations que l'on eût faites lorsque les distances des centres eussent été d'environ $21' 50''$, ou de $5' 52''$, n'auroient pu déterminer la quantité de l'inflexion, puisque les deux hypothèses du rayon infléchi & du rayon non infléchi, donnoient alors les mêmes distances des cornes, ainsi que je l'ai remarqué. En général les observations les plus concluantes sont celles qui se font au commencement & à la fin de l'Eclipse, ou vers la formation & la rupture de l'anneau; & il conviendra de les comparer avec celles indiquées dans les §. 65, 66 & 67.

ARTICLE IV.

Détermination de la loi, suivant laquelle l'inflexion varie relativement à la distance du limbe du Soleil au limbe de la Lune.

(70.) Dans les articles précédens, nous avons supposé connus les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, la distance des centres, la distance des cornes, la quantité de l'inflexion particulière que subissent les rayons solaires qui raient le limbe de la Lune, à l'exception toutefois de celui de ces élémens qu'il s'agissoit de déterminer; & nous avons fait voir comment une seule observation déterminoit l'élément inconnu. Dans le présent article, nous allons démontrer comment on

détermine la variation de l'inflexion des rayons solaires relativement à la distance du limbe du Soleil au limbe de la Lune. Nous emploierons à cet usage deux observations simultanées, l'une de la distance des cornes, & l'autre de la distance des limbes. Comme cette détermination exige que l'on fasse entrer dans l'équation (4) du §. 43, l'expression de la distance des cornes & de la distance simultanée des limbes, nous allons nous occuper de cette recherche préliminaire.

S E C T I O N P R E M I È R E.

De la relation entre les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, les distances simultanées des cornes & des limbes, & l'inflexion des rayons solaires.

(71.) Nous nous proposons de donner dans cette Section, la relation entre les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, les distances simultanées des cornes & des limbes, & l'inflexion des rayons solaires; cette relation exige que l'on fasse entrer dans l'équation (4) du §. 43, l'expression de la distance des cornes & de la distance simultanée des limbes. Quoique l'on puisse employer indistinctement à cet usage les équations (5) & (6) du §. 43, (1) & (1) des §. 45 & 46; comme cependant l'équation (6) du §. 43, nous a paru mieux disposée pour le calcul, nous l'emploierons de préférence.

(72.) L'on a démontré (§. 43) équation (6), que

$$\text{Distance des centres} = \pm \frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes})}$$

$$\pm \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2} \text{dist.}^2 \text{ cornes})};$$

d'ailleurs (§. 39)

$$\frac{n}{m} \text{ distance des centres} + \frac{n}{m} \text{ demi-diam. } \odot = \text{distance des limbes} \\ + \text{demi-diamètre de la Lune.}$$

Donc si l'on suppose

$$A = \frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \text{ C} - \frac{1}{4} \text{ dist.}^2 \text{ cornes})} \pm \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \text{ O} - \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2} \text{ dist.}^2 \text{ corn.})},$$

ou

$$A = \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \text{ O} - \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2} \text{ dist.}^2 \text{ corn.})} \pm \frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \text{ C} - \frac{1}{4} \text{ dist.}^2 \text{ corn.})},$$

suivant que le demi-diamètre apparent de la Lune sera plus

grand ou plus petit que $\frac{n}{m}$ demi-diamètre du Soleil ; on aura

$$(1) \frac{n}{m} A + \frac{n}{m} \text{demi-diam. O} - \text{dist. des limbes} - \text{demi-diam. C} = 0.$$

(73.) Il est aisé de voir que chacune des valeurs de A du §. 72 est double ; on ne doit point se servir arbitrairement de l'une ou de l'autre suite de signes, & l'on seroit induit en erreur si l'on se méprenoit sur leur usage. La règle qui doit guider dans le choix des signes, est celle du §. 44.

(74.) On pourroit croire, au premier coup-d'œil, que l'équation que nous venons de développer dans le §. 72, est préférable à celle du §. 43. En effet, dans l'équation du §. 72, il n'entre que des quantités données immédiatement par l'observation ; & la distance des centres que l'on est obligé d'emprunter du calcul, pour faire usage de l'équation du §. 43, se trouve éliminée ; mais outre que cette dernière formule exige deux observations simultanées, elle est encore sujette à un autre inconvénient résultant de l'incertitude de la loi de la variation de l'inflexion des rayons solaires, relativement aux distances des limbes ; je m'explique. Pour parvenir à l'équation (1) du §. 72, l'on a éliminé entre l'équation (6) du §. 43, & l'équation (1) du §. 39. Dans l'équation (6) du §. 43, la valeur de $\frac{n}{m}$ est celle qui convient à l'inflexion particulière des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune ; dans l'équation (1) du §. 39, au contraire, la valeur de $\frac{n}{m}$ doit être celle qui convient

à l'inflexion particulière des rayons solaires qui passent à une distance du limbe de la Lune, égale à la distance observée. Il n'est nullement probable que ces deux valeurs soient égales; l'équation du §. 72, n'est donc probablement pas exacte.

(75.) Il n'est pas, à la vérité, difficile de rectifier cette expression, en supposant que l'équation (1) du §. 39, au lieu de la forme que nous lui avons donnée, a véritablement la forme suivante,

$$(1) \frac{n - dn}{m} \times \text{dist. des centr.} + \frac{n - dn}{m} \times \text{demi-diam. } \odot = \text{dist. limbes} \\ + \text{demi-diamètre de la Lune.}$$

Dans cette expression, $\frac{n}{m}$ exprimera l'inflexion particulière des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, & $\frac{dn}{n}$ exprimera la différence entre cette inflexion & celle qui convient à la distance des limbes observée. L'équation (1) du §. 72, aura alors la forme suivante,

$$(2) \frac{n}{m} (A + \text{demi-diamètre } \odot) - \frac{dn}{m} (A + \text{demi-diamètre } \odot) \\ - \text{distance des limbes} - \text{demi-diamètre de la Lune} = 0.$$

(76.) Nous remarquerons, que si l'on supposoit que les rayons solaires qui ont passé à la distance observée des limbes, n'avoient pas subi d'inflexion, on auroit $\frac{n - dn}{m} = 1$; d'où l'on concluroit $dn = n - m$.

SECTION SECONDE.

Méthode pour déterminer la variation de l'inflexion, relativement à la distance du limbe du Soleil au limbe de la Lune.

(77.) Nous avons donné dans les paragraphes précédens, des méthodes pour déterminer l'inflexion particulière que

subissent les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune. Il paroît difficile de se refuser à l'existence de cette inflexion. Mais en admettant une force infléchissante qui agit sur ces rayons particuliers, cette force agit-elle également à une distance quelconque? Son activité, au contraire, n'est-elle pas limitée à une distance très-petite? Quelle est, en un mot, la loi de la variation, relativement à la distance du rayon solaire au limbe de la Lune? Tels sont les faits qu'il s'agit de constater. Nous supposons dans ces recherches, que les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, les distances des limbes & des cornes, ainsi que l'inflexion que subissent les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, sont exactement connus.

(78.) L'équation (2) du §. 75, présente un moyen facile pour parvenir au but proposé. En effet, si l'on fait les observations qu'elle exige, & qui me paroissent les plus propres pour résoudre la question proposée, & que d'ailleurs l'on conserve les définitions de A du §. 72, on aura

$$(1) \frac{dn}{n} = \frac{n}{m} - \frac{\text{distance des limbes} + \text{demi-diamètre } C}{A + \text{demi-diamètre } \odot}.$$

On pourra donc, au moyen d'observations exactes & d'élémens bien connus, déterminer la loi de la variation de l'inflexion, relativement aux distances des limbes; mais on doit sentir combien de pareilles recherches exigent d'observations délicates & multipliées.

(79.) Dans la formule précédente, nous avons donné la méthode pour déterminer la variation de l'inflexion des rayons solaires relativement à la distance du limbe du Soleil au limbe de la Lune; cette méthode est indépendante de

la distance des centres de ces Astres, mais aussi exige-t-elle deux observations simultanées. Si l'on croyoit cependant être assez sûr de cette distance pour pouvoir l'employer dans le calcul, on seroit dispensé de l'observation de la distance des cornes, & l'on auroit à résoudre des équations de la forme suivante,

$$(1) \frac{dn}{m} = \frac{n}{m} - \frac{\text{distance des limbes} + \text{demi-diamètre } \odot}{\text{demi-diam. } \odot + \text{distance des centres}} \cdot$$

ou

$$(2) \frac{dn}{m} = \frac{n}{m} - \frac{\text{distance des limbes} + \text{demi-diamètre } \odot}{\text{demi-diam. } \odot - \text{distance des centres}} \cdot$$

La première équation appartient aux suppositions du §. 39; la seconde appartient aux suppositions du §. 41.

(80.) On pourroit aussi faire varier tous les élémens, afin de déterminer l'influence de cette variation, sur les résultats. On auroit alors une équation de la forme suivante,

$$(1) d \text{ dist. des limbes} + d \text{ demi-diam. } \odot - (\text{demi-diam. } \odot \pm d \text{ dist. centres})$$

$$\times d\left(\frac{n}{m}\right) - \frac{n}{m} (d \text{ demi-diamètre } \odot \pm d \text{ dist. des centres})$$

$$+ \frac{dn}{m} (d \text{ demi-diam. } \odot \pm d \text{ dist. des centres})$$

$$+ d\left(\frac{dn}{m}\right) (\text{demi-diam. } \odot \pm d \text{ dist. des centres}) = 0.$$

Dans cette dernière équation $\frac{dn}{m}$ exprime la variation de l'inflexion relativement à la distance des limbes; $d\left(\frac{dn}{m}\right)$ exprime la variation de cette variation; & $d\left(\frac{n}{m}\right)$ exprime l'erreur sur l'inflexion particulière des rayons qui rasent le limbe de la Lune. La première suite de signes appartient aux suppositions du §. 39; la seconde appartient aux suppositions du §. 41.

SECTION

SECTION TROISIÈME.

*De quelques solutions particulières relatives à la détermination
de l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe
de la Lune.*

(81.) Nous avons remarqué que les distances des cornes dans l'hypothèse du rayon infléchi, sont tantôt plus petites, tantôt plus grandes que dans l'hypothèse du rayon non infléchi. Nous avons fait voir, par exemple (S. 64), qu'en partant des données de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, & en appliquant le calcul à l'observation de Londres, les distances des cornes ont été constamment plus petites dans l'hypothèse du rayon infléchi, que dans l'hypothèse du rayon non infléchi, depuis le commencement de l'Éclipse jusqu'à l'instant où la distance des centres étant de $21' 50''$, les distances des cornes sont devenues égales dans les deux hypothèses. Les distances des cornes ont ensuite été plus grandes dans l'hypothèse du rayon infléchi, que dans l'hypothèse du rayon non infléchi, jusqu'à l'instant où la distance des centres étant de $5' 52''$, les distances des cornes ont encore été égales; & dans cet intervalle, le *maximum* de différence des cornes a répondu à une distance des centres d'environ $11' 46''$. On peut donc demander des méthodes pour conclure la quantité de l'inflexion, de la comparaison du commencement de l'Éclipse, temps auquel la différence des cornes est la plus grande dans un sens, avec une autre observation de distances des cornes, faite dans une circonstance où la différence est dans le sens opposé.

Quoique l'on puisse facilement déduire de nos formules, des solutions plus générales que celles que nous allons mettre sous les yeux du Lecteur, nous nous bornerons aux cas particuliers qui, en n'exigeant que les observations les plus faciles, conduiront aux résultats les plus simples & les moins précaires.

(82.) Si l'on jette les yeux sur l'équation (6) du S. 43, on verra que l'on a en général,

Mém. 1775.

Tt

distance des centres = \pm

$$\frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{2} \text{dist.}^2 \text{ cor.})} \pm \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{2} \frac{m^2}{n^2} \text{dist.}^2 \text{ cor.})}.$$

Supposons donc deux observations, l'une du commencement ou de la fin de l'Eclipse, & l'autre d'une distance des cornes, observée dans les circonstances du §. 81; nous supposons d'ailleurs que lors de la seconde observation, les centres du Soleil & de la Lune étoient situés de côté différent par rapport à la ligne des cornes. Soit

Distance des centres 1. $\left\{ \begin{array}{l} \text{La distance des centres correspondante à} \\ \text{celle des observations dans laquelle la distance} \\ \text{des cornes est nulle.} \end{array} \right.$

Demi - diamètre \odot 1. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Le demi-diamètre de la Lune correspondant} \\ \text{à la même observation.} \end{array} \right.$

Distance des centres 2. $\left\{ \begin{array}{l} \text{La distance des centres correspondante à} \\ \text{celle des observations dans laquelle la distance} \\ \text{des cornes n'est pas nulle.} \end{array} \right.$

Demi - diamètre \odot 2. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Le demi-diamètre de la Lune correspondant} \\ \text{à la même observation.} \end{array} \right.$

L'on aura

$$(1) \text{ Distance des centres 1} = \frac{m}{n} \text{ demi-diam. } \odot 1 + \text{demi-diam. } \odot$$

$$(2) \text{ Distance des centres 2} = \frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot 2 - \frac{1}{2} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} \\ + \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{2} \frac{m^2}{n^2} \text{dist.}^2 \text{ cornes})}.$$

Donc

$$(3) \text{ Distance des centres 1} - \text{distance des centres 2} - \text{demi-diam. } \odot \\ + \frac{m}{n} [\sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot 2 - \frac{1}{2} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} - \text{demi-diam. } \odot 1] \\ + \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{2} \frac{m^2}{n^2} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} = 0.$$

Soit donc

$$A = \text{distance des centres 1} - \text{distance des centres 2} - \text{demi-diam. } \odot, \\ B = \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot 2 - \frac{1}{2} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} - \text{demi-diam. } \odot 1.$$

On aura

$$(4) \frac{n}{m} = \frac{-AB \pm \sqrt{B^2 \text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{cor.} (A^2 - \text{demi-d.}^2 \odot)}}{A^2 - \text{demi-diamètre}^2 \odot}.$$

(83.) De l'équation (4) du *paragraphe précédent*, l'on tire une double valeur de $\frac{n}{m}$. Pour entendre ce que signifient ces deux valeurs, je remarque que l'on seroit également parvenu à l'équation (4) du *paragraphe précédent* (toutes les valeurs étant les mêmes que dans ce paragraphe), soit que l'on fût parti de l'équation (3) de ce paragraphe, soit que cette équation eût eu la forme suivante,

$$(1) \text{Distance des centres 1} - \text{distance des centres 2} - \text{demi-diam.} \odot \\ + \frac{m}{n} [\sqrt{\text{demi-diam.}^2 \odot 2 - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{cornes}} - \text{demi-diam.} \odot 1] \\ - \sqrt{\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2} \text{dist.}^2 \text{cornes}} = 0.$$

Les observations que nous avons calculées, supposent la forme particulière de l'équation (3) du §. 82. Donc pour déterminer laquelle des deux valeurs de $\frac{n}{m}$ résout véritablement la question proposée, il faudra essayer laquelle de ces deux valeurs rend nulle l'équation (3) du §. 82.

On feroit un raisonnement analogue, si les observations avoient conduit à l'équation (1) du présent paragraphe.

(84.) Dans les paragraphes précédens, nous avons donné la formule pour comparer une observation du commencement ou de la fin de l'Éclipse, avec une distance des cornes observée dans les circonstances du §. 81. Lors des Éclipses avec demeure dans l'ombre, & lors des Éclipses annulaires, les distances des cornes sont également nulles lors de l'entrée & de la sortie de l'ombre, lors de la formation & de la rupture de l'anneau. Si donc l'on veut comparer une observation de l'entrée ou de la sortie de l'ombre, de la formation ou de la rupture de l'anneau, avec une distance des cornes observée dans des circonstances analogues à celles des §. 81, & 82, & que l'on nomme

T t ij

Distance des centres 1. } La distance des centres correspondante à celle des observations, dans laquelle la distance des cornes est nulle.

Demi - diamètre \odot 1. } Le demi-diamètre de la Lune correspondant à la même observation.

Distance des centres 2. } La distance des centres correspondante à celle des observations, dans laquelle la distance des cornes n'est pas nulle.

Demi - diamètre \odot 2. } Le demi-diamètre de la Lune correspondant à la même observation.

On aura

$$(1) \text{ Distance des centres 1} = \pm \frac{m}{n} \text{ demi-diam. } \odot 1 \mp \text{demi-diam. } \odot.$$

$$(2) \text{ Distance des centres 2} = \frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot 2 - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} \\ + \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2} \text{dist.}^2 \text{ cornes})}.$$

Donc

$$(3) \text{ distance des centres 1} - \text{distance des centres 2} \pm \text{demi-diamètre } \odot \\ + \frac{m}{n} [\sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot 2 - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} \mp \text{demi-diam. } \odot 1] \\ + \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} = 0.$$

Soit donc

$$A = \text{distance centres 1} - \text{distance centres 2} \pm \text{demi-diamètre } \odot,$$

$$B = \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot 2 - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} \mp \text{demi-diam. } \odot 1,$$

on aura

$$(4) \frac{n}{m} = \frac{-AB \pm \sqrt{B^2 \text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes} (A^2 - \text{demi-d.}^2 \odot)}}{A^2 - \text{demi-diamètre}^2 \text{ du Soleil}}.$$

La première suite de signes appartient aux Éclipses avec demeure dans l'ombre ; la seconde suite appartient aux Éclipses annulaires.

On appliquera à cette équation des remarques analogues à celles du §. 83.

(85.) Les équations qui ont servi à déterminer l'inflexion des rayons solaires, lorsque l'on a supposé connus les demi-diamètres de la Lune, pourroient également servir à déterminer ces demi-diamètres, si l'on connoissoit l'inflexion. En effet, nommons

δ l'excès du demi-diamètre $\odot 2$ sur le demi-diamètre $\odot 1$; cette différence se conclura facilement des Tables,

on aura

$$(1) \text{ demi-diamètre Lune } 1 = \text{demi-diamètre Lune } 2 - \delta;$$

& l'équation (3) du §. 82, deviendra

$$(2) \text{ dist. des centres } 1 - \text{dist. des centres } 2 - \text{demi-diamètre du Soleil}$$

$$+ \frac{m}{n} [\sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot 2 - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} - \text{demi-diam. } \odot 2 + \delta]$$

$$+ \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2} \text{dist.}^2 \text{ cornes})} = 0.$$

Si donc l'on suppose

$$A' = \frac{n}{m} (\text{dist. centres } 1 - \text{dist. centres } 2 - \text{demi-diamètre } \odot) + \delta$$

$$+ \sqrt{(\frac{n^2}{m^2} \text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes})},$$

on aura

$$(3) \text{ demi-diam. de la Lune } 2 = \frac{A'^2 + \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes}}{2 A'}.$$

(86.) Dans le cas des équations du §. 84, si l'on suppose

$$A' = \frac{n}{m} (\text{distance centres } 1 - \text{dist. centres } 2 \pm \text{demi-diam. } \odot) \pm \delta$$

$$+ \sqrt{(\frac{n^2}{m^2} \text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes})},$$

on aura

$$(1) \text{ demi-diamètre de la Lune } 2 = \pm \frac{A'^2 + \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{ cornes}}{2 A'}.$$

(87.) La différence des distances des centres correspondantes aux deux observations, ainsi que la différence des demi-diamètres de la Lune, seront données par les Tables. On ne peut lever aucun doute sur la différence des demi-diamètres

de la Lune; car quoique les Astronomes ne soient pas absolument d'accord sur la quantité précise des demi-diamètres de cet Astre, il n'est pas possible d'incider sur leurs différences. Quant à la différence des distances des centres, qu'il faut déduire des élémens de l'Eclipse, on sent assez que cette considération dispense de connoître les distances absolues avec la dernière exactitude; & sous ce point de vue, on pourroit accorder beaucoup de confiance aux méthodes. Si l'on considère cependant qu'en dernière analyse, le Problème se réduit à déterminer l'inflexion, par la considération de la loi qui règne entre les différences des distances des centres & les différences simultanées des distances des cornes, dans deux hypothèses très-voisines, on sera tenté d'accorder plus de confiance aux méthodes de l'article II.

ARTICLE V.

Application des Théories précédentes aux observations faites à Londres le 1.^{er} Avril 1764 par M. Short, & à Pello par M. Hellant.

(88.) J'ai cru qu'il pourroit être agréable aux Astronomes de voir l'application des théories précédentes, à de bonnes observations; j'ai choisi celles faites à Londres le 1.^{er} Avril 1764 par M. Short. La célébrité de cet habile Observateur, la bonté des Instrumens qu'il paroît avoir employés, l'accord non prévu entre les phénomènes & les calculs, semblent ne laisser aucun doute sur l'exactitude des observations. J'appliquerai les mêmes théories aux observations faites à Pello par M. Hellant; j'examinerai ensuite les conclusions que l'on peut tirer de ces observations.

SECTION PREMIÈRE.

Application des théories précédentes aux observations de Londres.

(89.) Je vais rapporter ces observations telles qu'elles m'ont été communiquées.

*OBSERVATION de l'Eclipse de Soleil du 1.^{er} Avril 1764,
faite à Londres, par M. Short.*

*Heures vraies.**Distances des cornes.*

9 ^h 4' 33".....	0' 0",	{ continement de l'Eclipse, non douteux.
9. 12. 27.....	13. 12,0.	
9. 14. 22.....	14. 32,0.	
9. 16. 17.....	15. 50,6.	
9. 18. 1.....	16. 50,6.	
9. 19. 37.....	17. 43,4.	
9. 48. 42.....	27. 7,0.	
10. 19. 15.....	29. 33,2.	

*Demi-diamètre de la Lune mesuré horizontalement,
le diamètre étant alors projeté sur le Soleil.*

10. 23. 56.....	29. 49,5.
-----------------	-----------

Distances des limbes.

10. 26. 10.....	2. 58,7.
10. 28. 28.....	2. 31,3.
10. 30. 43.....	2. 26,2.

Demi-diamètre de la Lune mesuré horizontalement.

10. 34. 8.....	29. 49,5.
----------------	-----------

Distances des cornes.

11. 35. 23.....	21. 11,4.
11. 37. 33.....	20. 18,4.
11. 40. 49.....	18. 52,9.

La fin de l'Eclipse n'a pu être observée à cause des nuages.

Diamètre horizontal du Soleil mesuré plusieurs jours avant & après
l'observation, & réduit au temps de l'Eclipse = 31' 59".

Vers le milieu de l'Eclipse, c'est-à-dire à 10^h 23' 56".

& à $10^h 32' 8''$, M. Short a mesuré le diamètre horizontal de la Lune qui se trouvoit alors entièrement projeté sur le disque du Soleil, & il l'a trouvé de $29' 49''{,}5$. Le demi-diamètre calculé étoit de $14' 56''{,}1$, en supposant toutefois la parallaxe horizontale polaire de $54' 1''{,}5$, & le rapport du demi-diamètre horizontal à la parallaxe, comme 9000 à 32887. Le demi-diamètre observé de la Lune différoit donc du demi-diamètre calculé, de $1''{,}3$ cette différence étoit à trois dixièmes de seconde près, égale à celle observée entre le demi-diamètre du Soleil, déterminé par M. Short, & le demi-diamètre du Soleil tiré de la *Connoissance des Temps*. M. de la Lande en a conclu que les demi-diamètres du Soleil & de la Lune ayant paru diminués d'une manière semblable, il falloit attribuer la différence entre ses données & les observations de M. Short, au micro-mètre objectif, dont cet Astronome s'est servi, & qui donnoit des angles un peu trop petits; que, par conséquent, le demi-diamètre obscur de la Lune, vu sur le disque lumineux du Soleil, étoit parfaitement égal à celui déterminé par le calcul, & conséquemment à celui que l'on auroit observé lumineux sur le fond obscur du Ciel.

(90.) On pourroit croire, d'après quelques expressions de M. Short, que les grandeurs de $29' 49''{,}5$ observées à $10^h 23' 56''$, & à $10^h 32' 8''$, sont des distances des cornes, & non pas des diamètres de la Lune, mesurés horizontalement sur le disque du Soleil, ainsi que je l'ai avancé. Il est facile de se détromper; en effet, les plus grandes distances des cornes ont eu lieu à Londres lorsque la distance des centres étoit d'environ $5' 57''$. A $10^h 19' 15''$ les distances des cornes étoient déjà décroissantes depuis quelques minutes: il n'est donc pas possible que M. Short les ait vues plus grandes à $10^h 23' 56''$ qu'à $10^h 19' 15''$: On peut faire, avec encore plus d'avantage, un raisonnement analogue pour l'observation de $10^h 32' 8''$. Il est donc physiquement impossible que les distances des cornes aient pu être observées de $29' 49''{,}5$ à ces deux instans.

(91.) J'ai supposé dans ces recherches, que pour l'Eclipsé du 1.^{er} Avril 1764, on avoit les élémens suivans :

Heure que l'on comptoit lors de la conjonction, dans l'Observatoire de M. Short.....	10 ^h 21' 28" matin.
Lieu de la conjonction.....	12 ^d 9' 56" γ.
Mouvement horaire du Soleil.....	0. 2. 27,7.
Mouvement horaire de la Lune en longitude...	0. 29. 39.
Mouvement horaire de la Lune au Soleil.....	0. 27. 11,3.
Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction.	0. 39. 32 boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude....	0. 2. 44.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune.....	0. 54. 1,5.
Obliquité de l'Écliptique.....	23. 28. 21.
Déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction.	4. 48. 50 boréale.
Demi-diamètre du Soleil tiré des Tables.....	0. 16. 1.
Demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation.	0. 15. 56.
Parallaxe horizontale du Soleil.....	0. 0. 10.
Sin. (demi-diam. horiz. C) = $\frac{9000}{32887} \times \sin. (\text{parallaxe horiz. polaire}).$	
Demi-diamètre horizontal de la Lune.....	0. 14. 47,1.
Rapport des axes de la Terre, comme 177 à 178.	
Latitude vraie de l'Observatoire de M. Short....	51. 31. 0.

Au reste, on ne doit point oublier que ces élémens, quoique déduits de la comparaison d'une quantité considérable d'observations indépendantes de celle de Londres, peuvent être regardés comme hypothétiques; & que la discussion même des observations servira à les vérifier. Il est superflu d'avertir que dans toutes ces discussions, je n'ai fait usage que de mes méthodes.

OBSERVATION de 9^h 4' 33".

(92.) Suivant M. Short, à 9^h 4' 33" temps vrai, la distance des cornes étoit de 0' 0"; c'étoit le commencement non douteux de l'Eclipsé.

Si l'on substitue les données du §. 91 dans la formule
Mém. 1775. Uu

338. MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Années 1765
& 1766.

de l'article II de mon III.^e Mémoire, & dans la formule du §. 122 de mon IV.^e Mémoire; on trouvera qu'à cet instant, la distance des centres étoit de 30' 44", 4; le demi-diamètre de la Lune de 14' 54", 3. Et comme d'ailleurs j'ai supposé le demi-diamètre du Soleil, de 15' 56", on aura par la formule du §. 46,

$$\frac{n}{m} = 1,0056;$$

d'où l'on conclura par l'équation (2) du §. 35,
inflexion = 5".

(93.) Quant à l'expression de $d(\text{inflexion})$, je remarque que si l'on suppose, comme dans le §. 43 & suivans,

- λ = distance des centres,
- s = demi-diamètre du Soleil,
- l = demi-diamètre de la Lune,
- y = $\frac{1}{2}$ distance des cornes,

$\frac{n}{m}$ = le rapport qui exprime l'inflexion;

on aura, en supposant $\frac{n}{m} = 1$ dans les formules des §. 51 & 54,

$$d(\text{inflexion}) = l d\left(\frac{n}{m}\right),$$

$$d\left(\frac{n}{m}\right) = \frac{-[\lambda \mp \sqrt{s^2 - y^2}] d\lambda + l dl - (s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{s^2 - y^2}}) ds \mp \frac{\lambda y}{\sqrt{s^2 - y^2}} dy}{\lambda^2 + s^2 \mp \lambda \sqrt{s^2 - y^2} \mp \frac{\lambda s^2}{\sqrt{s^2 - y^2}}}.$$

Donc, en combinant ces deux équations,

$$(1) d(\text{inflexion}) = \frac{-l[\lambda \mp \sqrt{s^2 - y^2}] d\lambda + l^2 dl - l(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{s^2 - y^2}}) ds \mp \frac{\lambda ly}{\sqrt{s^2 - y^2}} dy}{\lambda [\lambda \mp \sqrt{s^2 - y^2}] + s(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{s^2 - y^2}})}.$$

On aura donc dans le cas particulier dont il s'agit,

$$d(\text{inflexion}) = -1,0057 d(\text{distance des centres}) + 1,0060 d(\text{demi-diamètre } \odot) + 1,0057 d(\text{demi-diamètre } \ominus) - 0,0000 d(\text{distances des cornes}).$$

OBSERVATION de 9^h 12' 27".

(94.) Suivant M. Short, à 9^h 12' 27", la distance des cornes étoit de 13' 12",0. Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de 27' 49",5, le demi-diamètre de la Lune de 14' 54",6; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0046; \text{ inflexion} = 4".$$

$$d(\text{inflexion}) = -1,4386 d(\text{distance des centres}) + 1,6025 d(\text{demi-diamètre } \odot) + 1,5793 d(\text{demi-diamètre } \ominus) - 0,6816 d(\text{distance des cornes}).$$

OBSERVATION de 9^h 14' 22".

(95.) Suivant M. Short, à 9^h 14' 22", la distance des cornes étoit de 14' 32".

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de 27' 6",3, le demi-diamètre de la Lune de 14' 54",7; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0104; \text{ inflexion} = 9",4.$$

$$d(\text{inflexion}) = -1,6607 d(\text{distance des centres}) + 1,8950 d(\text{demi-diamètre } \odot) + 1,8797 d(\text{demi-diamètre } \ominus) - 0,8990 d(\text{distance des cornes}).$$

OBSERVATION de 9^h 16' 17".

(96.) Suivant M. Short, à 9^h 16' 17", la distance des cornes étoit de 15' 50",6.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de 26' 24", le demi-diamètre de la Lune de 14' 54",8; d'où l'on conclura

U u ij

$$\frac{n}{m} = 1,0070; \text{ inflexion} = 6'',5,$$

$$d(\text{inflexion}) = -1,8440 \, d(\text{distance des centres}) + 2,1778 \, d(\text{demi-diam. } \odot) + 2,1251 \, d(\text{demi-diam. } \ominus) - 1,1068 \, d(\text{distance des cornes}).$$

OBSERVATION de $9^h 18' 1''$.

(97.) Suivant M. Short, à $9^h 18' 1''$, la distance des cornes étoit de $16' 50'',6$.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de $25' 45'',7$, le demi-diamètre de la Lune de $14' 54'',8$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0102; \text{ inflexion} = 9'',3,$$

$$d(\text{inflexion}) = -2,1700 \, d(\text{distance des centres}) + 2,6300 \, d(\text{demi-diam. } \odot) + 2,5900 \, d(\text{demi-diam. } \ominus) - 1,4100 \, d(\text{distance des cornes}).$$

OBSERVATION de $9^h 19' 37''$.

(98.) Suivant M. Short, à $9^h 19' 37''$, la distance des cornes étoit de $17' 45'',4$.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de $25' 10'',3$, le demi-diamètre de la Lune de $14' 54'',9$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0069; \text{ inflexion} = 6'',5,$$

$$d(\text{inflexion}) = -2,5100 \, d(\text{distance des centres}) + 3,1130 \, d(\text{demi-diam. } \odot) + 3,0017 \, d(\text{demi-diam. } \ominus) - 1,7629 \, d(\text{distance des cornes}).$$

OBSERVATION de $9^h 48' 42''$.

(99.) Suivant M. Short, à $9^h 48' 42''$, la distance des cornes étoit de $27' 7''$.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera

que la distance des centres étoit alors de $14' 38'',7$, le demi-diamètre de la Lune de $14' 55'',3$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 0,0028; \text{inflexion} = 2'',3,$$

$$d(\text{inflexion}) = +0,9455 d(\text{dist. centres}) - 2,2514 d(\text{demi-diam. } c) \\ - 1,8056 d(\text{demi-diamètre du Soleil}) + 1,7870 d(\text{dist. cornes}),$$

OBSERVATION de 10^h 19' 15".

(100.) Suivant M. Short, à $10^h 19' 15''$, la distance des cornes étoit de $29' 33'',2$.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de $3' 59'',7$, le demi-diamètre de la Lune de $14' 55'',9$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0047; \text{inflexion} = 4'',$$

$$d(\text{inflexion}) = +0,3962 d(\text{dist. centres}) + 2,8398 d(\text{demi-diam. } c) \\ - 1,0365 d(\text{demi-diam. du Soleil}) - 0,9239 d(\text{dist. cornes}).$$

OBSERVATION de 11^h 35' 23".

(101.) Comme les observations de $10^h 26' 10''$, $10^h 28' 28''$, $10^h 30' 43''$, sont des observations de distances de limbes, je passe tout de suite à l'observation de $11^h 35' 23''$: bien entendu que je reviendrai sur ces dernières observations.

Suivant M. Short, à $11^h 35' 23''$, la distance des cornes étoit de $21' 11'',4$.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de $22' 29'',3$, le demi-diamètre de la Lune de $14' 56'',8$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = \text{imaginaire.}$$

Nous verrons ce que signifie cette solution.

OBSERVATION de 11^h 37' 33".

(102.) Suivant M. Short, à $11^h 37' 33''$, la distance des cornes étoit de $20' 18'',4$.

342 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de $23' 13'',9$, le demi-diamètre de la Lune de $14' 56'',8$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0063; \text{inflexion} = 5'',7,$$

$$d(\text{inflexion}) = -5,8175 d(\text{dist. centres}) + 7,9409 d(\text{demi-diam. } c) \\ + 7,5442 d(\text{demi-diam. du Soleil}) - 5,1031 d(\text{dist. cornes}).$$

OBSERVATION de $11^h 40' 49''$.

(103.) Suivant M. Short, à $11^h 40' 49''$, la distance des cornes étoit de $18' 52'',9$.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de $24' 19'',7$, le demi-diamètre de la Lune de $14' 56'',8$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0200; \text{inflexion} = 18'',$$

$$d(\text{inflexion}) = -3,2843 d(\text{dist. centres}) + 4,2711 d(\text{demi-diam. } c) \\ + 4,0768 d(\text{demi-diam. du Soleil}) - 2,5571 d(\text{dist. cornes}).$$

Quoique cette dernière observation soit très-favorable au système de l'inflexion, il faut cependant prendre garde d'admettre des conclusions forcées. L'expression de $d(\text{inflexion})$ fait voir que si l'on supposoit que les distances des cornes n'eussent pas été mesurées exactement, & qu'elles fussent réellement plus grandes d'environ 5 secondes, on concilieroit cette observation avec toutes les autres; voyons si par hazard cette hypothèse ne résulteroit pas de l'inspection seule des observations. A $11^h 35' 23''$, la distance des cornes étoit de $21' 11'',4$; à $11^h 37' 33''$, c'est-à-dire, $2' 10''$ de temps après la première observation, la distance des cornes étoit de $20' 18'',4$: cette distance avoit donc diminué de 53 secondes en $2' 10''$ de temps, & par conséquent, de $26'',5$ en $1' 5''$ de temps. La troisième observation, c'est-à-dire, celle de $11^h 40' 49''$ est éloignée de la seconde, de $3' 15''$ de temps; donc, la diminution de la distance des cornes ne devoit être que d'environ $3 \times 26'',5 = 79'',5$. Si l'on

retranche $79''{,}5$ de la distance des cornes, qui avoit lieu à $11^h 37' 33''$, on aura $18' 58''{,}9$ pour la distance des cornes, correspondante à $11^h 40' 49''$, distance qui surpasse de 6 secondes la distance observée.

(104.) Je dois maintenant expliquer ce que signifie l'expression imaginaire de $\frac{n}{m}$ du §. 101 ; cela vient de la forme de l'équation du Problème. Cette équation, ainsi qu'on l'a dit plusieurs fois, renferme deux radicaux, qui, dans de certaines circonstances, deviennent nuls, sans pouvoir cependant passer à l'imaginaire. L'observation de $11^h 35' 23''$ étoit dans la limite, où l'un des radicaux étoit nul. Or il est sensible que, dans ces cas, la moindre petite erreur dans l'observation peut donner un imaginaire : & c'est justement ce qui est arrivé. Il auroit été fort facile d'avoir une solution réelle, en faisant varier seulement d'une fraction de seconde, les diamètres du Soleil ou de la Lune, ou la distance des cornes ; mais je me suis fait une loi de ne point altérer les observations. D'ailleurs, je n'ai pas été fâché de tomber dans ce cas, afin d'avoir occasion d'en avertir les Calculateurs. Passons aux observations des distances des limbes.

Calcul des observations des distances des limbes.

(105.) Pour calculer les observations des distances des limbes, on aura recours à l'équation (3) du §. 40 ; d'où l'on tire

$$(1) \quad \frac{n}{m} = \frac{\text{demi-diamètre de la Lune} + \text{distance des limbes}}{\text{distance des centres} + \text{demi-diamètre du Soleil}}.$$

On aura ensuite (équation (2) du §. 35),

$$(2) \quad \text{inflexion} = \left(1 - \frac{n}{m}\right) \times (\text{demi-diam. } c + \text{dist. des limbes}).$$

Quant à la variation de l'inflexion, nous remarquerons que si dans les équations (1) & (2) des §. 53 & 54,

l'on suppose $\frac{n}{m} = 1$, à cause de la petitesse des quantités, & que l'on combine ces deux équations; puisque d'ailleurs, demi-diam. $\odot + \text{dist. limbes} = \text{demi-diam. } \odot + \text{distance centres}$, on aura

$$(3) \ d(\text{inflexion}) = d(\text{dist. limbes}) + d(\text{demi-diamètre de la Lune}) \\ - d(\text{distance des centres}) - d(\text{demi-diamètre du Soleil}).$$

OBSERVATION de 10^h 26' 10".

(106.) Suivant M. Short, à 10^h 26' 10", la distance des limbes étoit de 2' 58",7.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de 1' 55",1; le demi-diamètre de la Lune de 14' 56",2: si donc l'on suppose le demi-diamètre du Soleil de 15' 56", on aura

$$\frac{n}{m} = 1,0037; \text{ inflexion} = 3",1,$$

$$d(\text{inflexion}) = 1,0000 d(\text{dist. limbes}) + 1,0000 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ - 1,0000 d(\text{dist. centres}) - 1,0000 d(\text{demi-diam. du Soleil}).$$

OBSERVATION de 10^h 28' 28".

(107.) Suivant M. Short, à 10^h 28' 28", la distance des limbes étoit de 2' 31",3.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de 1' 28",9; le demi-diamètre de la Lune de 14' 56",3: si donc l'on suppose le demi-diamètre du Soleil de 15' 56", on aura

$$\frac{n}{m} = 1,0026; \text{ inflexion} = 2",3,$$

$$d(\text{inflexion}) = 1,0000 d(\text{dist. limbes}) + 1,0000 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ - 1,0000 d(\text{dist. centres}) - 1,0000 d(\text{demi-diam. du Soleil}).$$

OBSERVATION de 10^h 30' 43".

(108.) A 10^h 30' 43", la distance des limbes étoit, suivant M. Short, de 2' 26",2.

Si

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de $1' 24''{,}9$, le demi-diamètre de la Lune de $14' 56''{,}4$. Si donc l'on suppose le demi-diamètre du Soleil de $15' 56''$, on aura

$$\frac{n}{m} = 1,0015; \text{ inflexion} = 1'',2,$$

$$d(\text{inflexion}) = 1,0000 d(\text{dist. limbes}) + 1,0000 d(\text{demi-diam. C}) \\ - 1,0000 d(\text{dist. centres}) - 1,0000 d(\text{demi-diam. du Soleil}).$$

SECTION SECONDE.

Application des principes précédens , à l'observation de Pello.

(109.) Avant de tirer aucune conséquence des résultats précédens, je ne puis m'empêcher d'appliquer les mêmes calculs, à l'observation de l'Éclipse annulaire faite à Pello en Lapponie, le 1.^{er} Avril 1764, par M. Hellant. Cette discussion servira de réponse à quelques objections que l'on feroit peut-être tenté de faire contre les conséquences que je tirerai, & elle nécessitera ces conséquences d'une manière invincible. Voici le détail de cette observation, d'après M. Hellant.

(110.) « Les Éphémérides de M.^{rs} de la Caille & Zanotti m'avoient laissé dans l'incertitude si l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, seroit annulaire à Torneå. Pour ne pas manquer un phénomène si rare, je me suis rendu à Pello, situé à dix lieues au Nord de Torneå. Cet endroit est célèbre par les observations que les Astronomes François y ont faites, lorsqu'ils mesurèrent, en 1738, un Degré du Méridien; sa position est bien connue. Je m'établis dans la ferme de Kortiniemi, dont la latitude est de $66^d 48' 0''$. J'ai déterminé la marche de la Pendule & le temps vrai, aussi exactement qu'il m'a été possible, par le moyen d'une méridienne que j'ai vérifiée plusieurs fois. J'ai employé particulièrement à cette vérification, les culminations de l'Étoile polaire & d'une des Étoiles de Cassiopee.

Mém. 1775.

XX

» L'Éclipse étoit commencée à $11^h 28'$ du matin , mais
 » depuis peu de temps ; l'immersion totale de la Lune sur le
 » disque du Soleil , ou en d'autres termes , la formation de
 » l'anneau est arrivée à $0^h 45' 18''$ temps vrai ; la rupture a
 » eu lieu à $0^h 51' 8''$. J'ai observé ces deux momens avec une
 » lunette de vingt pieds. Le ciel s'étant couvert , je n'ai pu
 » voir la fin de l'Éclipse.

» Lors de l'immersion de la Lune sur le disque solaire , ou
 » plutôt quelques secondes avant cet instant , je vis paroître
 » comme de petites pointes de feu , ou si l'on veut , comme
 » des étincelles qui sembloient parsemer la circonférence de la
 » Lune , vers les points où devoit se faire le contact ; en un
 » clin d'œil , ces étincelles se réunirent , & l'anneau fut complè-
 » tement formé. J'aperçus de semblables étincelles lors de la
 » rupture de l'anneau.

» Vers l'instant de la formation de l'anneau , la partie la
 » plus mince parut croître dans un plus grand rapport que
 » ne sembloit le comporter la durée du temps ; il en fut de
 » même , mais dans un ordre renversé , lors de la rupture de
 » l'anneau. Tant que la Lune fut entièrement projetée sur le
 » disque du Soleil , le disque de ce dernier astre parut plus
 » grand qu'avant & après l'observation ».

OBSERVATION de $0^h 45' 18''$.

(111.) Suivant M. Hellant , l'anneau lumineux s'est
 formé à $0^h 45' 18''$.

On doit regarder l'instant de la formation de l'anneau ,
 comme l'instant où la distance des cornes est nulle ; on peut
 donc appliquer à l'instant de la formation de l'anneau , les
 formules qui conviennent aux distances des cornes , en
 supposant cette distance nulle. De plus , la latitude de Pello
 est de $66^d 48' 0''$ boréale , & l'heure de la conjonction est
 arrivée le 1.^{er} Avril 1764 , lorsque l'on comptoit à Pello
 $11^h 58' 3''$. Si donc l'on applique le calcul à cette obser-
 vation , on trouvera que la distance des centres étoit alors

de $1'7'',1$; le demi-diamètre de la Lune de $14'53'',6$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0056; \quad \text{Inflexion} = 5'',0,$$

$$d(\text{inflexion}) = + 1,0056 \, d(\text{dist. centres}) + 1,0112 \, d(\text{demi-diam. } c) \\ - 1,0056 \, d(\text{demi-diam. } \odot) - 0,0005 \, d(\text{dist. des cornes}).$$

OBSERVATION de $0^h 51' 8''$.

(112.) Suivant M. Hellant, l'anneau lumineux s'est rompu à $0^h 51' 8''$.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de $1'7'',2$, le demi-diamètre de la Lune de $14'53'',6$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0057; \quad \text{Inflexion} = 5'',0,$$

$$d(\text{inflexion}) = + 1,0057 \, d(\text{dist. centres}) + 1,0114 \, d(\text{demi-diam. } c) \\ - 1,0057 \, d(\text{demi-diam. } \odot) - 0,0000 \, d(\text{dist. cornes}).$$

Passons aux conséquences.

SECTION TROISIÈME.

Remarques préliminaires sur les Équations des paragraphes précédens.

(113.) Je ferai usage, dans les discussions suivantes, de toutes les observations des distances des cornes, calculées dans les paragraphes précédens, à l'exception toutefois de l'observation de Londres de $11^h 35' 23''$, qui a conduit à un résultat imaginaire, & de celle de $11^h 40' 49''$ trop favorable au système de l'inflexion, & dans laquelle la distance observée des cornes me paroît évidemment trop petite. Pour distinguer chacune des équations, je désignerai

par { observation 1, l'observation faite à Londres à $9^h 4' 33''$;
 { observation 2, l'observation faite à Londres à $9. 12. 27$;
 { observation 3, l'observation faite à Londres à $9. 14. 22$;

Xx ij

par { observation 4, l'observation faite à Londres à 9^h 16' 17";
 observation 5, l'observation faite à Londres à 9. 18. 1;
 observation 6, l'observation faite à Londres à 9. 19. 37;
 observation 7, l'observation faite à Londres à 9. 48. 42;
 observation 8, l'observation faite à Londres à 10. 19. 15;
 observation 9, l'observation faite à Londres à 11. 37. 33;
 observation 10, l'observation faite à Pello à 0. 45. 18;
 observation 11, l'observation faite à Pello à 0. 51. 8.

Je désignerai par d (dist. centre 1), d (dist. cornes 1) les erreurs des distances des centres & des cornes relatives à l'observation 1; par d (dist. centres 2), d (dist. cornes 2) les erreurs des distances des centres & des cornes relatives à l'observation 2, & ainsi de suite. Quant à d (diam. ☉), d (diam. ☾), je ne les désignerai par aucune marque particulière relative à l'observation. La raison en est simple, les demi-diamètres du Soleil sont les mêmes pour toutes les observations. Quant aux demi-diamètres de la Lune, quoique pour chaque observation ces demi-diamètres ne soient pas rigoureusement égaux, on peut cependant regarder sans erreur sensible que d (demi-diam. ☾) exprime l'erreur du demi-diamètre horizontal de la Lune.

(114.) D'après les réflexions précédentes, je remarque que si pour donner aux équations dont il s'agit, la forme la plus générale dont elles sont susceptibles, l'on suppose que l'inflexion est d'une certaine quantité, par exemple, égale à α , & que l'on entende par inflexion $+ d$ (inflexion) les résultats des calculs précédens, on aura

$$\text{Inflexion} + d(\text{inflexion}) = \alpha.$$

Et les équations précédentes deviendront,

$$\begin{aligned} (1) + 5^{\text{h}}.0 &= 1,006 d(\text{dist. centres } 1) + 1,006 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ &\quad + 1,006 d(\text{demi-diam. } \ominus) - 0,000 d(\text{dist. cornes } 1) - \alpha = 0 \\ (2) + 4^{\text{h}}.0 &= 1,439 d(\text{dist. centres } 2) + 1,602 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ &\quad + 1,579 d(\text{demi-diam. } \ominus) - 0,682 d(\text{dist. cornes } 2) - \alpha = 0 \\ (3) + 9^{\text{h}}.4 &= 1,661 d(\text{dist. centres } 3) + 1,895 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ &\quad + 1,880 d(\text{demi-diam. } \ominus) - 0,899 d(\text{dist. cornes } 3) - \alpha = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4) & + 6'',5 - 1,844 \, d \text{ (dist. centres 4)} + 2,178 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) \\
& + 2,125 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) - 1,107 \, d \text{ (dist. cornes 4)} - \alpha = 0. \\
(5) & + 9'',3 - 2,170 \, d \text{ (dist. centres 5)} + 2,630 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) \\
& + 2,590 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) - 1,410 \, d \text{ (dist. cornes 5)} - \alpha = 0. \\
(6) & + 6'',5 - 2,510 \, d \text{ (dist. centres 6)} + 3,113 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) \\
& + 3,002 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) - 1,763 \, d \text{ (dist. cornes 6)} - \alpha = 0. \\
(7) & + 2'',3 + 0,946 \, d \text{ (dist. centres 7)} - 2,251 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) \\
& - 1,806 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) + 1,787 \, d \text{ (dist. cornes 7)} - \alpha = 0. \\
(8) & + 4'',0 + 0,396 \, d \text{ (dist. centres 8)} + 2,840 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) \\
& - 1,037 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) - 0,924 \, d \text{ (dist. cornes 8)} - \alpha = 0. \\
(9) & + 5'',7 - 5,818 \, d \text{ (dist. centres 9)} + 7,941 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) \\
& + 7,544 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) - 5,103 \, d \text{ (dist. cornes 9)} - \alpha = 0. \\
(10) & + 5'',0 + 1,006 \, d \text{ (dist. cent. 10)} + 1,011 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) \\
& - 1,006 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) - 0,000 \, d \text{ (dist. corn. 10)} - \alpha = 0. \\
(11) & + 5'',0 + 1,006 \, d \text{ (dist. cent. 11)} + 1,011 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) \\
& - 1,006 \, d \text{ (demi-diam. } \odot) - 0,000 \, d \text{ (dist. corn. 11)} - \alpha = 0.
\end{aligned}$$

(115.) Dans les équations du §. *précéd.* si l'on donne à α toutes sortes de valeurs, on aura les équations qui ont lieu dans toutes les hypothèses d'inflexion. Si l'on veut, par exemple, que l'inflexion soit nulle, on supposera $\alpha = 0$, & l'on aura les relations entre les élémens qui conviennent à cette inflexion. Si l'on veut que l'inflexion soit de $1''$, $2''$, $3''$, &c. on supposera $\alpha = 1''$, $2''$, $3''$, &c. & ainsi de suite.

(116.) Dans les mêmes équations, le terme d (distance des cornes), renferme les erreurs des observations; le terme d (demi-diamètre \odot), exprime l'erreur sur l'évaluation particulière du demi-diamètre horizontal de la Lune, dont on a fait usage; le terme d (demi-diamètre \odot), exprime l'erreur sur l'évaluation du demi-diamètre du Soleil, dont on a fait pareillement usage. Je remarquerai que le demi-diamètre du Soleil que j'ai employé, & que j'ai défini, demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation, n'est pas de mon choix; il a été amené par les calculs, ainsi que je le ferai voir dans mon travail sur l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764. Au reste, sans entrer dans aucune discussion physique sur l'irradiation, j'entends par

le demi-diamètre du Soleil depouillé de l'irradiation, le demi-diamètre qui satisfait aux observations, & qui m'a paru plus petit que celui que l'on conclut des Tables.

(117.) Quant au terme d (dist. centres), il est sensible qu'il renferme les erreurs relatives aux élémens hypothétiques de l'Eclipse. En effet, les distances des centres employées dans ces équations, sont le résultat d'un calcul, dans lequel on a fait usage de certains élémens. Ce résultat auroit été un peu différent, si l'on eût employé d'autres élémens. Quoique nous n'ayons fait usage dans ce Mémoire, que d'un système d'élémens qui satisfait à la totalité des bonnes observations de l'Eclipse du 1.^{er} Avril 1764, nous ne devons pas laisser ignorer que les équations dont nous avons déduit ce système, & que je mettrai sous les yeux du Lecteur, lorsque je publierai mon travail sur l'Eclipse de 1764, conduisent également à d'autres systèmes aussi plausibles. Ces différens systèmes résultent de ce que n'ayant point eu assez de conditions pour éliminer les mouvemens horaires, cette quantité est restée dans l'expression des élémens de l'Eclipse. Il a donc fallu emprunter cet élément, des Tables astronomiques. Les mouvemens horaires qui donnent les élémens hypothétiques du §. 91, sont ceux tirés des Tables de M. Clairaut. Les Tables de M. Mayer donnent un mouvement horaire plus grand de $2'',2$; on aura alors un autre système d'élémens un peu différent, mais également propre à représenter toutes les observations. Voici au surplus deux équations qui serviront à faire les corrections nécessaires dans les équations du §. 114, pour passer d'un système à un autre,

$$(1) \ d(\text{demi-diamètre } \odot) = 0,745 \ d(\text{mouvement horaire}).$$

$$(2) \ d(\text{dist. des centres}) = \frac{b}{3600''} \times \frac{B\pi\zeta}{\lambda + r} \ d(\text{mouvement horaire}) \\ + \frac{206265''}{3600''} \times \frac{\pi^2\zeta Bn}{r^2\lambda} \times d(\text{distance à la conjonction}).$$

La quantité B de cette dernière équation, est celle du
Année 1765. §. 1 de mon III.^e Mémoire, dont on a fait usage pour calculer

la distance des centres. Les quantités $b, \kappa, \zeta, \lambda, \psi, \eta, r$, sont celles définies dans *mes précédens Mémoires*. Quant à d (dist. à la conjonction), c'est le nombre de secondes horaires dont le nouveau système d'élémens a augmenté la distance de l'instant dont il s'agit, à l'instant de la conjonction, dans le lieu pour lequel on calcule.

J'ai supprimé la démonstration de ces équations, dont la première est tirée de mon Ouvrage sur l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, qui n'est pas encore publié. Quant à la seconde, elle se déduit de la formule démontrée dans l'article IV de mon *Année 1770, VIII. Mémoire*.

(118.) Si l'on applique le calcul aux équations du §. 117, & que l'on suppose avec M. Mayer, d (mouvement horaire) $= 2'',2$, on aura

$$d \text{ (demi-diamètre du Soleil) } = 1'',639.$$

(119.) Si l'on veut apprécier maintenant dans la même hypothèse de mouvement horaire que ci-dessus, la quantité d (dist. des centres), relativement aux observations de Londres & de Pello, il faut connoître la quantité d (dist. à la conj.). J'ai trouvé par les équations du §. 123 de mon *VIII. Mémoire*, *Année 1770* & que relativement à Londres, le changement d'élémens, relatif au changement de mouvement horaire, n'a pas changé l'instant de la conjonction. Quant à Pello, j'ai trouvé par des calculs analogues, que le changement d'élémens, relatif au changement de mouvement horaire, a retardé l'instant de la conjonction de 4 secondes pour ce lieu; c'est-à-dire, que cet instant est arrivé lorsque l'on comptoit $11^h 58' 7''$ à Pello, au lieu de $11^h 58' 3''$. On fera donc dans les calculs pour Londres, d (distance à la conjonction) $= 0$, & dans les calculs pour Pello, d (distance à la conjonction) $= -4''$. On aura en conséquence,

$$(1) \ d \text{ (distance centres 1) } = 2'',739.$$

$$(2) \ d \text{ (distance centres 2) } = 2,458.$$

$$(3) \ d \text{ (distance centres 3) } = 2,420.$$

$$(4) \ d \text{ (distance centres 4) } = 2,314.$$

$$(5) \ d \text{ (distance centres 5) } = 2,250.$$

352 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

$$(6) d \text{ (distance centres 6)} = 2",193.$$

$$(7) d \text{ (distance centres 7)} = 1,146.$$

$$(8) d \text{ (distance centres 8)} = 0,068.$$

$$(9) d \text{ (distance centres 9)} = 2,739.$$

$$(10) d \text{ (distance centres 10)} = -1,730 + 1,699 = -0,031.$$

$$(11) d \text{ (distance centres 11)} = +1,939 - 1,800 = +0,139.$$

Les équations du §. 114, deviendront dans cette hypothèse,

$$\begin{aligned} (1) &+ 4",0 - 1,006 d \text{ (dist. centres 1)} + 1,006 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &+ 1,006 d \text{ (demi-diam. O)} - 0,000 d \text{ (dist. cornes 1)} - \alpha = 0, \\ (2) &+ 3",0 - 1,439 d \text{ (dist. centres 2)} + 1,602 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &+ 1,579 d \text{ (demi-diam. O)} - 0,682 d \text{ (dist. cornes 2)} - \alpha = 0, \\ (3) &+ 8",3 - 1,661 d \text{ (dist. centres 3)} + 1,895 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &+ 1,880 d \text{ (demi-diam. O)} - 0,899 d \text{ (dist. cornes 3)} - \alpha = 0, \\ (4) &+ 5",6 - 1,844 d \text{ (dist. centres 4)} + 2,178 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &+ 2,125 d \text{ (demi-diam. O)} - 1,107 d \text{ (dist. cornes 4)} - \alpha = 0, \\ (5) &+ 8",6 - 2,170 d \text{ (dist. centres 5)} + 2,630 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &+ 2,590 d \text{ (demi-diam. O)} - 1,410 d \text{ (dist. cornes 5)} - \alpha = 0, \\ (6) &+ 5",9 - 2,510 d \text{ (dist. centres 6)} + 3,113 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &+ 3,002 d \text{ (demi-diam. O)} - 1,763 d \text{ (dist. cornes 6)} - \alpha = 0, \\ (7) &+ 0",5 + 0,946 d \text{ (dist. centres 7)} - 2,251 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &- 1,806 d \text{ (demi-diam. O)} + 1,787 d \text{ (dist. cornes 7)} - \alpha = 0, \\ (8) &+ 2",5 + 0,396 d \text{ (dist. centres 8)} + 2,840 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &- 1,037 d \text{ (demi-diam. O)} - 0,924 d \text{ (dist. cornes 8)} - \alpha = 0, \\ (9) &+ 2",1 - 5,818 d \text{ (dist. centres 9)} + 7,941 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &+ 7,544 d \text{ (demi-diam. O)} - 5,103 d \text{ (dist. cornes 9)} - \alpha = 0, \\ (10) &+ 3",4 + 1,006 d \text{ (dist. cent. 10)} + 1,011 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &- 1,006 d \text{ (demi-diam. O)} - 0,000 d \text{ (dist. corn. 10)} - \alpha = 0, \\ (11) &+ 3",4 + 1,006 d \text{ (dist. cent. 11)} + 1,011 d \text{ (demi-diam. C)} \\ &- 1,006 d \text{ (demi-diam. O)} - 0,000 d \text{ (dist. corn. 11)} - \alpha = 0. \end{aligned}$$

On n'oubliera point que ces dernières équations ont été calculées dans l'hypothèse des mouvemens horaires de M. Mayer, qui ont permis d'augmenter de 1",639 le demi-diamètre du Soleil. Quant aux équations du §. 114, elles sont calculées dans l'hypothèse des mouvemens horaires de M. Clairaut, c'est-à-dire, conformément aux élémens hypothétiques du §. 91.

SECTION

SECTION QUATRIÈME.

Application des calculs précédens à la solution de plusieurs questions relatives à l'inflexion des rayons solaires qui rasant le limbe de la Lune.

(120.) Il faut d'abord avoir une idée nette de ce que j'entends par *l'inflexion des rayons solaires*. J'entends par ce mot, l'explication d'un phénomène démontré par le calcul; savoir, que si l'on part des élémens d'une Éclipse, donnés par les Tables, il est impossible de concilier les observations, à moins que l'on n'admette que des points du disque du Soleil sont visibles, lorsque le calcul indique qu'ils sont encore cachés sous le disque de la Lune tiré des Tables. J'ai attribué ce phénomène à l'inflexion que les rayons du Soleil subissent dans l'atmosphère de la Lune; cette explication est analogue à ce que l'on observe dans notre atmosphère. Mais quelque plausible qu'elle soit, je n'ai point dissimulé que l'on donneroit également raison des phénomènes, si l'on admettoit une diminution réelle dans le diamètre horizontal de la Lune. Je vais donc m'attacher à démontrer que les équations précédentes conduisent nécessairement à l'une de ces deux conclusions; je ferai voir ensuite les raisons qui peuvent faire pencher pour l'inflexion des rayons solaires.

Je supposerai dans ces recherches, que les distances des cornes ont été bien mesurées; ou que du moins, s'il y a quelque erreur dans cet élément, ce sont des erreurs telles que si ces distances avoient été exactement mesurées, elles auroient toutes donné la même inflexion. Au reste, comme il y a trois équations (1), (10) & (11), dans lesquelles les erreurs des distances des cornes n'influent pas sensiblement sur les résultats; je discuterai ces équations de préférence.

(121.) Je dois d'abord répondre à une objection que l'on pourroit faire. On a vu qu'en augmentant le mouvement horaire de 2",2, on avoit diminué d'environ 1 seconde les

Mém. 1775.

Y y,

termes constans des équations; on pourroit donc faire disparaître ces premiers termes, & par conséquent l'inflexion, en augmentant les mouvemens horaires. Géométriquement parlant, la conclusion est exacte; mais astronomiquement parlant, elle ne paroît pas admissible. Pour faire disparaître, par exemple, les termes constans des équations (1), (10) & (11), il faudroit augmenter le mouvement horaire, d'environ 7 secondes; c'est-à-dire, le supposer de 7 secondes plus grand que celui donné par les Tables de M. Mayer, qui donnent elles-mêmes un mouvement horaire plus grand de 2 secondes que celles de M. Clairaut. D'ailleurs, il faudroit augmenter de $6'',639$ le demi-diamètre du Soleil; & il auroit été de $16' 2'',5$, ce qui est contraire à toutes les mesures de ce demi-diamètre. Je crois donc que l'on ne peut rien faire de plus, que d'adopter l'augmentation du mouvement horaire donné par les Tables de M. Mayer, & de s'en tenir aux équations du §. 119, dans lesquelles on supposera les erreurs des distances des centres nulles. Jamais on ne me persuadera que de bonnes Tables soient en erreur, l'une de 9 secondes, & l'autre de 7 secondes, sur des mouvemens horaires. On peut voir au surplus, ce que j'ai dit à ce sujet, dans les §.

Année 1771. 87 & suivans de mon IX.^e Mémoire.

(122.) D'après ces réflexions, je reprends les équations (1), (10) & (11) du §. 119; (on n'oubliera point qu'elles sont moins favorables au système de l'inflexion que les équations analogues du §. 114). Je fais nul dans ces équations, d (distance des centres), & j'ai

$$(1) + 4'',0 + 1,006 d(\text{demi-diam. } \odot) + 1,006 d(\text{demi-diam. } \ominus) - \alpha = 0.$$

$$(10) + 3'',4 + 1,011 d(\text{demi-diam. } \odot) - 1,006 d(\text{demi-diam. } \ominus) - \alpha = 0.$$

$$(11) + 3'',4 + 1,011 d(\text{demi-diam. } \odot) - 1,006 d(\text{demi-diam. } \ominus) - \alpha = 0.$$

Pour essayer si l'on ne pourroit point expliquer par quelque supposition sur le demi-diamètre du Soleil, les phénomènes que j'ai attribués à l'inflexion, je suppose $\alpha = 0$, & $d(\text{demi-diamètre } \odot) = 0$. Je tire alors de l'équation (1)

d (demi-diamètre \odot) = $-4''$; & des équations (10) & (11), d (demi-diamètre \odot) = $+3''{,}4$. Ces conclusions contradictoires font voir qu'il n'est pas possible d'expliquer les phénomènes, par des suppositions sur le demi-diamètre du Soleil.

(123.) Pour essayer maintenant si l'on ne pourroit point expliquer par quelque supposition sur le demi-diamètre de la Lune, les phénomènes que j'ai attribués à l'inflexion; je suppose $a = 0$, & d (demi-diamètre \odot) = 0 ; je tire alors de l'équation (1), d (demi-diamètre \odot) = $-4''$; & des équations (10) & (11), d (demi-diamètre \odot) = $-3''{,}4$. Ces conclusions cohérentes entr'elles font voir qu'il est possible d'expliquer les phénomènes, en diminuant le demi-diamètre de la Lune.

Si l'on supposoit dans les mêmes équations d (demi-diam. \odot) = 0 , & d (demi-diam. \odot) = 0 , on auroit par l'équation (1), $a = 4''$, & par les équations (10) & (11), $a = 3''{,}4$, conclusions aussi cohérentes entr'elles, & qui démontrent qu'on peut également expliquer les phénomènes, par l'inflexion. Voilà donc la question réduite à admettre une inflexion dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, ou une diminution dans les demi-diamètres de la Lune. Examinons les raisons qui peuvent militer en faveur de l'une ou de l'autre de ces deux hypothèses.

(124.) Une première raison fort simple milite en faveur de l'inflexion. Dans l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, la diminution du demi-diamètre de la Lune qu'il faudroit admettre, seroit d'environ 5 secondes dans l'hypothèse des mouvemens horaires de M. Clairaut, & d'environ $3''{,}7$ dans l'hypothèse des mouvemens horaires de M. Mayer. Le demi-diamètre a été mesuré deux fois par M. Short, lorsque la Lune étoit presque entièrement projetée sur le disque du Soleil; il a été trouvé de $14'54''{,}8$, à des instans, ou d'après les Tables, il auroit dû être de $14'56''{,}1$; la diminution réelle du demi-diamètre de la Lune ne seroit donc que de $1''{,}3$, tandis que pour satisfaire aux phénomènes, elle devoit être

au moins de 3",7. Cette observation paroît donc favorable à l'hypothèse de l'inflexion des rayons solaires.

La seconde raison qui milite en faveur de l'inflexion, est tirée de la forme des équations (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8), (9), (10) & (11) des §. 114 & 119. Dans ces équations, les coefficients de d (demi-diamètre \odot) varient d'une manière très-sensible; ils sont positifs & vont en croissant depuis l'équation (1) jusqu'à l'équation (6). Dans l'intervalle de l'équation (6) à l'équation (7), ils ont passé du positif au négatif, par l'infini. Dans l'intervalle de l'équation (7) à l'équation (8) ils ont repassé du négatif au positif, pareillement par l'infini. Dans l'équation (9), le coefficient est très-grand & positif; l'équation est voisine de la circonstance où le coefficient avoit passé du négatif au positif. Dans les équations (10) & (11), les coefficients sont positifs & très-voisins de l'unité. Si l'on tire de ces équations, les expressions de d (demi-diamètre \odot), en supposant $a = 0$, d (dist. centres) $= 0$, d (demi-diam. \odot) $= 0$, on aura des résultats assez différens les uns des autres: on aura même un résultat positif. Cette raison seroit extrêmement forte, si les termes des équations qui expriment l'inflexion, étoient plus cohérens entr'eux. Malheureusement il règne entre ces termes une discordance à peu-près semblable: ainsi il faut, jusqu'à un certain point, écarter cette première raison.

S E C T I O N C I N Q U I È M E.

Observations importantes pour se décider entre les deux hypothèses de l'inflexion des rayons solaires, ou de la diminution du demi-diamètre de la Lune.

(125.) Si les réflexions que nous venons de présenter, §. 124, ne sont pas décisives dans l'espèce de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, pour se décider entre les deux hypothèses de l'inflexion des rayons solaires, ou de la diminution réelle du demi-diamètre de la Lune, elles nous conduisent au

moins à indiquer des observations très-importantes sur ce sujet. Nous avons dit (§. 124) que si l'on suit une Éclipse par tous les degrés où elle passe, avant la plus grande phase; dans les équations analogues à celles des §. 114 & 119, les coefficients de d (demi-diamètre \odot) sont d'abord positifs, vont en croissant, passent du positif au négatif par l'infini, sont quelque temps négatifs; repassent du négatif au positif par l'infini; & ainsi de suite, mais dans un ordre renversé après la plus grande phase. On doit sentir qu'il est de la plus grande importance de mesurer les distances des cornes, dans l'intervalle où les coefficients de d (demi-diamètre \odot) sont négatifs, & de les comparer aux distances des cornes mesurées dans l'intervalle où les coefficients sont positifs. En effet, on aura, dans les deux cas, des équations de la forme suivante:

$$(1) A_1 + \gamma_1 d(\text{demi-diamètre de la Lune}) - \alpha = 0,$$

$$(2) A_2 + \gamma_2 d(\text{demi-diamètre de la Lune}) - \alpha = 0,$$

γ_1 étant d'ailleurs positif par la supposition, & γ_2 négatif. Maintenant, si A_1 & A_2 sont positifs; c'est-à-dire, si l'équation du §. 46 donne un résultat positif dans les deux cas; il faudra se décider pour l'inflexion des rayons solaires. En effet, si dans les équations (1) & (2) l'on supposoit $\alpha = 0$, on auroit, par l'équation (1), une valeur négative de d (demi-diamètre \odot), & par l'équation (2), une valeur positive, ce qui seroit contradictoire. On auroit au contraire par les mêmes équations, deux valeurs de α positives, si l'on supposoit d (demi-diamètre \odot) = 0. On tireroit des conclusions opposées, si A_1 & A_2 avoient un signe différent dans les deux cas, & il faudroit se décider pour une diminution réelle du demi-diamètre de la Lune.

(126.) Pour déterminer maintenant les cas où dans les équations dont il s'agit, la quantité d (demi-diamètre \odot) a un coefficient négatif, je reprends l'équation (1) du §. 93,

$$(1) d(\text{inflex.}) = \frac{-l[\lambda \mp \sqrt{(s^2 - y^2)}] d\lambda + l ds - l(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2 - y^2)}}) ds \mp \frac{\lambda l y}{\sqrt{(s^2 - y^2)}} dy}{\lambda[\lambda \mp \sqrt{(s^2 - y^2)}] \pm s(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2 - y^2)}})}.$$

Je remarque que dans cette équation, le coefficient de dl passe du positif au négatif, lorsque la quantité $\lambda[\lambda \mp \sqrt{(s^2 - y^2)}] + s(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2 - y^2)}})$ passe elle-même du positif au négatif; on a donc pour condition du problème,

$$(2) \lambda[\lambda \mp \sqrt{(s^2 - y^2)}] + s(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2 - y^2)}}) = 0;$$

d'où l'on tire

$$(3) (s^2 - y^2) \times (\lambda^2 - s^2)^2 - \lambda^2 y^2 = 0.$$

Cette équation, combinée avec l'équation (4) du §. 43, dans laquelle, pour simplifier le calcul, je suppose $m^2 = n$, c'est-à-dire, avec l'équation,

$$(4) l^2 - 2P(\lambda^2 + s^2) + (\lambda^2 - s^2)^2 + 4\lambda^2 y^2 = 0,$$

donne après avoir éliminé y ,

$$(5) \lambda^4 + 2\lambda^2(s^2 - P) - 3s^4 - 2Ps^2 + l^2 = 0,$$

$$(6) 3\lambda^4 - 2\lambda^2(s^2 - P) - s^4 + 2Ps^2 - l^2 = 0;$$

d'où l'on tire

$$(7) \lambda^2 = s^2 + P,$$

$$(8) \lambda^2 = P - 3s^2,$$

$$(9) \lambda^2 = s^2 - P,$$

$$(10) \lambda^2 = \frac{-s^2 + l^2}{3}.$$

(127.) Si l'on vouloir avoir une solution plus rigoureuse, on mettroit l'équation (1) du §. 93, sous la forme suivante,

$$(1) d(\text{infl.}) = \frac{n^2}{m^2} \times \frac{-l \left[\frac{n^2}{m^2} \lambda \mp \frac{n}{m} \sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2} s^2 - y^2\right)} d\lambda + P dl - \frac{n^2}{m^2} l \left(s \mp \frac{\frac{n}{m} \lambda s}{\sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2} s^2 - y^2\right)}} \right) ds \mp \frac{\frac{n}{m} \lambda l y}{\sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2} s^2 - y^2\right)}} dy \right]}{\frac{n}{m^2} (\lambda^2 + s^2) \mp \lambda \sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2} s^2 - y^2\right)} \mp \frac{n^2}{m^2} \frac{\lambda s^2}{\sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2} s^2 - y^2\right)}}}.$$

On aura alors pour la condition qui fait passer le coefficient de dl du positif au négatif,

$$(2) \frac{n}{m} (\lambda^2 + s^2) \mp \lambda \sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2} s^2 - y^2\right)} \mp \frac{n^2}{m^2} \times \frac{\lambda s^2}{\sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2} s^2 - y^2\right)}} = 0.$$

Cette équation, combinée avec l'équation (4) du §. 43, donne, après avoir éliminé y ,

$$(3) \lambda^4 + 2\lambda^2 \left(s^2 - \frac{m^2}{n^2} l^2\right) - 3s^4 - 2\frac{m^2}{n^2} l^2 s^2 + \frac{m^4}{n^4} l^4 = 0,$$

$$(4) 3\lambda^4 - 2\lambda^2 \left(s^2 - \frac{m^2}{n^2} l^2\right) - s^4 + 2\frac{m^2}{n^2} l^2 s^2 - \frac{m^4}{n^4} l^4 = 0;$$

d'où l'on tire

$$(5) \lambda^2 = s^2 + \frac{m^2}{n^2} l^2,$$

$$(6) \lambda^2 = \frac{m^2}{n^2} l^2 - 3s^2,$$

$$(7) \lambda^2 = s^2 - \frac{m^2}{n^2} l^2,$$

$$(8) \lambda^2 = \frac{-s^2 + \frac{m^2}{n^2} l^2}{3}.$$

(128.) Lors des Éclipses de Soleil, les valeurs de λ que l'on tire de l'équation (5) du *paragraphe précédent*, sont toujours réelles; les valeurs que l'on tire de l'équation (6), sont toujours imaginaires. Quant aux valeurs de λ , que l'on tire des équations (7) & (8), les unes sont essentiellement réelles lorsque les autres sont imaginaires. On voit par-là, que depuis le commencement de l'Éclipse jusqu'à l'instant où $\lambda = \sqrt{s^2 + \frac{m^2}{n^2} l^2}$, la quantité d (demi-diamètre \mathcal{C}) a un coefficient positif dans les équations dont il s'agit; cette quantité a au contraire un coefficient négatif depuis l'instant où $\lambda = \sqrt{s^2 + \frac{m^2}{n^2} l^2}$, jusqu'à l'instant où λ parvient à une des valeurs données par une des équations (7) ou (8). La quantité d (demi-diam. \mathcal{C}), recommence alors à avoir un coefficient positif, jusqu'à l'instant de la plus grande phase; & ainsi de suite, mais dans un ordre renversé depuis la plus

grande phase jusqu'à la fin de l'Éclipse. Je fais abstraction des circonstances astronomiques qui empêchent que λ ne passe par tous ces degrés.

On voit par-là que dans la plupart des Éclipses, & pour les lieux où la plus courte distance des centres est petite, il y a un grand intervalle de temps pendant lequel la quantité d (demi-diamètre \odot) a un coefficient négatif. Je ne répéterai point combien il seroit intéressant d'observer la marche des cornes dans ces circonstances, & de la comparer avec celle qui a lieu vers le commencement & vers la fin de l'Éclipse, temps auquel d (demi-diamètre \odot) a un coefficient positif. Les Astronomes sentiront sans doute l'avantage de la méthode que je leur présente; méthode qui peut seule décider entre l'inflexion des rayons solaires & la diminution réelle du demi-diamètre de la Lune. Dans l'Éclipse, par exemple, du 1.^{er} Avril 1764, observée à Londres, les distances des cornes auroient été intéressantes à mesurer pendant tout le temps où les distances des centres ont été comprises entre $21' 48''$ & $5' 41''$. Pendant cet intervalle, M. Short n'a fait qu'une seule observation, celle de $9^h 48' 42''$; & certainement il les auroit multipliées, s'il en avoit senti l'importance.

(129.) Quoique nous n'ayons qu'une seule observation faite dans les circonstances que nous venons de remarquer, & que par conséquent les résultats que nous allons mettre sous les yeux du Lecteur, n'ayent pas toute la certitude qu'ils pourroient avoir; nous avons cru cependant que l'on verroit avec plaisir ce qui résulte de la comparaison de cette observation unique, avec le commencement de l'Éclipse à Londres, la formation & la rupture de l'anneau à Pello. Comme les mouvemens horaires tirés des Tables de M. Mayer, nous paroissent préférables à ceux donnés par les Tables de M. Clairaut, nous emploierons à cette comparaison, les équations du §. 119.

Si dans les équations (1), (7), (10) & (11) du §. 119, l'on

l'on suppose d (dist. centres) $\equiv 0$; d (diamètre \odot) $\equiv 0$;
 d (dist. cornes) $\equiv 0$; elles deviendront

$$(1) + 4'',0 + 1,006 \, d(\text{demi-diam. } \odot) - \alpha = 0,$$

$$(2) + 0'',5 - 2,251 \, d(\text{demi-diam. } \odot) - \alpha = 0,$$

$$(3) + 3'',4 + 1,011 \, d(\text{demi-diam. } \odot) - \alpha = 0,$$

$$(4) + 3'',4 + 1,011 \, d(\text{demi-diam. } \odot) - \alpha = 0.$$

Maintenant, si l'on ajoute les équations (1), (3), (4);
 pour en tirer un résultat moyen, on aura

$$(5) + 3'',6 + 1,000 \, d(\text{demi-diam. } \odot) - 0,990 \, \alpha = 0.$$

Si l'on substitue ensuite dans l'équation (2), la valeur de
 d (demi-diam. \odot) tirée de l'équation précédente, l'on aura

$$(6) \, \alpha = 2'',7;$$

Et cette valeur de α substituée dans l'équation (5), donnera

$$(7) \, d(\text{demi-diam. } \odot) = -0'',9.$$

On voit par-là que l'on satisfera aux observations, en
 supposant une inflexion de $2'',7$; & en diminuant en même
 temps le demi-diamètre de la Lune, d'environ $0'',900$.
 Cette diminution du demi-diamètre de la Lune, est à $0'',3$
 près, égale à celle que M. Short a déterminée immédia-
 tement par observation; & en cela les résultats présentent
 une singularité remarquable.

(130.) Si l'on veut pousser plus loin ces recherches,
 & que dans les équations du §. 119, l'on substitue à
 d (demi-diamètre \odot), la valeur tirée de l'équation (7) du
paragr. précéd. en supposant d'ailleurs d (dist. centres) $\equiv 0$,
 d (demi-diam. \odot) $\equiv 0$, d (dist. cornes) $\equiv 0$; on aura

Par	{	l'équation (1), $\alpha = 3'',0$,
		l'équation (2), $\alpha = 1,6$,
		l'équation (3), $\alpha = 6,4$,
		l'équation (4), $\alpha = 3,6$,
		l'équation (5), $\alpha = 6,0$,
		l'équation (6), $\alpha = 2,9$,
		l'équation (7), $\alpha = 2,7$,
		l'équation (8), $\alpha = 0,0$,
		l'équation (10), $\alpha = 3,5$,
		l'équation (11), $\alpha = 3,5$;

Mém. 1775.

Zz

$$a = 3''.3.$$

Je n'ai point fait usage de l'équation (9), qui donneroit une inflexion négative; au reste, cette dernière équation ne doit point faire abandonner les résultats ci-dessus, puisqu'en supposant la moindre petite erreur sur les distances observées des cornes, on retomberoit dans ces résultats. Je passe à l'examen des questions relatives aux distances des limbes.

S E C T I O N S I X I È M E.

Application des principes précédens à la solution des questions relatives aux distances des limbes.

(131.) Après avoir appliqué les principes de ce Mémoire aux observations des distances des cornes, & en avoir conclu l'inflexion particulière des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, il convient d'appliquer les mêmes principes aux observations des distances des limbes, & de résoudre les questions analogues relatives à ces distances. Pour suivre l'analogie des Sections précédentes, je désignerai par observation 1, l'observation faite à $10^h 26' 10''$; par observation 2, l'observation de $10^h 28' 28''$; par observation 3, l'observation de $10^h 30' 43''$. Je désignerai par d (dist. centres 1), d (dist. limbes 1), l'erreur sur la distance des centres & sur la distance des limbes correspondantes à l'observation 1; par d (dist. centres 2), d (dist. limbes 2), l'erreur sur la distance des centres & sur la distance des limbes correspondantes à l'observation 2; par d (dist. centres 3), d (dist. limbes 3), l'erreur sur la distance des centres & sur la distance des limbes correspondantes à l'observation 3. Je désignerai par a , la quantité de l'inflexion correspondante à chacune des observations; & comme cette quantité peut n'être pas la même pour toutes les observations, je désignerai par a_1 , la quantité de l'inflexion correspondante à l'observation 1; par a_2 , l'inflexion correspondante à l'observation 2; par a_3 , l'inflexion correspon-

dante à l'observation 3. De plus, puisque pour chacune des observations, on a une équation de la forme suivante,

$$\text{Inflexion} + d(\text{inflexion}) = a,$$

les résultats des *S.* 106, 107, 108 deviendront

$$\begin{aligned} (1) &+ 3'',1 + 1,000 d(\text{dist. limbes } 1) + 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ &\quad - 1,000 d(\text{dist. centres } 1) - 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) - a_1 = 0. \\ (2) &+ 2'',3 + 1,000 d(\text{dist. limbes } 2) + 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ &\quad - 1,000 d(\text{dist. centres } 2) - 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) - a_2 = 0. \\ (3) &+ 1'',2 + 1,000 d(\text{dist. limbes } 3) + 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ &\quad - 1,000 d(\text{dist. centres } 3) - 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) - a_3 = 0. \end{aligned}$$

Telles sont les équations qui ont lieu dans l'hypothèse des mouvemens horaires de M. Clairaut.

(132.) Si l'on étoit parti des mouvemens horaires de M. Mayer, comme alors on auroit $d(\text{demi-diam. } \odot) = 1'',639$, $d(\text{distance centres } 1) = 0'',1$, $d(\text{distance centres } 2) = 0'',1$, $d(\text{distance centres } 3) = 0'',1$, les équations du *S.* 131 deviendroient,

$$\begin{aligned} (1) &+ 1'',4 + 1,000 d(\text{dist. limbes } 1) + 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ &\quad - 1,000 d(\text{dist. centres } 1) - 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) - a_1 = 0. \\ (2) &+ 0'',6 + 1,000 d(\text{dist. limbes } 2) + 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ &\quad - 1,000 d(\text{dist. centres } 2) - 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) - a_2 = 0. \\ (3) &- 0'',6 + 1,000 d(\text{dist. limbes } 3) + 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) \\ &\quad - 1,000 d(\text{dist. centres } 3) - 1,000 d(\text{demi-diam. } \odot) - a_3 = 0. \end{aligned}$$

(133.) Les équations précédentes démontrent que dans l'hypothèse des mouvemens horaires de M. Clairaut, & abstraction faite des petites erreurs sur les distances observées des limbes, les rayons solaires qui ont passé à la distance d'environ 2' 40" du limbe de la Lune, éprouvoient encore une petite inflexion. Cette inflexion seroit nulle dans l'hypothèse des mouvemens horaires de M. Mayer.

(134.) Je remarquerai enfin que les équations du *S.* 132, conduisent à admettre une véritable inflexion dans les rayons

solaires qui rasent le limbe de la Lune, préférablement à une diminution réelle dans le demi-diamètre de cette Planète. En effet, il n'est pas proposable de supposer une inflexion négative, cette hypothèse seroit absolument contraire aux faits établis ci-dessus; les distances des centres me paroissent hors de toute atteinte, puisqu'ils sont le résultat d'éléments vérifiés par une multitude d'observations; le demi-diamètre du Soleil ne peut pas être diminué, puisque nous l'avons déjà supposé plus petit que celui tiré des Tables, & moindre que celui mesuré par M. Short; d'ailleurs ce demi-diamètre a été donné par un résultat de calculs, dans lequel sont entrées toutes les observations faites en Europe; de plus, les véritables distances des limbes ne peuvent pas être supposées plus grandes que les distances observées, puisque l'irradiation a dû naturellement augmenter ces distances. Il me paroît donc que dans les équations (1), (2), (3), du §. 132, il faut supposer $d(\text{distance centres}) = 0$; & que si d'ailleurs, on suppose quelque valeur à a & à $d(\text{demi-diamètre } \odot)$, ce ne peut être qu'une valeur positive; qu'on ne peut de même supposer qu'une valeur négative à $d(\text{dist. limbes})$. Or dans tous ces cas, on conclura une valeur positive de $d(\text{demi-diamètre } \odot)$, & non pas une valeur négative. Les équations du §. 132, conduisent donc à admettre une véritable inflexion dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, puisqu'elles tendent à faire rejeter la diminution du demi-diamètre de cet Astre.

Résultat des Recherches précédentes.

(135.) Il résulte des Recherches précédentes, que les demi-diamètres du Soleil & de la Lune tirés des Tables, ne peuvent pas satisfaire aux observations de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764; qu'il faut diminuer d'abord le demi-diamètre du Soleil, donné par les Tables du Soleil*; que

* Je pars des Tables insérées dans la nouvelle édition de l'*Astronomie* de M. de la Lande, & qui donnent au Soleil un demi-diamètre de 16 0",5, le 1.^{er} Avril 1764.

cette diminution dépend de l'hypothèse que l'on voudra adopter sur les mouvemens horaires ; qu'en admettant les mouvemens horaires de M. Clairaut, cette diminution est de $4'',5$; qu'elle n'est que de $3'',3$, en partant des mouvemens horaires de M. Mayer ; qu'il faut pareillement admettre une inflexion dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, ou une diminution réelle dans le demi-diamètre horizontal de cette Planète. Que cette inflexion ou diminution est de 5 secondes en partant des mouvemens horaires de M. Clairaut, & de $3'',6$ seulement en partant des mouvemens horaires de M. Mayer ; qu'il est très-probable que c'est une véritable inflexion, & non une diminution dans le demi-diamètre de la Lune ; qu'enfin il y a une méthode sûre pour se décider entre ces deux hypothèses.

Remarque sur une Méthode particulière pour déterminer l'inflexion des rayons qui rasent le bord de la Lune.

(136.) Les méthodes que nous avons données précédemment pour déterminer l'inflexion des rayons de lumière qui rasent le bord de la Lune, supposent la connoissance d'un grand nombre d'élémens, dont l'incertitude peut influer sur la quantité de cette inflexion. On a pu remarquer, que par la comparaison d'un grand nombre d'observations que j'ai discutées, il ne peut rester d'incertitude que sur le diamètre de la Lune, qu'il faut nécessairement diminuer si l'on veut se refuser à reconnoître une inflexion dans les rayons solaires qui passent près de la Lune. J'ai fait voir comment on peut lever cette incertitude, au moyen des observations des distances des cornes ; & que celles que M. Short a mesurées, lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, sont très-favorables au système de l'inflexion. Voici pour déterminer cette inflexion, un nouveau moyen très-simple & qui ne dépend de la connoissance d'aucun élément.

Lorsque de deux Étoiles voisines, l'une doit être éclipsée par la Lune, on les assujettira entre deux fils d'un micromètre filaire, ou on les superposera au moyen du micromètre

objectif, en ayant soin de placer la lunette sur une machine parallactique; on observera, si à l'instant, ou près de l'instant de l'occultation de l'Étoile, la distance à l'autre Étoile est altérée, ou si cette Étoile cesse d'être superposée; cette altération, combinée avec les mouvemens relatifs de la Lune, par rapport aux deux Étoiles, donnera la quantité de l'inflexion des rayons qui rasent le disque lunaire.

Je donnerai dans la suite de ce Mémoire, les formules qui serviront à calculer l'inflexion, d'après ce genre d'observations.

(137.) On pourroit craindre que durant l'observation du phénomène, la différence des réfractions des deux Étoiles, ne fasse varier leur distance respective; mais il est aisé de s'assurer que cette variation doit être insensible dans un espace de temps aussi peu considérable.

(138.) Je ne puis trop insister, en finissant cet article, sur le soin que l'on doit mettre dans le choix des mouvemens horaires, lorsqu'il s'agit de déterminations délicates. Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit précédemment sur la préférence que l'on doit donner aux Tables de M. Mayer, relativement à cet élément. Les résultats trouvés par les Éclipses du 1.^{er} Avril 1764 & du 4 Juin 1769, m'ont de plus en plus confirmé dans cette idée, à laquelle il me paroît impossible de se refuser. Par l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, & en partant des mouvemens horaires de M. Clairaut, j'avois trouvé une inflexion d'environ 5 secondes. Je n'ai trouvé qu'une inflexion d'environ 2 secondes par l'Éclipse du 4 Juin 1769, en partant toujours des mêmes Tables. Mais on ne perdra point de vue que ces Tables donnent un mouvement horaire plus petit de 2 secondes que celles de M. Mayer pour l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, & plus grand de 3",5 pour l'Éclipse du 4 Juin 1769. On aura, au contraire, par les deux Éclipses, une même inflexion de 3",7, si l'on part des mouvemens horaires de M. Mayer. Cette remarque me paroît confirmer la préférence que l'on doit donner aux mouvemens horaires de M. Mayer; elle doit faire sentir de plus, la nécessité d'apporter la plus grande attention, dans le choix de cet élément.

ARTICLE VI.

Conjecture sur la cause qui, dans les occultations des Étoiles par la Lune, fait paroître l'Étoile sur le disque de la Lune.

(139.) Les Recherches auxquelles je me suis livré relativement à l'inflexion qu'éprouvent les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, conduisent naturellement à discuter quelle peut être la cause d'un phénomène assez singulier. On sait que lors de l'occultation de certaines Étoiles par la Lune, l'Étoile paroît quelquefois sur le disque de la Lune, pendant 3 ou 4 secondes de temps; de sorte que la disparition n'a lieu que lorsque l'Étoile a parcouru environ 1 ou 2 secondes de degré sur le disque lunaire.

(140.) Plusieurs Astronomes ont donné des explications de ce phénomène; on peut réduire ces explications à trois principales.

On a attribué à Newton, une explication de ce phénomène. Voici le passage de son *Traité d'Optique*, qui a donné lieu à cette opinion; je fais usage de la traduction française de M. Coste.

« Or que les Étoiles fixes paroïtroient, à cause de l'immensité de leur distance, comme autant de points, si ce « n'est que leur lumière est dilatée par réfraction, c'est ce qu'on « peut visiblement inférer de ce que la Lune venant à passer « vis-à-vis les Étoiles & à les éclipser, leur lumière ne s'évanouit « pas par degrés, comme celle des Planètes, mais tout d'un « coup; & qu'à la fin de l'Éclipse, elles reparoissent tout d'un « coup, ou certainement en moins d'une seconde; la réfraction « de l'atmosphère de la Lune prolongeant un peu le temps, dans « lequel la lumière de l'Étoile premièrement s'évanouit & reparoit « ensuite. »

(141.) M. de la Hire, à l'occasion de l'occultation d'*Al-débaran*, arrivée le 19 Août 1699, attribue le phénomène à une illusion optique qui fait paroître le diamètre lumineux

de la Lune plus grand qu'il n'est en effet, quoiqu'on l'observe avec une grande lunette; de sorte que, suivant cet Astronome, l'on voit l'Étoile à travers d'une espèce de lumière parasite. Il ajoute aussi qu'une atmosphère qui envelopperoit la Lune, expliqueroit très-naturellement ce phénomène; mais il n'y a nulle apparence suivant lui que la Lune ait une atmosphère.

(142.) M. de Mairan imagine une autre cause; il suppose l'atmosphère de la Lune moins dense que l'éther dans lequel nage cette Planète, & il pense que l'on doit attribuer le phénomène à une diffraction, ou à une inflexion négative.

Je ne connois pas d'autre explication de ce phénomène, & chacune de ces explications me paroît sujette à des difficultés que je vais exposer avant que de proposer une hypothèse nouvelle qui est elle-même sujette à des objections, mais qui mérite au moins d'être rapprochée des faits.

(143.) Je crois d'abord qu'il faut rejeter l'explication de M. de Mairan; en effet, l'existence d'une atmosphère autour de la Lune, moins dense que l'éther dans lequel nage cette Planète, sera difficilement admise par les Astronomes; d'ailleurs cette diffraction ou inflexion négative me paroît absolument contraire aux faits établis ci-dessus.

(144.) L'explication que l'on attribue à Newton, & qui, suivant M. de la Hire, expliqueroit très-naturellement le phénomène, s'il étoit possible de supposer une atmosphère à la Lune, n'est nullement propre à expliquer cette apparence.

Fig. 7. Soit en effet LMP la Lune; Nnp l'atmosphère lunaire; E une Étoile; N, n les points où le rayon $ENnO$ émané de l'Étoile, tangent à la Lune au point M , & réfracté aux points N, n , rencontre l'atmosphère lunaire; O l'observateur; LN, Ln les rayons menés du centre L de la Lune aux points N, n ; OL la droite menée de l'observateur au centre de la Lune; $ENnO$ la route du rayon réfracté; One le prolongement de la route du rayon lumineux, après la double réfraction aux points N, n . Il est sensible que l'Étoile ne

ne disparoît dans cette hypothèse, que lorsque le rayon émané Fig. 7. de cette Étoile, devient après une première réfraction au point *N*, tangent au disque lunaire, & parvient à l'observateur en éprouvant une seconde réfraction au point *n*. L'Étoile sera alors rapportée dans la direction *One*. Mais le point *M* du disque lunaire, auquel le rayon réfracté est tangent, sera vu dans la même direction *One*; l'Étoile au moment de la disparition, paroîtra donc tangente au disque lunaire, & ne pourra en aucune façon paroître projetée sur ce disque.

(145.) Les réflexions précédentes, qui certainement n'auroient point échappé à Newton, me font croire que l'on donne à ses paroles, un sens auquel il n'a jamais pensé. Il expliquoit par l'atmosphère de la Lune, la raison pour laquelle dans les occultations, les Étoiles ne disparoissent pas d'une manière rigoureusement instantanée. Il suppose que l'atmosphère lunaire, en décomposant la lumière de l'Étoile, amplifie son diamètre. Ce phénomène me paroît absolument différent de celui qui fait paroître pendant quelques secondes l'Étoile sur le disque de la Lune. D'ailleurs les mots d'*un peu moins d'une seconde* qu'on lit dans le texte de Newton, font voir qu'il avoit en vue un phénomène qui dure moins d'une seconde; & par conséquent son explication ne doit pas s'appliquer à un phénomène qui en dure trois ou quatre. Quoi qu'il en soit, l'atmosphère de la Lune ne peut pas expliquer les apparences dont il s'agit.

(146.) Il n'en est pas de même de l'explication que M. de la Hire a donnée du même phénomène, lorsqu'il l'attribue à une illusion optique qui fait paroître suivant lui, le diamètre lumineux de la Lune plus grand qu'il n'est réellement; de sorte que l'on voit l'Étoile à travers d'une lumière parasite. Cette explication est très-plausible, & je suis fort tenté de l'adopter: voici cependant les difficultés qu'elle fait naître. Il faut d'abord dans cette explication, imaginer que la lumière de l'Étoile n'est point éteinte par la lumière très-vive de la Lune qu'elle traverse; il faut ensuite admettre,

que le disque lumineux de la Lune, vu sur un fond obscur, est plus grand que le disque obscur de cet Astre, vu sur un fond lumineux. En effet, cet anneau de lumière parasite qui entoure la Lune, & qui dans cette hypothèse seroit d'environ 2 secondes, doit faire évidemment paroître le diamètre lumineux de la Lune plus grand de 4 secondes, qu'il ne l'est véritablement. Lors donc que l'on vient à mesurer le diamètre obscur de la Lune sur un fond lumineux, comme alors le diamètre est dépouillé de cette lumière parasite, il sera plus petit de 4 secondes que dans la première circonstance. Je dis plus, la diminution doit paroître encore plus considérable; car si en général le diamètre lumineux de la Lune est sujet à une irradiation, à plus forte raison le disque lumineux du Soleil, sur lequel se projette le disque obscur de la Lune, doit-il avoir la même propriété; le diamètre obscur de la Lune doit donc en être d'autant diminué. Que deviennent alors les assertions des Astronomes, sur l'égalité des diamètres lumineux de la Lune, vus sur un fond obscur, & des diamètres obscurs, vus sur un fond lumineux? Au reste, je ne prétends point décider cette question; j'ai seulement voulu prouver qu'il est contradictoire d'expliquer le phénomène dont il s'agit par l'irradiation de la Lune, & d'admettre en même temps l'égalité des diamètres obscurs & lumineux de la Lune. Passons aux conjectures que je propose pour expliquer le même phénomène.

(147.) On sait que la lumière éprouve une réfraction en passant dans l'atmosphère terrestre. Les Étoiles, la Lune, les Planètes, le Soleil sont également sujets à cette illusion optique, dont l'effet est d'élever l'astre dans le vertical. Mais est-il bien démontré que toutes les Étoiles sont sujettes précisément à la même réfraction (il s'agit ici d'une légère différence de 2 secondes)? Qui pourra assurer que *Syrius* dont la lumière est très-blanche, éprouve précisément la même réfraction qu'*Aldébaran* ou *Antarès*, dont la lumière est plus rouge? Admettons pour un moment que la lumière de la Lune soit plus réfrangible que le rayon émané d'*Antarès* ou

d'*Aldébaran*, tout va s'expliquer naturellement. Lors du contact de l'Étoile, le limbe de la Lune sera plus réfracté que l'astre; ce limbe paroîtra plus élevé; l'Étoile se projettera donc sur le disque lunaire, quoique réellement l'on ne soit qu'au moment du contact. Telle est la conjecture que je propose pour expliquer le phénomène dont il s'agit; elle peut être sujette à des objections, mais elle mérite au moins d'être rapprochée des faits.

(148.) On peut d'abord remarquer que cette dernière hypothèse conserve l'égalité entre les diamètres obscurs & les diamètres lumineux de la Lune. C'est un avantage qu'elle pourroit présenter aux yeux des Astronomes qui tiennent à cette égalité; quant à moi je n'ai garde de regarder cette remarque comme décisive, & je passe aux véritables différences qui caractérisent ces deux hypothèses, & qui doivent mettre à portée de prononcer entr'elles. L'irradiation s'applique également à toutes les Étoiles & à toutes les hauteurs de la Lune sur l'horizon. En effet, puisque le phénomène ne dépend que de la position de l'Étoile, relativement à la lumière parasite de la Lune; toutes les fois que l'Étoile sera engagée dans cette lumière, c'est-à-dire toutes les fois que l'Étoile sera à une distance du bord lumineux de la Lune moindre que 2 secondes, la lumière parasite fera paroître l'Étoile sur le disque de la Lune. Dans mon hypothèse au contraire, le phénomène pourra avoir lieu lorsque l'Étoile sera à une certaine distance du bord lumineux de la Lune, tandis que dans une autre position, le phénomène n'aura pas lieu. Cela dépend de la hauteur respective du limbe de la Lune & de l'Étoile, & de la réfraction qui dans un cas projette l'Étoile sur le disque de la Lune, tandis qu'elle l'en éloigne dans un autre cas. D'ailleurs il est nécessaire que la lumière de l'Étoile éprouve une réfraction différente de celle de la Lune; tout cela sera rendu sensible par les calculs suivans.

(149.) Soit L le centre de la Lune; $B A b a$ le disque de cette Planète non-déformé par la réfraction; E une Étoile en contact avec le limbe de la Lune au point E ; $A a$ le

Fig. 8.

$A a \text{ } i j$

Fig. 8. diamètre vertical du disque de la Lune; Bb le diamètre horizontal. Du point E , abaissons sur le diamètre Bb la droite EP ; soit

l le demi-diamètre de la Lune.

x l'abscisse LP .

y l'ordonnée PE .

Il est évident que l'équation au disque de la Lune sera dans ce cas,

$$(1) \quad x^2 + y^2 - l^2 = 0.$$

Supposons maintenant que le disque de la Lune soit réfracté; & pour ne pas compliquer les calculs, imaginons que tous les points éprouvent une égale réfraction. L'effet de cette réfraction consistera uniquement à déplacer le disque apparent de la Lune, & à substituer à l'ancien disque BAb un nouveau disque $A'a'$, dont le centre aura passé de L en L' , de sorte que LL' sera égal à la réfraction. Si donc l'on conserve les dénominations précédentes de x & de l , & que l'on nomme de plus,

y' l'ordonnée au nouveau disque,

b la réfraction de la Lune;

on aura pour l'équation au nouveau disque de la Lune,

$$(2) \quad x^2 + y'^2 - 2by' + b^2 - l^2 = 0.$$

Considérons maintenant l'Étoile E , en contact avec le limbe de la Lune; il est évident que si cette Étoile éprouve une réfraction égale à celle de la Lune, elle passera de E en E' ; le nouveau disque $A'E'a'$ sera le lieu géométrique de la disparition de l'Étoile, & l'Étoile continuera de disparaître au point de contact. Si au contraire l'Étoile éprouve une réfraction différente que la Lune, cette Étoile ne passera plus de E en E' , mais elle sera vue en un point E'' intermédiaire; de sorte que le lieu géométrique de la disparition sera le cercle $A''E''a''$, projeté dans la partie supérieure $A''E''$, sur le disque de la Lune, & extérieur à ce disque dans la partie inférieure. Si donc l'on conserve les dénomi-

nations précédentes de x & de l , que l'on nomme de plus Fig. 8.

y'' l'ordonnée au cercle de disparition de l'Étoile,

b' la réfraction particulière de l'Étoile;

on aura pour équation au cercle de disparition,

$$(3) \ x^2 + y''^2 - 2b'y'' + b'^2 - l^2 = 0.$$

(150.) Si par le point L' , centre du disque réfracté de la Lune, & par un point E'' quelconque de la circonférence du cercle de disparition de l'Étoile, on mène le rayon $L'E''$ qui se prolonge jusqu'au point e du disque réfracté, & que l'on cherche l'expression générale de la distance eE'' du limbe réfracté de la Lune, au point E'' de disparition de l'Étoile, il est évident que si l'on nomme u l'angle $A' L' e$ que forme le rayon $L'E''e$ du limbe réfracté, avec le diamètre vertical $A'a'$ de ce limbe, r le sinus total, & que l'on conserve les définitions de l , b , b' du *paragraphe précédent*, l'on aura

$$(1) \ eE'' = l + (b - b') \frac{\cos. u}{r} - \left[\sqrt{l^2 - (b - b')^2} \times \frac{\sin.^2 u}{r^2} \right].$$

En effet, $eE'' = L'e - L'E'' = l - L'E''$; de plus, si du point E'' l'on abaisse sur le diamètre $A''a''$, la perpendiculaire

$$E''M, \text{ on aura } E''M = L'E'' \frac{\sin. u}{r}; \quad L'M = L'E'' \frac{\cos. u}{r};$$

d'ailleurs si du centre L'' l'on mène au point E'' le rayon $L''E''$, on aura $L''E''^2 = E''M^2 + (L'M + L'L'')^2$; enfin $L''E'' = l$; $L'L'' = b - b'$; donc

$$L'E''^2 + 2L'E''(b - b') \frac{\cos. u}{r} + (b - b')^2 - l^2 = 0.$$

Donc

$$L'E'' = - (b - b') \frac{\cos. u}{r} + \sqrt{l^2 - \frac{(b - b')^2 \sin.^2 u}{r^2}}.$$

Donc

$$eE'' = L'e - L'E'' = l - L'E'' = l + (b - b') \frac{\cos. u}{r} - \sqrt{l^2 - \frac{(b - b')^2 \sin.^2 u}{r^2}}.$$

(151.) La valeur de eE'' du *paragraphe précédent*, rend

Fig. 8. sensibles les remarques du §. 148 ; en effet , il est aisé de voir que cette valeur peut être positive , négative & nulle ; cela dépend en partie de l'angle u , c'est-à-dire , de l'angle du rayon dans lequel l'Étoile disparoît , avec le diamètre vertical du disque réfracté de la Lune ; & en partie de la valeur de $b - b'$, c'est-à-dire , de la différence de réfraction qu'éprouvent la Lune & l'Étoile.

Lorsque la valeur de $e E''$ est positive , l'Étoile disparoît sur le disque ; lorsqu'elle est négative , elle disparoît avant que d'atteindre le disque ; lorsqu'elle est nulle , l'Étoile disparoît au point de contact. En général les distances du limbe de la Lune , aux points de disparition de l'Étoile , sont inégales. Si au contraire , le phénomène dont il s'agit doit s'expliquer par l'irradiation , toutes les distances $e E''$ sont égales dans toutes les positions & pour toutes les Étoiles.

Au reste , je ne puis trop répéter , que je n'ai voulu présenter qu'une conjecture sur la cause qui , dans les occultations des Étoiles par la Lune , peut faire paroître l'Étoile sur le disque de cet astre ; que cette conjecture a un symptôme distinctif qui la caractérise ; qu'elle doit être abandonnée si les faits astronomiques sont contraires à la théorie que je viens de mettre sous les yeux du Lecteur.

(152.) Je ne dois pas dissimuler que cette conjecture est aussi sujette à des difficultés optiques , qu'il est à propos de développer.

L'hypothèse la plus favorable , est celle dans laquelle on supposeroit les rayons émanés de l'Étoile & de la Lune , parfaitement homogènes , mais différens entre eux en réfrangibilité ; ces rayons subiroient alors une réfraction différente dans l'atmosphère , & pour satisfaire aux phénomènes dont il s'agit , la différence des réfractions devroit être d'environ 2 secondes. Mais dans ce cas , ne peut-on pas dire que la lumière des Étoiles & des Planètes devroit souffrir une décomposition sensible en traversant l'atmosphère , & que les bords de leurs disques seroient terminés par les différentes couleurs du prisme , ce qui est contraire à ce que l'on observe !

On pourroit encore objecter que la lumière de la Lune renferme toutes les couleurs prismatiques ; que par conséquent, le disque d'une Étoile , formé par des rayons homogènes quelconques , devroit toujours déborder le disque de la Lune , formé par les rayons de même nature ; & que conséquemment, l'Étoile ne pourroit jamais paroître entièrement sur le disque de la Lune.

(153.) Ces difficultés devroient faire abandonner la conjecture précédente , s'il étoit bien constant d'ailleurs que la lumière des Étoiles est absolument la même que celle du Soleil. Quoiqu'il n'y ait rien de rigoureusement démontré à ce sujet , il faut pourtant convenir que tout nous porte à reconnoître cette identité , puisque , d'après les phénomènes de l'aberration , ces lumières paroissent avoir la même vitesse ; qu'elles sont d'ailleurs semblablement décomposées par le prisme , & qu'elles donnent les mêmes couleurs. Au reste , s'il y avoit quelque différence entre ces lumières , le moyen que j'ai indiqué dans cet article me paroît très-propre à la faire découvrir , & sous ce point de vue , l'on ne peut trop inviter les Astronomes à se rendre attentifs aux phénomènes que j'ai développés.

(154.) Je terminerai cette partie de mon Mémoire par une remarque sur le §. 19. Dans ce paragraphe , nous avons vu que par l'effet de la réfraction , les diamètres horizontaux du Soleil & de la Lune sont diminués d'une demi-seconde , quelle que soit la hauteur de ces astres. Cette assertion est fondée sur la formule (1) du §. 6 , qui , attendu la proportionnalité de la réfraction à la tangente de la distance au Zénith , fait voir que par l'effet de cette illusion optique , toutes les distances horizontales , prises sur les disques du Soleil & de la Lune , sont diminuées d'une quantité constante pour toutes les hauteurs , & proportionnelle à la distance horizontale. Nous avons vu , que cette considération corrigeoit la légère inexactitude de la supposition du *paragraphe 7* , qui a servi à déterminer l'équation au disque déformé du Soleil , sans troubler la figure elliptique de ce disque ;

puisqu'elle consiste à substituer, dans l'équation (2) du §. 7, de nouvelles abscisses x'' , telles que $x'' = \frac{f}{g} x'$; $\frac{f}{g}$ étant

d'ailleurs égal à $\frac{1919}{1920}$; que par-là, on avoit pu, sans erreur, employer des ordonnées parallèles, quoiqu'en effet ces ordonnées dussent converger au Zénith. Comme la parallaxe se fait dans le même sens que la réfraction, on pourroit croire que les diamètres de la Lune, déterminés par la formule du §. 122 de mon *IV.^e Mémoire*, doivent être corrigés d'après des considérations analogues; cette conclusion seroit cependant précipitée. En effet, comme par l'effet de la parallaxe, les rayons par lesquels on voit les demi-diamètres de la Lune, n'éprouvent aucune déviation de leur route rectiligne, le calcul est entièrement conforme aux suppositions & ne doit point être corrigé. Il n'en est pas de même de la réfraction, qui, en brisant les rayons par lesquels nous voyons les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, oblige à employer la correction du §. 19.

Année 1766.

(155.) Si l'on vouloit au surplus avoir la démonstration de la formule du §. 6, on y parviendroit aisément, en le figurant un triangle sphérique rectangle, formé par les cercles verticaux, passant par l'extrémité du demi-diamètre horizontal de l'astre, & par le centre. Dans ce triangle, l'hypothénuse est la distance de l'extrémité du demi-diamètre au zénith; & le côté opposé à l'angle au zénith, mesure le demi-diamètre de l'astre. Si maintenant l'on cherche la relation entre la variation de l'hypothénuse, & la variation du côté opposé à l'angle au zénith, en regardant ce dernier angle comme constant, & que l'on substitue à la variation de l'hypothénuse, l'expression de la réfraction, on aura la formule du §. 6.

La longueur de ce Mémoire a obligé d'en renvoyer la suite à une autre année.



OBSERVATION

Pl. I.

Fig. 1.

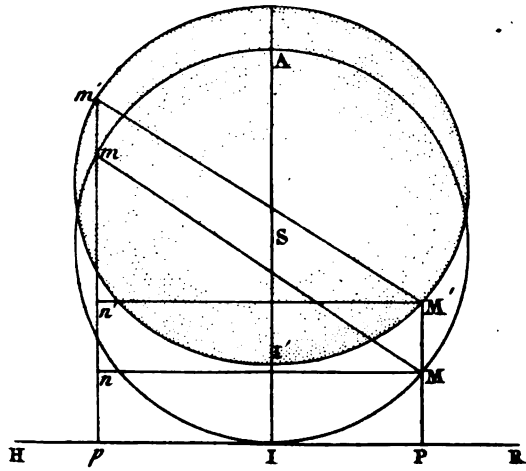


Fig. 2.

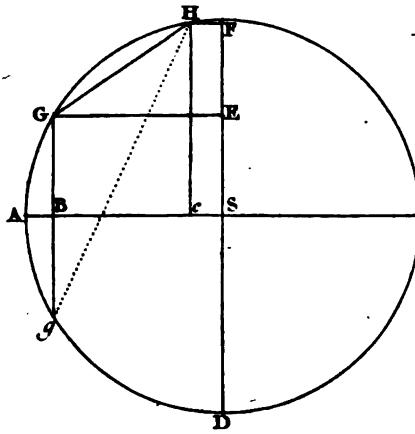


Fig. 3.

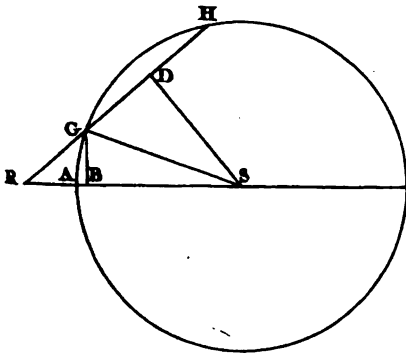
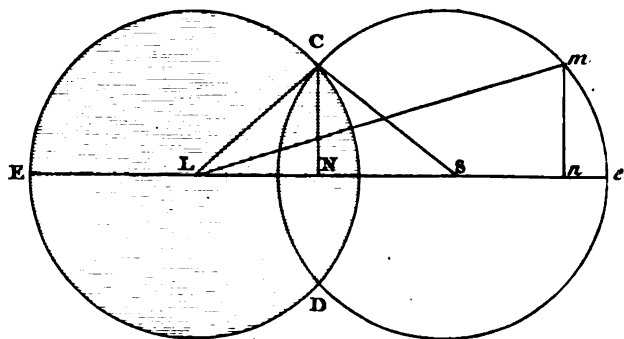
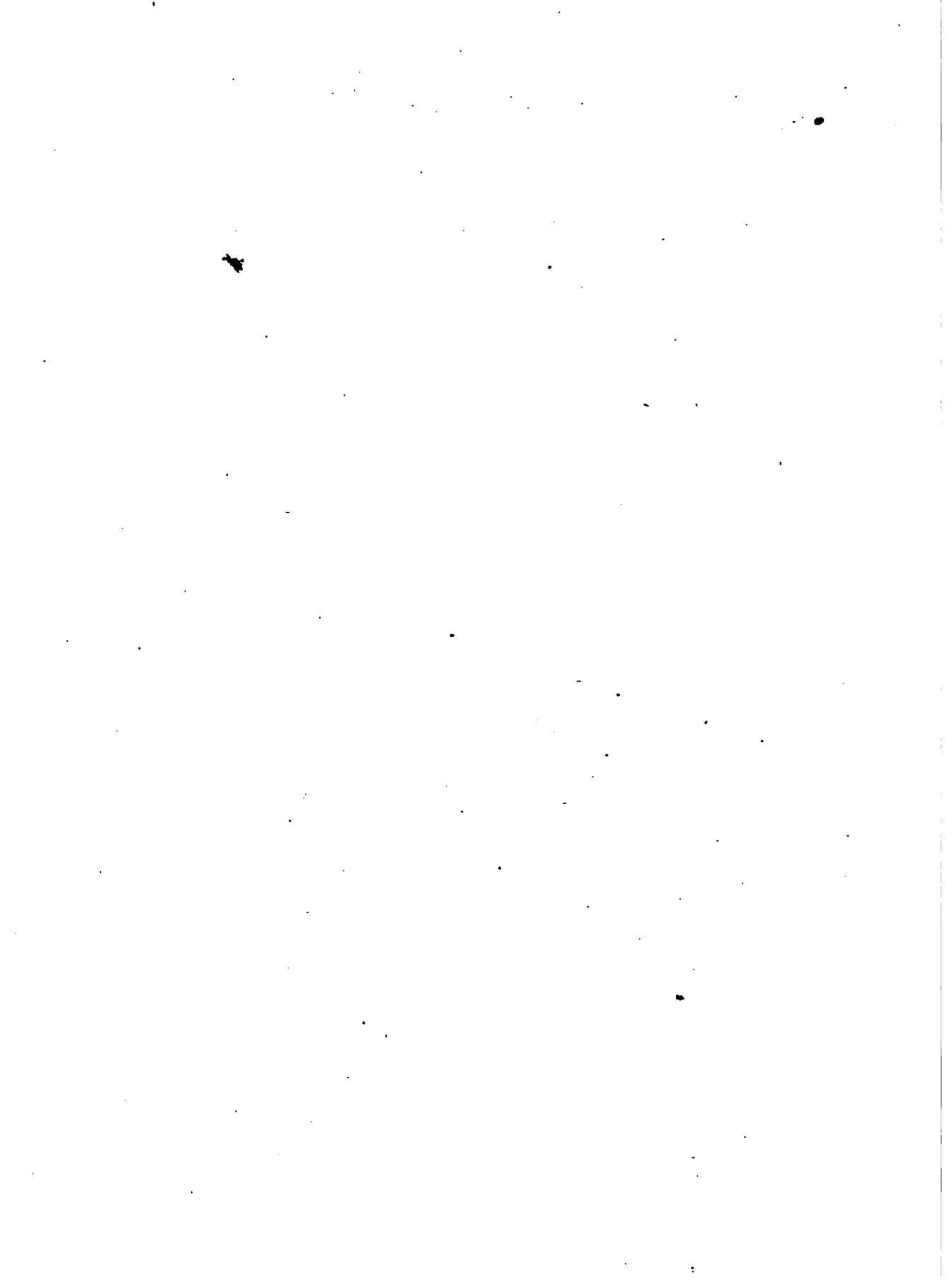


Fig. 4.





Pl. II.

Fig. 5.

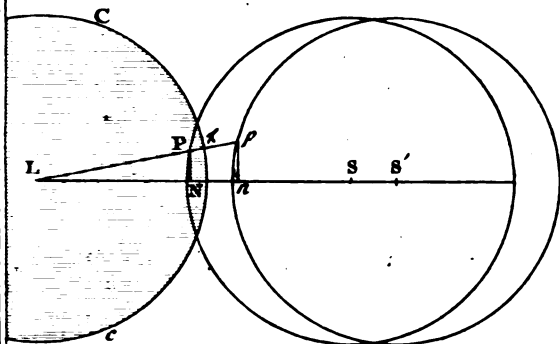


Fig. 6.

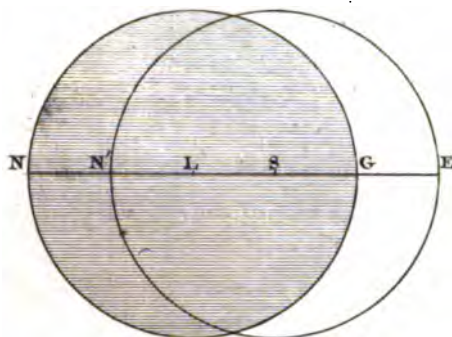


Fig. 7.

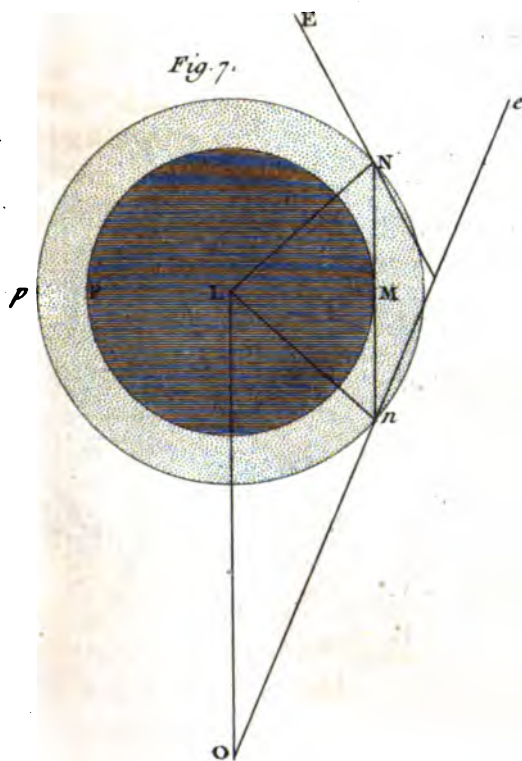
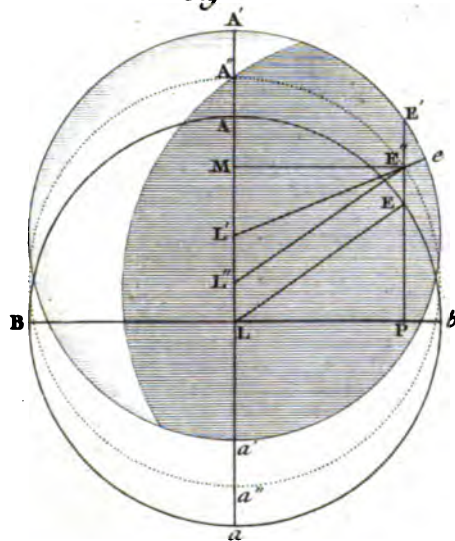
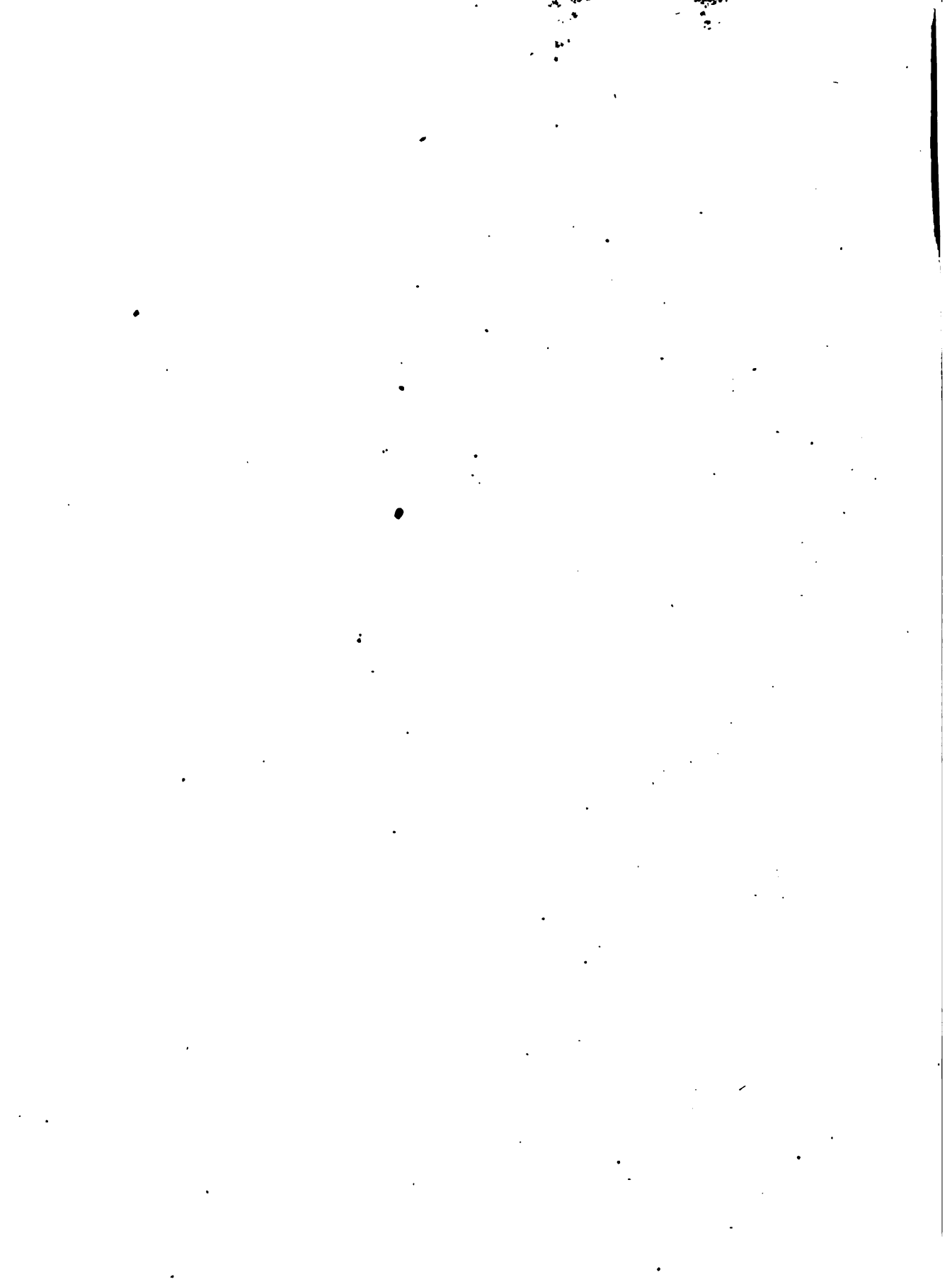


Fig. 8.





OBSERVATION
DE L'OCCULTATION DE SATURNE,
DU 18 FÉVRIER 1775,

*Faite rue de l'Université, 2 secondes de temps à l'Ouest
du méridien de Paris.*

Par M.^{re} le Président DE SARON & DU SÉJOUR.

Nous avons observé, M. de Saron & moi, l'occultation 22 Février
de Saturne, du 18 Février 1775 ; la Pendule étoit 1775.
bien réglée. Nous nous sommes servi, pour faire cette obser-
vation, de la grande Lunette achromatique de M. de Saron,
de trois pieds & demi ; il a observé le commencement du
Phénomène, & j'ai observé la fin. Voici le résultat de ces
observations.

Entrée de Saturne sous la Lune.

Temps vrai.

- 9^h 10' 53"..... première anse touche le bord de la Lune.
9. 11. 46..... milieu de Saturne touche le bord de la Lune.

Sortie de Saturne.

10. 10. 32..... milieu de Saturne se détache de la Lune.
10. 11. 9..... dernière anse se détache de la Lune.

La première & la dernière de ces observations sont les
plus exactes ; l'entrée & la sortie du centre de Saturne ne
sont qu'estimées. Nous ne nous sommes aperçus d'aucune
altération, soit dans la forme, soit dans la couleur de Saturne,
lors de ses contacts avec la Lune.



ÉCLIPSE
DE SATURNE PAR LA LUNE,
Avec les conséquences qui en résultent.

Par M. DE LA LANDE.

25 Février
1775.

ON a rarement observé des occultations de Saturne par la Lune *, & quoique ces sortes d'observations ne soient pas susceptibles d'une si grande précision que les éclipses d'Étoiles, tous les Astronomes étoient empressés d'observer celle-ci, qui pouvoit servir à vérifier les longitudes des différens pays où elle seroit vue. Nous étions curieux aussi de voir si Saturne éprouveroit auprès de la Lune quelque changement de figure, comme on a cru le remarquer dans d'autres occultations de Planètes.

Je me suis servi d'une lunette achromatique, à deux verres seulement, faite par M. l'Abbé Bouriôt, de trois pieds de longueur, & vingt lignes & demie d'ouverture; & M. Dagelet qui observoit avec moi, avoit une lunette achromatique de même longueur, mais qui a 30 lignes d'ouverture, & grossissoit davantage; elle a été faite à Lucques, par M. Stefano Conti, sur les dimensions & les formules calculées par M. l'abbé Boscovich.

À 9^h 10' 26", j'ai vu le premier atouchement de l'anneau & du bord de la Lune.

9. 11. 5. atouchement du Globe.

9. 11. 43. immersion totale de l'anneau.

9. 11. 52. M. Dagelet le perd de vue.

* Il y en a des Observations de 1630, 1661, 1671, 1678, 1687, 1722, 1728 & 1762; celle de 1722 fut observée à Ingolstadt le 11 Février à 3^h 45' 0" environ, & à Altorf. *V. Nova litte. Lipsi. 1723, p. 155.*

À 10^h 10' 14" $\frac{1}{2}$ M. Dagelet commence à recevoir l'anneau.

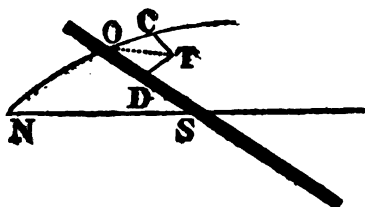
10. 10. 17. je le vois à mon tour.

10. 10. 43. le centre paroît.

10. 11. 13 l'anneau est entièrement dégagé.

Pour tirer des conséquences de cette observation, il faut connoître la situation de l'anneau, par rapport à l'écliptique & à la direction apparente de la Lune ; & comme c'est une des difficultés de ce calcul, je vais indiquer d'abord la manière d'y parvenir.

Soit MS l'orbite que le Soleil paroît décrire autour de Saturne; NC l'écliptique vue de Saturne; ODS le grand cercle de l'anneau qui coupe l'écliptique en O , à $5^{\text{e}} 17^{\text{d}} 6'$ de longitude, suivant les ob-



servations de la phase ronde, que j'ai faites en 1774, & sous un angle de $31^{\circ}20'$. Le lieu de la Terre vu de Saturne, opposé au lieu géocentrique de Saturne $61^{\circ}7'59''$ avec $2^{\circ}36'$ de latitude boréale, suivant mon observation du 18 Juillet. Dans le triangle OCT , l'on cherchera TO , l'angle O & l'angle T , $83^{\circ}13'$; dans le triangle TOD , l'on cherchera l'angle OTD , $67^{\circ}22'$; la somme $150^{\circ}35'$ est l'angle CTD ; ainsi le cercle perpendiculaire à l'écliptique & le cercle perpendiculaire à l'anneau, font entre eux un angle de $29^{\circ}25'$: c'est aussi l'angle que forme la ligne des anses avec un parallèle à l'écliptique passant par Saturne, & cet angle est tel qu'en allant vers l'Orient, l'anneau paroît s'élever vers le nord dans la partie qui est vers $5^{\circ}17'$; c'est le nœud ascendant & celui vers lequel Saturne se trouve actuellement. On ne sauroit calculer exactement une pareille observation, sans avoir égard à cet angle formé par l'axe de l'anneau & par l'écliptique, duquel nous allons déduire l'angle qu'il faisoit avec l'orbite apparente de la Lune.

De même, le centre de Saturne étant parvenu en *B*, & l'anse précédente ou occidentale se trouvant en *Q*, l'on a dû commencer à revoir un point de lumière pour l'émerfion; la ligne *BQ* dans la figure, devroit être parallèle à la ligne *OA*; mais cela eut été trop difficile à représenter exactement.

J'ai calculé par les Tables le mouvement apparent de la Lune depuis $9^h 11' 46''$ jusqu'à $10^h 10' 15''$, ou depuis l'immersion totale jusqu'au commencement de l'émergence; j'ai trouvé que dans l'intervalle de $58' 29''$, ce mouvement *AB* étoit de $28' 5''$, sur une orbite qui se rapprochoit de l'écliptique *CL* de $1' 2''$, ou sous un angle de $2^d 6' 21''$.

Le demi-diamètre apparent de la Lune *LO* étoit de $15' 17''$, & de $15' 20''$ à la sortie; le demi-diamètre de l'anneau de Saturne, qui dans les moyennes distances est de 21 secondes, se trouve de $22'',9$, à la distance actuelle de Saturne 8,743.

Ainsi l'on connoit les côtés LO & OA ; mais pour trouver la distance des centres de la Lune & de Saturne, il faudroit avoir l'angle LAO , & cet angle dépend de l'angle LAB que nous ne pouvons calculer exactement que par le moyen de LA : j'ai donc cherché par une méthode indirecte ou de fausse position la différence entre LO & LA , en supposant LA à peu-près connu, & je l'ai retranché de LO pour avoir plus exactement LA .

Supposant donc, dans un premier calcul, que LA & LB

soient de $14' 54''$, & de $15' 4''$, & AB de $28' 5'' 7$, je trouve les angles BAL & ABL de $20^d 32'$, & $20^d 17'$; ajoutant au premier l'inclinaison $2^d 6' 21''$, & la retranchant du second, j'ai les angles ALC , BLI ; le premier doit s'ôter de l'inclinaison de l'anneau par rapport à l'écliptique CL , $29^d 25'$; mais le second doit s'ajouter, & il vient pour les suppléments des angles OAL , LBQ , $6^d 46'$ & $47^d 36'$.

On voit, par la différence de ces angles, pourquoi Saturne avant son immersion, paroïssoit aller directement vers la Lune, suivant la ligne des anses, tandis qu'à l'émerision il sortoit comme de côté; car au commencement il ne s'en falloit que de 6 degrés que l'anneau ne fut aligné vers le centre même de la Lune, au lieu qu'à la sortie, il faisoit avec le rayon lunaire un angle de 47 degrés. Pour faire très-exactement une pareille observation, il eût été nécessaire d'être prévenu de cette diversité de directions, afin de ne pas être surpris par l'émerision du globe de Saturne qui suivit de très-près celle de l'anneau, tandis que leurs immersions avoient été différentes d'un quart de minute; mais lorsque j'ai donné cette annonce dans la *Connoissance des Temps*, je n'avois aucune espérance que dans cette saison le ciel nous fut si favorable, & ces observations n'étant pas susceptibles par elles-mêmes d'une certaine précision, ne m'excitoient pas à multiplier les calculs.

Dans les triangles OAL , LBQ , dans chacun desquels on a deux côtés & l'angle compris, il reste à chercher LO & LQ , qui se trouveront égaux aux demi-diamètres de la Lune $15' 17''$ & $15' 20''$, si l'on a bien supposé les valeurs de LA & LB ; mais quoiqu'on ne trouvât pas ces quantités justes, il suffiroit toujours d'avoir leurs excès sur LA & LB , qui retranchés des demi-diamètres de la Lune, donneroient plus exactement les valeurs de LA & LB , dont il reste à faire usage. Dans notre exemple, je trouve seulement un dixième de seconde de différence, en sorte que les vraies distances des centres LO & LQ sont de $14' 54'' 3$ & $15' 4'' 4$.

Avec ces distances & les angles ALC , BLI déjà connus,

je trouve les distances à la conjonction apparente sur l'écliptique $13' 46''$ & $14' 19''$, & en y appliquant les parallaxes de longitude $49' 47''$ & $47' 4''$, les distances à la conjonction vraie $63' 33''$ & $32' 45''$, réduites en temps à raison de la somme des mouvemens vrais sur l'écliptique ($30' 49''$ pour $58' 29''$ de temps), ces distances sont $2^h 0' 36''$ & $1^h 2' 7''$, & les ajoutant aux heures observées, elles donnent $11^h 12' 22''$ pour la conjonction vraie de la Lune & de Saturne.

J'ai voulu voir aussi quel seroit le résultat de l'immersion & de l'émergence du centre de Saturne, estimées par les différens Astronomes qui ont communiqué leurs observations à l'Académie; je suppose l'immersion du centre $9^d 11' 36''$, & l'émergence $10^d 10' 34''$.

Dans ce cas, au lieu des lignes LA & LB , je prends les rayons même de la Lune, ce qui rend le calcul plus simple, & je trouve la conjonction $11^h 12' 35''$, plus avancée de 13 secondes, mais dont le résultat me paroît préférable. D'ailleurs, je trouve exactement la même chose en me servant du premier contact extérieur de Saturne, vu par M. Meffier $9^d 11' 14''$, & du second contact extérieur $10^d 11' 1''$, qui paroissent les phases les plus aisées à observer; le demi-diamètre de Saturne étoit de 5 secondes; ainsi les distances apparentes étoient $15' 22''$ & $15' 25''$; le mouvement apparent $28' 43'', 2$; les distances à la conjonction apparente $14' 8'', 0$ & $14' 35'', 8$; les parallaxes $49' 48'', 5$ & $47' 1'', 8$; les distances à la conjonction vraie $2^h 1' 21''$ & $1^h 1' 34''$ qui donnent toutes deux pour le temps vrai de la conjonction au Méridien de l'Observatoire $11^h 12' 35''$.

Pour avoir la latitude de la Lune, j'emploie les mêmes distances apparentes, égales à la somme des demi-diamètres, avec les angles $23^d 14'$ & $18^d 57'$, & je trouve les différences apparentes en latitude Aa , Bb , de $6' 3''$ & $5' 0''$; & comme les parallaxes en latitude pour les mêmes temps d'observations étoient $24' 17''$ & $25' 41''$, il s'ensuit que la vraie diffé-

rence de latitude entre la Lune & Saturne à l'heure de la conjonction, ou $11^h 12' 35''$ étoit de $23' 23''$.

La conjonction de la Lune à Saturne, ne nous apprendroit rien pour la perfection des Tables, si nous n'avions pas observé la même nuit la position de Saturne. A $14^h 23' 31''$ de temps vrai, il étoit plus avancé en ascension droite de $3' 6''$ de temps moyen que γ de la Vierge, & sa distance apparente au zénith étoit de $49^d 37' 4''$. Supposant l'ascension droite de l'Étoile $187^d 34' 35''$, & la latitude de mon Observatoire, sur la Place du Palais-royal, $48^d 51' 46''$; je trouve l'ascension droite de Saturne $188^d 21' 12''$, & sa déclinaison australe $46' 36''$; sa longitude $6^h 7^d 58' 27''$, & sa latitude $2^d 36' 10''$ boréale. Réduisant la longitude observée à ce qu'elle auroit dû être à l'heure de la conjonction de Saturne avec la Lune, on a $6^h 7^d 59' 0''$, longitude de la Lune & de Saturne à $11^h 12' 35''$ de temps vrai; mes Tables de Saturne donnent 36 secondes de trop pour la latitude, & une longitude trop grande de $8' 59''$. A l'égard des Tables de la Lune, elles donnent 46 secondes de moins. La latitude de Saturne étoit plus petite de 4 secondes à l'heure de la conjonction, qu'à son passage au Méridien; ajoutant à sa latitude la différence de $23' 23''$ trouvée ci-dessus, on a $2^d 59' 29''$ pour la latitude vraie de la Lune à l'heure de la conjonction; elle est plus petite de 20 secondes par les Tables, suivant les calculs du *Nautical Almanac*.

M. Mechain, Astronome de la Marine, a fait la même observation à Versailles; immersion du centre de Saturne $9^h 10' 34''$; première apparition $10^h 9' 17''\frac{1}{2}$; avec une lunette achromatique de trois pieds, faite par Georges. Il étoit dans l'Observatoire de M. le Duc d'Ayen, au Grand-Montreuil, avenue de Saint-Cloud à Versailles, 48 secondes à l'occident, & à-peu-près sous la même latitude que l'Observatoire royal de Paris; il juge la première observation assez exacte. La durée de l'Éclipse qui en résulte, surpasse de 3 secondes seulement celle que j'ai observée à Paris.

A D D I T I O N faite en 1778.

CETTE Éclipse a été observée à Utrecht. M. Hennert a vu le commencement de l'immersion de l'anneau à $9^h 28' 56''$, & la sortie entière à $10^h 22' 46''$, du moins à quelques secondes près, avec une lunette médiocre de dix-sept pieds. M. Hennert estime que l'immersion est très-exacte; M. le Bourguemestre Loten qui aime les Sciences, & qui a divers instrumens d'Astronomie, observa le commencement à $9^h 28' 51''$; le contact du globe de Saturne $9^h 29' 30''$; l'immersion entière de l'anneau $9^h 30' 4''$; le commencement de l'émerfion $10^h 22' 26''$; la fin totale de l'Éclipse $10^h 23' 19''$, avec une bonne lunette achromatique de deux pieds & demi. M. Hennert préfère cette observation de l'émerfion, à la sienne.

M. Klinkenberg, à la Haye, dans la maison de M. Hemsterhuys, amateur éclairé de l'Astronomie, avec une bonne lunette achromatique de trois pieds & demi, a observé le commencement à $9^h 25' 45''$, & le contact du globe $9^h 26' 24''$, en sorte que la durée de l'immersion de l'anneau a été de 39 secondes, exactement comme par l'observation de M. le Bourguemestre Loten, à Utrecht. A l'égard du temps vrai, M. Klinkenberg ne répond pas de quelques secondes.

Pour connoître par ces observations la longitude d'Utrecht, je la supposerai d'abord de $11' 0''$ à l'orient de Paris, la latitude $52^d 5'$, & l'immersion du centre $9^h 29' 47''$, ce qui donne la distance à la conjonction $1^h 53' 48''$, la différence de longitude $59' 58''$, la différence de latitude $18' 42''{,}8$, l'angle de conjonction $72^d 40' 6''$, la distance vraie de Saturne au zénith $80^d 41' 38''$, l'angle de position $23^d 13' 41''$, l'angle d'azimuth $12^d 44' 7''$, la parallaxe de hauteur $55' 5''{,}5$; la différence vraie d'azimuth $13' 50''{,}9$; la différence apparente $13' 39''{,}5$; & je trouve la distance apparente $14' 59''{,}5$ plus petite de $18''{,}5$, que le demi-diamètre apparent de la Lune $15' 18''$: ces $18''{,}5$ font environ 41 secondes de temps, dont j'ai calculé trop tard; donc la différence qui
résulte

résulte de cette observation, est de $11' 40''$ entre Paris & Utrecht. M. Hennert trouve $11' 15''$ seulement. *Dissertations Physiques & Mathématiques, par J. F. Hennert, à Utrecht, 1778, in-8.º page 118.*

J'ai voulu la vérifier par l'Éclipse de Soleil, du 26 Octobre 1772, qui fut observée à Tyrnaw & à Utrecht de la manière suivante.

Commencement.	$9^h 29' 3^{\frac{1}{2}}''$	$8^h 36' 9''$.
Fin.	$10. 27. 26^{\frac{1}{2}}''$	$9. 17. 52.$
Latitude.	$48^d 23' 30''$	$52^d 5' 0''$.
Distance au Méridien.	$1. 0. 57.$	$0. 11. 20.$

Je trouve par cette observation, $10' 0''$ seulement pour la longitude d'Utrecht; mais comme la distance des centres ne changeoit que de 10 secondes par minute, cette observation est peu concluante, & je préfère celle qui se déduit de l'observation de Saturne; au reste, le milieu seroit $10' 50''$.

L'Éclipse de Saturne par la Lune a été observée à Schwezingen dans le Palatinat, par M. Christophe Mayer, Astronome de l'Électeur, avec une lunette achromatique de dix pieds.

Le commencement de l'immersion. $9^h 38' 29''$.

Le commencement de l'émerison. $10. 37. 56.$

l'immersion totale. $10. 38. 55.$

L'auteur en a conclu l'heure de la conjonction à $11^h 40' 5''$; mais il suppose, pour éviter la difficulté du calcul, que la durée de l'immersion est la même que la durée de l'émerison, ce qui n'est point exact, comme on l'a vu ci-dessus; c'est même l'erreur de cette supposition qui forme le principal objet de ce Mémoire.

Cette observation a été faite aussi à Cadix, comme on le voit à la page 132 du premier volume des *Observaciones Astronomicas hechas en Cadiz*, par M.^{re} Tosiño & Varela, Officiers de la marine d'Espagne, & Correspondans de l'Académie.



O B S E R V A T I O N S

S U R L A

DÉCOMPOSITION DE L'OR FULMINANT.

Par M. S A G E.

17 Mars
1775.

ON a dit que durant la fulmination de l'or, ce métal n'éprouvoit aucune altération, ce qui est vrai, lorsqu'on expose l'or fulminant au feu sur une lame d'argent (a), de cuivre ou de fer; dans tous ces cas, une partie de l'or se trouve en effet incrustée sur ces métaux; mais si l'on fait fulminer l'or sur une lame d'étain ou de plomb, d'une demi-ligne d'épaisseur, il n'en est plus de même: on trouve une cavité (b) à l'endroit du métal, sur lequel on avoit placé l'or fulminant; & je n'ai point remarqué qu'il restât en cet endroit d'or incrusté, tant sur l'une que sur l'autre de ces lames. J'imaginai donc de faire fulminer l'or dans des feuilles d'étain ou de plomb, roulées en petits cornets, que j'avois eu soin de fermer après y avoir introduit l'or; les ayant exposés au feu de quelques charbons, l'or fulmina, j'ouvris mes cornets, & je trouvai sur leurs parois une poudre noirâtre. Le même phénomène a lieu, lorsqu'on fait fulminer l'or dans du papier ou dans une carte à jouer.

Ayant étendu (c) de l'or fulminant sur du papier, je l'exposai à la chaleur des charbons ardents; après l'explosion, je trouvai la surface du papier, sur laquelle j'avois mis l'or fulminant, enduite d'une couleur violette foncée; l'autre

(a) Un demi-grain d'or fulminant laissé après l'explosion, une cavité propre à recevoir un pois.

(b) J'ai remarqué que c'étoit dans l'argent que l'or s'incrustoit le plus, quoiqu'il s'incrustât lorsqu'on le faisoit

fulminer sur une lame d'or ou de platine.

(c) Si l'on n'avoit pas cette attention, le papier seroit déchiré dans l'instant de l'explosion.

surface étoit restée blanche, & n'avoit point été altérée par le feu.

Ayant remarqué qu'il se perdoit une partie de l'or qu'on faisoit fulminer à l'air libre, sur une simple feuille de papier, je mis cet or fulminant (*d*) entre deux feuilles, qui après l'explosion, se trouvèrent enduites d'une poudre violette.

J'ai fondu sur un tesson de porcelaine, une partie de ce résidu de la fulmination de l'or, avec seize parties de verre blanc (*e*), & j'ai obtenu un verre pourpre; le précipité de Cassius, fondu dans la même proportion avec du verre blanc, a produit sur le même inventaire, un verre pourpre semblable.

Le résidu de la fulmination de l'or dans des feuilles d'étain ou de plomb, est également vitrifiable, & colore de même le verre blanc en pourpre.

La couleur pourpre de la chaux d'or, & que prend aussi la dissolution de ce métal, mise sur la peau, sur de l'ivoire, sur du marbre, sur du bois ou du papier, me paroît produite par l'union de l'or avec l'acide phosphorique, qui est une des parties intégrantes de ces mêmes substances, & qui dans tous ces cas réduit l'or à l'état de chaux.

Le résidu de l'or qui a fulminé dans un cornet de plomb, étant une poudre noirâtre, vitrifiable comme le précipité de Cassius, j'imaginai que le plomb pourroit, ainsi que l'étain, produire le pourpre minéral, ce qui m'a été confirmé par les expériences suivantes.

Ayant mis une lame de plomb dans une dissolution d'or étendue de beaucoup d'eau distillée, la surface de cette lame a noirci, & au bout de vingt-quatre heures, la dissolution est devenue claire & limpide (*f*); j'ai retiré la lame de plomb

(*d*) Pour que le papier ne crève pas, je n'emploie, dans chaque expérience, qu'un sixième de grain d'or fulminant; & je n'ouvre les papiers qu'après qu'ils sont refroidis.

(*e*) Si l'on employoit moins de verre dans la fusion de ce résidu de la fulmination de l'or, ou dans celle

du précipité de Cassius, l'or reparoitroit en partie sous la forme métallique, par la raison que l'air & le feu ayant alors plus d'action sur la chaux de ce métal, donneroient lieu à sa réduction.

(*f*) Après avoir précipité par l'alcali fixe, le plomb qui avoit passé

couverte d'un enduit brun : après l'avoir lavée dans de l'eau distillée , & l'avoir fait sécher , je l'ai ratissée , & j'en ai séparé très-aisément une poudre grise , qui pesoit deux tiers de plus que l'or que j'avois employé.

Ayant fondu sur un tesson de porcelaine , une partie de ce précipité gris , avec seize parties de verre blanc , j'ai obtenu un verre pourpre , semblable à celui que produit le précipité d'or de Cassius , lorsqu'on en fond une partie avec quatre-vingt-quatre parties de verre blanc.

Voulant aussi déterminer l'effet de la fulmination de l'or , sur les substances demi-métalliques , j'ai trouvé après l'explosion , qu'une partie de l'or s'étoit incrustée sur les régules de cobalt & de zinc : l'or que j'ai fait fulminer sur les régules d'arsenic , d'antimoine & de bismuth , a teint en violet la surface de ces demi-métaux.

Les différentes substances métalliques sont propres à séparer l'or de sa dissolution dans l'eau régale ; mais j'ai reconnu que toutes celles dans lesquelles l'or s'incrustoit après la fulmination , précipitoient ce métal sous forme métallique : & que celles au contraire sur lesquelles l'or , après avoir fulminé , se convertissoit en une poudre violette , le séparoient de cette même dissolution , sous la forme d'une poudre également violette , & semblable au précipité de Cassius ; l'étain & le plomb possèdent éminemment cette propriété , ensuite le bismuth , puis le régule d'antimoine , & enfin celui d'arsenic ; mais ces trois derniers n'altèrent qu'une partie de l'or , ainsi qu'on le voit par les expériences suivantes.

Ayant mis dans une dissolution d'or , étendue de beaucoup d'eau distillée (g) , un lingot de bismuth , la surface devint noirâtre ; vingt-quatre heures après , je lavai ce lingot , je le

dans cette dissolution , je l'ai mise à évaporer , j'en ai retiré du nitre & du sel fébrifuge ; pendant que le plomb opère la séparation d'une partie de l'or tenu en dissolution dans l'eau régale , l'acide marin qui fait

partie de ce menstree , se combine avec le plomb , & forme un plomb corné , qui est mêlé avec l'or dans la dissolution.

(g) J'avois étendu la dissolution de deux cents parties d'eau.

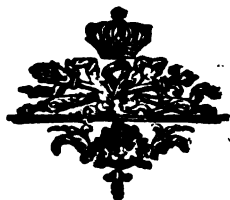
fis sécher, & je ratissai la poudre brune qui étoit à sa surface : sous cet enduit, je trouvai de l'or à l'état métallique, incrustant le bismuth.

Par la vitrification de la poudre brune, avec huit parties de verre blanc, j'obtins un verre pourpre.

Le régule d'antimoine m'a produit des résultats semblables.

Quant au régule d'arsenic, mis dans la dissolution d'or étendue de beaucoup d'eau distillée, il a dégagé ce métal sous forme de feuillets jaunes & brillans, dont une partie adhéroit à la surface du régule d'arsenic; j'ai trouvé au fond du vase, un peu de précipité brun, qui avoit, comme les précédens, la propriété de colorer le verre blanc en pourpre.

On voit par ce qui précède, que quand on fait fulminer l'or sur de l'argent, du cuivre, du fer, de la platine, du régule de cobalt ou du zinc, une partie de l'or s'incruste dans ces substances métalliques; au contraire, lorsque l'explosion se fait sur de l'étain, du plomb, du bismuth, du régule d'antimoine ou du régule d'arsenic, l'or fulminant se convertit plus ou moins en une poudre violette, qui me paroît avoir les propriétés des chaux métalliques qui se vitrifient; on doit conclure enfin de ces expériences, que l'étain & le plomb peuvent également précipiter l'or de l'eau régale, dans un état propre à être vitrifié.



O B S E R V A T I O N
DE L'OCCULTATION D'ALDEBARAN
PAR LA LUNE,

Faite le 4 Avril 1775, entre $1^h\frac{1}{2}$ & $2^h\frac{1}{4}$ de l'après-midi; à l'Observatoire de la Marine.

Par M. MESSIER.

Là
le 7 Avril
1775.

LES Éphémérides, la Connoissance des Temps & le Nautical almanac, n'annonçoient que la conjonction pour $2^h\ 9'$.

Le ciel étoit ferein; à 1 heure, je dirigeai à la Lune ma lunette achromatique de 40 pouces de foyer, & à peu de distance du bord supérieur (inférieur dans la lunette) je vis *Aldebaran*, & par le moyen du micromètre, qui étoit adapté à l'instrument, je reconnus qu'il seroit éclipsé par le bord supérieur; *Aldebaran* paroissoit distinctement. A $1^h\ 34'\ 8''\frac{1}{2}$, temps vrai, l'Étoile disparut au bord obscur de la Lune (qui n'étoit pas visible) observation précise. A $2^h\ 8'\ 21''$, un nuage couvre la Lune; la Lune sort du nuage. A $2^h\ 15'\ 27''$, *Aldebaran* paroissoit, il pouvoit y avoir une minute & demie que l'émerfion étoit arrivée; l'étoile étoit sortie du bord éclairé au-dessus de *Mare crisum*. J'observai ensuite avec le micromètre adapté à la lunette, les différences de passages en ascension droite entre *Aldebaran* & le 1.^{er} bord de la Lune; j'observai la Lune au Méridien, pour *Aldebaran*, qui devoit y précéder le 1.^{er} bord de la Lune, il ne fut pas possible de l'y apercevoir.

<i>Temps vrai.</i>	<i>Résultat des Observations.</i>
$1^h\ 34'\ 8''\frac{1}{2}$	Immerf. d' <i>Aldebaran</i> au bord obscur de la ☾ observ. précise.
2. 8. 21	un nuage couvre la Lune.
2. 15. 27	la Lune reparoit; <i>Aldebaran</i> est sorti, il y avoit peut-être $1'\frac{1}{2}$ que l'Émerfion étoit arrivée.

<i>Temps vrai.</i>	<i>Résultat des Observations.</i>
2 ^h 24' 45" $\frac{1}{2}$	C & Aldebaran passent en même temps au fil vertical du micromètre.
2. 26. 55	Aldebaran au fil vertical.
2. 26. 59 $\frac{1}{2}$	1. ^{er} bord de la Lune au même fil.
2. 28. 24 $\frac{1}{4}$	Aldebaran au fil vertical.
2. 28. 30 $\frac{1}{4}$	la Lune au même fil.
2. 30. 21	Aldebaran au fil vertical.
2. 30. 30	la Lune au même fil.
3. 16. 18 $\frac{2}{3}$	Aldebaran au même fil.
3. 17. 38 $\frac{2}{3}$	la Lune au même fil.
3. 30. 40 $\frac{1}{2}$	Passage du 1. ^{er} bord de la Lune au Méridien.
3. 33. 12 $\frac{2}{4}$	Aldebaran au fil vertical.
3. 34. 58 $\frac{1}{2}$	1. ^{er} bord de la Lune au même fil.
3. 39. 31 $\frac{1}{4}$	Aldebaran au fil vertical.
3. 41. 46 $\frac{3}{4}$	la Lune au même fil.

A ces dernières observations, le centre de la Lune & *Aldebaran* presque sur le même parallèle.



M É M O I R E

C O N T E N A N T

L E S O B S E R V A T I O N S

D E L A X.^e C O M È T E .

*Observée à Paris , de l'Observatoire de la Marine ;
pendant les mois d'Août , Septembre , Octobre ,
Novembre , jusqu'au 1.^{er} Décembre 1769 *.*

Par M. M E S S I E R.

LE 8 Août 1769 , le ciel fut serein l'après-midi & le soir, je profitai de ce beau temps pour parcourir le ciel avec une lunette de deux pieds de foyer ; elle différoit des lunettes ordinaires de même longueur en ce qu'elle avoit de fort larges oculaires , & servoit à faire découvrir dans le ciel un espace de cinq à six degrés d'étendue ; elle étoit d'ailleurs fort claire, ce qui la rendoit très-bonne, non-seulement pour reconnoître dans le ciel s'il paroïssoit quelques lumières différentes de celle des Étoiles fixes, comme le font ordinairement les Comètes , les Étoiles nébuleuses , &c ; mais encore pour marquer promptement la situation du nouveau phénomène , que l'on apercevroit à l'égard des plus petites Étoiles voisines qui se trouveroient en même temps dans le grand champ de cette lunette. C'est avec cet instrument que je découvris le 8 Août, vers les 11 heures du soir, à quelques degrés au-dessus de l'horizon du côté du Levant, une nébulosité qui s'étendoit à quelques minutes presque

La Comète
découverte
le 8 Août.,
à 11^h du soir.

* C'est la LVII.^e Comète dont l'orbite ait été calculée.

parallèlement

parallèlement à l'écliptique; je reconnus que c'étoit une Comète qui commençoit à paroître, sous le ventre du Bélier, à un degré au-dessous de l'écliptique, entre les Étoiles 24, 29 & 31 du Bélier, suivant l'ordre qu'ont ces Étoiles dans le Catalogue de Flamsteed, seconde édition. Je fis un dessin de la position de la Comète, à l'égard de ces Étoiles & de deux autres Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, l'une & l'autre de la neuvième grandeur, & tenant à la nébulosité qui environnoit le noyau de la Comète; je déterminai la position de ces deux Étoiles télescopiques, par de nouvelles observations, & je les ai rapportées sur la Carte de la route apparente de la Comète, qui est jointe à ce Mémoire; elles y sont désignées sous les lettres *A* & *S*.

Le 9, à 2 heures & demie du matin, la Comète s'étoit rapprochée de l'étoile *A*, & son mouvement paroissoit se faire parallèlement à la ligne tirée de l'une à l'autre de ces deux Étoiles; avec un peu d'attention, & regardant fixement l'endroit du ciel où étoit la Comète, on l'apercevoit à la simple vue: voilà tout ce que je pus faire la nuit du 8 au 9 Août; & par la configuration que j'avois prise de la Comète, à l'égard des Étoiles qui l'environnoient, j'estimai la position du noyau. A 11 heures du soir, temps vrai, l'ascension droite fut estimée de $33^{\text{d}} 36'$, & la déclinaison boréale de 12^{d} degrés.

Depuis la nuit du 8 au 9 Août, le ciel fut constamment couvert toutes les nuits, jusqu'à celle du 14 au 15 qu'il le fut encore en grande partie: mais vers les trois heures du matin (le 15), le ciel étant devenu en partie serein & sans Lune, la Comète se faisoit remarquer à la vue simple, avec une queue de six degrés environ de longueur, passant au-dessous de l'Étoile trente-unième du Bélier, suivant Flamsteed, & alloit se terminer en s'élevant au-dessous de l'étoile ξ de la même constellation. Le noyau paroissoit à la lunette environné d'une nébulosité qui avoit $4' 30''$ de diamètre; le noyau étoit brillant sans être terminé, je le comparai à un des fils du micromètre, & ayant mesuré ensuite l'épaisseur de ce fil,

Longueur
de la queue,
6 degrés.

Diamètres
de la chevelure
& du noyau,
 $4' 30''$ & $1' 26''$.

Mém. 1775.

D d d

je trouvai qu'il répondoit à quatre-vingts parties du micromètre, qui valent $1' 26''$. Pour déterminer la position de la Comète, je comparai le noyau à une Étoile de la septième grandeur, qui étoit l'Étoile cinquante-neuvième du Catalogue de feu M. l'Abbé de la Caille, inséré dans le *VI.^{me} Volume des Éphémérides*, page lxx de l'Introduction; & la trente-huitième du Bélier dans Flamsteed; la position de l'Étoile pour le temps de l'observation, étoit à $38^d 6' 28''$ d'ascension droite, & sa déclinaison de $11^d 27' 55''$ boréale. A $12^h 30' 4''$ de temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire du micromètre de $28' 34''$; elle étoit supérieure à la même Étoile, de $21' 37''$; de ces différences & de la position de l'Étoile rapportée ci-dessus, j'ai déduit celle du noyau de la Comète; son ascension droite de $38^d 35' 2''$, & sa déclinaison de $11^d 49' 32''$.

Je ne rapporte ces détails que pour la première observation, on trouvera dans les deux Tables qui sont à la fin de ce Mémoire, la suite ou le résultat des déterminations du noyau de la Comète, pour chaque jour qu'elle a été observée, & les lieux des Étoiles qui auront été employées à en déterminer les positions.

J'ai employé dans mes observations, une lunette ordinaire de trois pieds & demi, dont j'ai travaillé moi-même l'objectif, il y a environ six ans; cette lunette ne grossissoit que vingt-cinq fois, elle étoit garnie d'un micromètre à fils, les fils assez gros pour pouvoir être aperçus, sans être obligé de les éclairer beaucoup pendant la nuit; elle étoit montée sur une machine parallaxique, dont l'axe est toujours placé à peu de chose près dans le plan du Méridien.

J'ai employé aussi pour examiner, soit le noyau de la Comète, soit la nébulosité qui l'environnoit, ainsi que la lumière de la queue & ses effets, une excellente lunette achromatique de trois pieds & demi, à triple objectif, portant quarante lignes d'ouverture; cette lunette construite à Londres, par Dollond, est peut-être une des meilleures qui soit sortie des mains de cet habile Artiste; je ne l'ai fait

grossir que vingt-sept fois, par ce moyen elle avoit beaucoup de lumière, & un très-grand champ; je préfèrai ce grossissement à un plus grand effet qui auroit donné moins de lumière; l'obscurité est ce que l'on doit éviter pour ces sortes d'observations. Cette lunette appartenoit à M. le Président de S.*.

La Pendule qui a servi à mes observations, est du célèbre Julien le Roy, elle est réglée sur le mouvement des Fixes, & sa marche exactement connue par les passages du Soleil au Méridien, observés à un télescope Newtonien de trois pieds deux pouces de foyer, placé solidement dans le plan du Méridien, & dont la position a été vérifiée par un grand nombre de hauteurs correspondantes du Soleil, prises fréquemment dans tous les temps de l'année.

La nuit du 15 au 16 d'Août, le ciel fut presque totalement couvert, je ne vis la Comète qu'entre trois & quatre heures du matin, par un ciel qui étoit nébuleux & qui diminueoit ses apparences; elle paroissoit moins brillante que la nuit précédente; sa queue moins large & moins longue, passoit par l'Étoile n.^o 59 du Catalogue, inséré dans le *VI.^{me} volume des Éphémérides*; je comparai le noyau de la Comète à cette Étoile; la position est rapportée dans la première Table.

Le ciel en grande partie serein, la nuit du 16 au 17 Août; vers les onze heures & demie du soir, la Comète paroissoit, & l'on ne pouvoit l'apercevoir que difficilement à cause de la grande lumière de la Lune qui approchoit de son plein; je comparai le noyau à la même Étoile que ci-dessus, c'est-à-dire, la cinquante-neuvième du Catalogue des Étoiles zodiacales de feu M. l'Abbé de la Caille.

Ciel en partie couvert la nuit du 20 au 21; vers les deux heures du matin, la Comète paroissoit près de trois Étoiles de la septième grandeur, qui forment entr'elles un triangle rectangle. Je déterminai la position de ces Étoiles, en les comparant à la cinquante-neuvième, déjà citée du Catalogue des Étoiles zodiacales, on en trouvera les déterminations dans la seconde Table, qui est à la suite de ce Mémoire,

sous les n.^{os} 1, 2 & 3; je les ai rapportées aussi sur la première Carte de la route apparente de la Comète; le mouvement de la Comète avoit augmenté en ascension droite, mais elle avoit peu changé en déclinaison; la lumière de la Comète étoit considérable, le noyau paroissoit plus grand que les nuits précédentes; la queue étoit moins longue que le 15, n'ayant que trois degrés de longueur; elle auroit paru plus étendue sans la grande lumière de la Lune qui l'effaçoit; je comparai le noyau de la Comète à la même Étoile que les jours précédens, la cinquante-neuvième du Catalogue de feu M. l'Abbé de la Caille. La position de la Comète déduite de cette Étoile est rapportée dans la première Table.

La nuit du 21 au 22 Août, le ciel en grande partie serein. A onze heures du soir, la Comète paroissoit auprès de l'horizon, sa lumière étoit si foible qu'on avoit de la peine à l'apercevoir à la lunette; parvenue à une plus grande hauteur, elle devint plus apparente; je comparai plusieurs fois le noyau aux étoiles γ & δ du Taureau, l'une & l'autre rapportées dans le Catalogue des Étoiles zodiacales, sous les n.^{os} 83 & 84, la première de la sixième grandeur, & la seconde de la cinquième; on trouvera les déterminations du noyau de la Comète par ces deux Étoiles, dans la première Table qui est à la suite du Mémoire, & celles des Étoiles dans la seconde Table.

La nuit du 22 au 23, le ciel en grande partie serein; la Lune étoit dans le voisinage de la Comète qui en diminueoit les apparences: on la voyoit cependant bien à la lunette, & sa lumière étoit augmentée. Je comparai le noyau aux mêmes Étoiles que ci-dessus γ & δ du Taureau, & j'ai rapporté dans la première Table, quatre positions du noyau de la Comète, déterminées par ces deux Étoiles.

La nuit du 23 au 24, le ciel en partie serein; entre minuit & une heure la Comète paroissoit au-dessous de la Lune: on la voyoit très-bien à la lunette, mais on avoit beaucoup de peine à la voir à la simple vue; le noyau

paroissoit plus considérable que la nuit précédente, & sa lumière blanchâtre; son diamètre étoit le double d'un des fils du micromètre, & je l'estimai de $1' 26''$: il étoit mal terminé: ses bords ou la circonférence se confondoient avec la nébulosité qui l'environnoit; la lumière de la queue étoit peu apparente à cause de celle de la Lune qui étoit sur l'horizon. Je comparai plusieurs fois le noyau de la Comète aux mêmes Étoiles que ci-dessus f & S du Taureau: les observations donnèrent cinq déterminations de la Comète, elles sont rapportées dans la Table.

Diamètre
du noyau.
 $1' 26''$.

Ciel couvert la nuit du 24 au 25 Août: en grande partie serain pendant celle du 25 au 26: on voyoit très-bien la Comète à la vue simple, quoique la Lune fût encore sur l'horizon; j'examinai le noyau avec la lunette de trois pieds & demi: il paroissoit obscur, mais très-grand, sans être terminé: son diamètre étoit à peu-près égal à celui de Jupiter; la queue paroissoit avoir quatre degrés de longueur, elle passoit au-dessous de l'étoile S du Taureau: elle étoit encore diminuée, & sa lumière affoiblie par celle de la Lune. Je comparai le noyau de la Comète à la même étoile S que ci-dessus, & à l'étoile e du Taureau de cinquième grandeur: de ces observations, il a résulté quatre déterminations du noyau de la Comète, elles sont rapportées dans la Table.

Diamètre
du noyau,
comparé au
diamètre de
Jupiter;
la queue,
4 degrés
de longueur.

La nuit du 26 au 27, le ciel presque continuellement couvert: ce ne fut que vers les quatre heures du matin que je pus revoir la Comète à travers des nuages rares, & je comparai le noyau à l'étoile e du Taureau, de cinquième grandeur, & à l'étoile λ de la même constellation: il n'y eut pas moyen de juger les apparences de la Comète. Pour avoir exactement la position de l'étoile e , je la comparai directement à λ ; ayant pris un milieu entre cette détermination & la réduction du lieu de cette Étoile, pris dans le Catalogue de Flamsteed, j'ai trouvé son ascension droite de $53^d 54' 45''$, & sa déclinaison boréale de $10^d 25' 58''$: de la position de cette Étoile & de l'étoile λ , il a résulté trois déterminations du noyau de la Comète, elles sont rapportées

dans la première Table, & celles des Étoiles dans la seconde.

La nuit du 27 au 28, ciel serein, vers minuit, & sans Lune; la Comète paroissoit très-brillante; le noyau, sans être terminé, étoit plus éclatant & plus lumineux que les jours précédens; la queue qui paroissoit en ligne droite s'éloignoit du noyau, en s'évasant jusqu'à quinze degrés de distance, elle couvroit l'étoile ξ du Taureau, & alloit se terminer à λ de la Baleine: sa lumière étoit brillante depuis le noyau jusqu'à l'étoile ξ , ensuite d'une lumière très-foible depuis cette Étoile jusqu'à son extrémité, & obscurcie dans le milieu de la queue près du noyau. Je comparai le noyau deux fois à l'Étoile e du Taureau: les positions sont rapportées dans la Table.

Longueur
de la queue,
15 degrés.

La nuit du 28 au 29, le ciel en grande partie couvert; vers une heure du matin la Comète paroissoit: mais le ciel n'étoit pas pur, & de temps à autre les nuages la faisoient disparaître; il y avoit cependant des intervalles où on la voyoit assez bien. La queue passoit entre les deux étoiles ξ & \circ du Taureau, & couvroit l'étoile t de la même constellation, & obscurcie dans son milieu près du noyau; le noyau étoit brillant, mais mal terminé. Je comparai la Comète à l'étoile quarante-septième du Taureau, de sixième grandeur, suivant le Catalogue de Flamsteed, ainsi qu'aux étoiles μ & e de la même constellation; la position du noyau fut déterminée plusieurs fois par ces Étoiles; les trois premières déterminations, rapportées dans la première Table qui est à la suite du Mémoire, sont douteuses: pendant les observations il y avoit des nuages qui diminueoient sensiblement les apparences du noyau, ainsi que la lumière des Étoiles; les cinq déterminations qui suivent les trois premières & qui furent faites la même nuit, sont bonnes. Je comparai la même nuit l'étoile quarante-septième du Taureau, directement à l'Étoile μ de même constellation, & il en a résulté, pour l'ascension droite de cette Étoile, $60^d 20' 56''$, & pour sa déclinaison boréale, $8^d 39' 17''$; j'en ai fait usage pour la détermination du noyau de la Comète.

Ciel couvert la nuit du 29 au 30 Août : cependant, vers les trois heures du matin, j'aperçus, un instant, la Comète à travers des nuages rares, sans pouvoir en déterminer son lieu.

Beau temps la nuit du 30 au 31, & sans Lune, la Comète fut visible à la simple vue, depuis son lever (à minuit) jusqu'à quatre heures & demie du matin qu'elle cessa de paroître dans un grand crépuscule. Le noyau paroissoit plus grand & plus brillant que les nuits précédentes ; je déterminai sa grandeur en comparant son diamètre à un des fils du micromètre, & il fut estimé de $2' 9''$ de degré environ, je dis environ, parce que le noyau étoit mal terminé, & la circonférence étoit confondue avec l'atmosphère qui l'environnoit (a). La queue de la Comète alloit se terminer cette nuit entre les étoiles α & λ de la Baleine, ayant vingt-quatre degrés environ de longueur, comme on peut le voir sur la première Carte de la route apparente de la Comète. Je déterminai, la même nuit, la position du noyau de la Comète, en le comparant à l'étoile μ du Taureau, de quatrième grandeur ; la position de cette Étoile fut déduite du Catalogue zodiacal, imprimé dans le *sixième Tome des Éphémérides*, & elle est rapportée dans la seconde Table. Je déterminai aussi la même nuit, par de nouvelles observations, les positions de trois Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, & qui sont placées près de l'étoile μ du Taureau : l'une des trois de la septième grandeur, les deux autres de la sixième ; leurs positions sont rapportées dans la seconde Table, sous les *n.ºs* 4, 5 & 6.

Diamètre
du noyau ;
 $2' 9''$.

Longueur
de la queue ;
24 degrés.

La nuit du 31 Août au 1.^{er} de Septembre, le ciel fut presque entièrement couvert ; entre trois & quatre heures du matin, je vis la Comète pendant quelques minutes à travers des nuages rares, sans pouvoir déterminer son lieu.

(a) Voyez à la fin du Mémoire ; les observations faites sur l'atmosphère qui environnoit le noyau de la Comète, & sur les effets de la queue : voyez aussi *Planche III, figure 1.^{re}*

Le ciel constamment couvert la nuit du 1.^{er} au 2 de Septembre.

Beau temps la nuit du 2 au 3, la Comète commença à être visible à l'horizon; sa queue avoit trente-six degrés de longueur, elle passoit par la première Étoile de la constellation d'Orion, suivant le Catalogue de Flamsteed, par γ & α du Taureau, & alloit se terminer un peu au-delà de α de la Baleine (c); je comparai le noyau de la Comète à un des fils du micromètre, & il fut estimé de $2' 53''$ de degré; pour déterminer la position du noyau, je le comparai cinq fois, & directement à γ d'Orion; j'ai tiré la position de cette Étoile, pour le temps de ces observations, de la *Connaissance des Temps*. Les déterminations de la Comète par cette Étoile sont rapportées dans la première Table.

La nuit du 3 au 4 Septembre, beau temps une partie de la nuit; la queue de la Comète paroissoit plus longue que la nuit précédente, elle alloit se terminer un peu au-delà de α de la Baleine, ayant 40 degrés environ de longueur; elle passoit entre les deux Étoiles, $n.^{os} 1$ & 3 , de la constellation d'Orion, suivant le Catalogue de Flamsteed; l'étoile γ du Taureau tenoit presque le milieu de la queue (d); le noyau de la Comète étoit mal terminé, environné d'une grande nébulosité, comme ci-devant; la lumière que rendoit cette atmosphère, étoit bien différente de la lumière de la queue, celle-ci étoit très-brillante, & celle de l'atmosphère étoit sombre & semblable à de la fumée. Je comparai le diamètre du noyau à un des fils du micromètre, & je l'estimai de $3' 15''$ de degrés; j'observai ensuite la position du noyau de la Comète, en le comparant cinq fois à la même étoile γ d'Orion qui en étoit fort près, & sur le parallèle de la Comète; s'il avoit été possible de voir la Comète plus long-temps, elle auroit pu éclipser l'Étoile, ce qui auroit

(c) Voyez à la fin du Mémoire, les observations décrites au sujet de l'atmosphère, & de la queue de la Comète; voyez aussi *Planche III, figure 2*.

(d) Voyez de même la fin du Mémoire, & *Planche III, figure 3*.
procuré

procuré une observation curieuse; mais le crépuscule du matin fit disparaître la Comète, & ensuite l'Étoile, avant que l'observation pût avoir lieu. Les cinq positions du noyau de la Comète, sont rapportées dans la première Table.

La nuit du 4 au 5 de Septembre, le ciel serein; entre une heure & deux heures du matin, on apercevoit très-distinctement la Comète à la vue simple, avec une queue très-longue, qui passoit au-dessous de la troisième étoile d'Orion, suivant l'ordre du Catalogue de Flamsteed; le milieu de la queue passoit par les deux étoiles α , 1 & 2, qui sont les deux dernières de la Baleine, suivant Flamsteed, & elle alloit se terminer à γ de la Baleine, ayant quarante-trois degrés de longueur; plus de la moitié de la queue vers sa fin étoit d'une lumière très-foible; elle se courboit sensiblement, & la convexité étoit tournée vers le Nord. La queue depuis le noyau jusqu'à huit degrés de distance environ, étoit partagée suivant sa longueur par des parties lumineuses, & par d'autres qui étoient obscures; ces traces lumineuses & obscures étoient dans des directions parallèles (e). Le noyau de la Comète étoit de la même couleur que la nuit précédente, d'une lumière blanchâtre, tirant un peu sur le rouge ou l'orangé; son diamètre étoit un peu augmenté; l'ayant comparé à un des fils du micromètre, je l'estimai de 3' 40" de degré. Pour déterminer la position de la Comète, je comparai deux fois le noyau à la même Étoile que les deux nuits précédentes, γ d'Orion; les positions en sont rapportées dans la première Table qui est à la suite de ce Mémoire.

Longueur
de la queue,
43 degrés.

Diamètre
du noyau,
3' 40".

La nuit du 5 au 6, le ciel serein jusqu'à trois heures du matin qu'il devint entièrement couvert; entre deux & trois heures, la Comète paroissoit; elle étoit très-belle; sa queue avoit quarante-neuf degrés de longueur, elle passoit par les étoiles ω , m , β & γ de la constellation d'Orion, & alloit se terminer à δ de la Baleine, sa courbure étoit moins sensible

Longueur
de la queue,
49 degrés.

(e) Voyez à la fin de ce Mémoire, les observations détaillées sur l'atmosphère, & de la queue de la Comète; voyez aussi la *Planche III, figure 4.*

Diamètre
du noyau,
4 minutes.

que la nuit précédente. Le noyau de la Comète mal terminé, il étoit encore augmenté depuis la veille, en lumière & en grandeur; j'estimai son diamètre d'environ quatre minutes de degré, il étoit environné d'une atmosphère ou vapeur qui s'étendoit jusque sur les deux bords de la queue, à un degré environ du noyau, comme je l'ai déjà rapporté; j'observai cette nuit, comme les précédentes, que la queue depuis le noyau jusqu'à dix ou douze degrés de distance, étoit d'une lumière très-vive & blanchâtre sur les bords, & formée par des rayons de lumière parallèles entr'eux; ils étoient très-sensibles à la lunette achromatique de trois pieds & demi; le milieu de la queue étoit obscurci; cette obscurité contenoit un peu de lumière, produite par le reflet de celle qui en étoit voisine; ces effets étoient plus sensibles que les nuits précédentes (f). Je comparai le noyau de la Comète à l'étoile A d'Orion, cinquième grandeur, & à une Étoile de la huitième qui n'avoit pas encore été calculée; je déterminai la position de ces deux Étoiles, en comparant la première directement à γ d'Orion, & celle de la huitième grandeur à α de la même constellation; l'ascension droite de l'étoile A fut conclue de $79^{\text{d}} 35' 50''$, & sa déclinaison de $5^{\text{d}} 45' 52''$ boréale. La détermination de celle de la huitième grandeur est rapportée dans la seconde Table, sous le n.^o 7. La position du noyau de la Comète par ces deux Étoiles, est dans la première Table.

Ciel constamment couvert la nuit du 6 au 7 Septembre, & celle du 7 au 8, mais il fit beau temps une grande partie de celle du 8 au 9, vers les deux heures & demie du matin; la Comète paroïssoit, elle étoit considérable, le noyau paroïssoit de la même grandeur que la nuit du 5 au 6, mal terminé. Les deux bords de la queue, depuis le noyau jusqu'à quinze degrés de distance environ, étoient d'une lumière très-vive, composés de rayons lumineux & dirigés en ligne droite, comme je l'avois observé la nuit du 30 au 31 Août, & les

(f) Voyez Planché III, figure 3.

jours suivans ; ces effets étoient ce matin bien plus sensibles que les nuits précédentes, le milieu de la queue dans cette étendue de quinze degrés, étoit obscurci comme je l'avois déjà remarqué dans mes précédentes observations (g). La queue de la Comète étoit fort évasée, & sa direction étoit par les étoiles 77 & 78, qui sont les deux dernières de la constellation d'Orion, dans le Catalogue de Flamsteed ; elle passoit ensuite par les trois étoiles ξ , ϵ , δ , du Baudrier d'Orion, l'étoile ϵ étant dans le milieu de la queue ; enfin elle alloit se terminer au-dessous de α de la Baleine, ayant cinquante-cinq degrés de longueur. Je comparai le noyau de la Comète, à une Étoile de la huitième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée, je déterminai son lieu en la comparant à l'étoile dix-huitième de la Licorne, quatrième grandeur, suivant le Catalogue de Flamsteed ; j'ai rapporté sa position dans la seconde Table, sous le n.^o 8. La Comète fut comparée aussi à l'Étoile dix-huitième de la Licorne ; les positions qui en ont résulté, sont rapportées dans la première Table.

Longueur
de la queue,
55 degrés.

La nuit du 9 au 10 Septembre, ciel serein à minuit, mais alors la Comète étoit encore sous l'horizon ; vers les quatre heures du matin, le ciel étoit en grande partie couvert ; dans les intervalles des nuages, je vis la Comète, & je commençai à comparer le noyau à la vingt-deuxième étoile de la Licorne, suivant l'ordre du Catalogue de Flamsteed, l'Étoile passa au fil horaire du micromètre ; mais au passage de celui du noyau de la Comète, le ciel se trouva entièrement couvert ; comme le noyau de la Comète étoit près de l'Étoile, j'estimai qu'à $16^h 7' 45''$ de temps vrai, la Comète devoit suivre l'étoile vingt-deuxième de la Licorne au fil horaire du micromètre de $1^d 10'$, & qu'elle devoit être inférieure ou plus méridionale que l'Étoile, de 18 minutes ; par cette estime, j'ai eu la position de la Comète, rapportée dans la première Table. Entre les intervalles des nuages, la

(g) Voyez *Planche III, figure 3.*

Longueur
de la queue,
60 degrés.

Comète paroïssoit très-brillante, la queue étoit interrompue par les nuages, & j'estimai que sa longueur étoit d'environ soixante degrés; obscurcie dans le milieu près du noyau, comme je l'ai déjà rapporté.

Ciel couvert les nuits du 10 au 11, du 11 au 12, & du 12 au 13 de Septembre, en grande partie couvert pendant celle du 13 au 14; entre quatre heures & quatre heures & demie du matin, je vis la Comète dans un intervalle de nuages, le noyau paroïssoit plus lumineux & plus grand que les nuits précédentes; il ne fut pas possible de juger de la longueur de la queue, à cause du ciel en partie couvert, mais elle devoit être considérable; je comparai le noyau de la Comète à deux Étoiles, il ne fut pas possible de les reconnoître la même nuit, ces Étoiles furent estimées de la huitième grandeur; j'en dessinai la configuration à l'égard du noyau de la Comète, & je pris leurs positions à peu de chose près par le moyen de la machine parallaxique. La nuit du 29 au 30 de Septembre, par un beau ciel, je recherchai ces deux Étoiles, que je reconnus, elles étoient placées entre les étoiles 30 & 31 de la Licorne, suivant l'ordre du Catalogue de Flamstéed; je déterminai leurs positions en les comparant à la trente-unième que Flamstéed dans son Catalogue marque de la quatrième grandeur (elle me parut être au plus de la sixième); par ces nouvelles observations, je déterminai la position des deux Étoiles, avec lesquelles la Comète avoit été comparée la nuit du 13 au 14, leurs déterminations sont rapportées dans la seconde Table, sous les n.^{os} 12 & 13; & celles de la Comète déduites de ces deux Étoiles dans la première Table.

Dernière
observation
dans la 1.^{re}
branche
de l'orbite.

La nuit du 15 au 16 de Septembre, le ciel entièrement serein, la Lune sur l'horizon, & dans son plein, répandoit une très-grande lumière, je vis la Comète dans le crépuscule & près de l'horizon, le noyau étoit environné de nébulosité avec une traînée de lumière de deux degrés environ de longueur, qui étoit le commencement de sa queue, le surplus étoit effacé par le crépuscule & par la grande lumière de la

Lune. Je comparai le noyau de la Comète à deux Étoiles de la sixième & de la septième grandeur qui étoient peu éloignées de α de l'Hydre : le grand jour qu'il faisoit alors ne permit pas de les reconnoître, j'estimai leurs positions à peu de chose près, par le moyen de la machine parallaxique; & la nuit du 30 Septembre au 1.^{er} Octobre par un très-beau temps & sans Lune, je recherchai les Étoiles, & je reconnus par leurs différences de passage au fil horaire du micromètre, que c'étoient les étoiles 19 & 20. de l'Hydre, sixième grandeur, suivant le Catalogue de Flamsteed; je déterminai leurs positions, en les comparant l'une & l'autre à α de l'Hydre, leurs déterminations pour le temps des observations, sont rapportées dans la seconde Table qui est à la suite de ce Mémoire; & les positions du noyau de la Comète déduites de ces deux Étoiles, sont dans la première Table.

Je recherchai la Comète le 17 au matin & le 18 de Septembre sans pouvoir la découvrir; elle se levoit alors dans un crépuscule considérable, qui étoit encore augmenté par la grande lumière de la Lune, de manière qu'il ne fut plus possible de la revoir le matin, & c'est au 16 que se sont terminées mes observations de cette Comète, dans la première branche de son orbite.

J'avois reconnu par les observations précédentes, que la Comète à la sortie des rayons du Soleil reparoitroit le soir à l'Occident, & dans le mois d'Octobre. Je la cherchai le 17 Octobre, le ciel étant assez beau du côté du couchant, à l'exception de l'horizon qui étoit couvert de nuages; mais il ne fut pas possible de l'apercevoir, soit à cause de ces nuages qui bordoient l'horizon, soit à cause du grand crépuscule qui existoit alors. Depuis le 17 jusqu'au 24 du même mois; l'horizon du côté du couchant fut constamment couvert, soit de nuages, soit de brouillards.

Le 24 Octobre, ciel couvert pendant tout le jour; vers les cinq heures du soir, il commença à se découvrir; vers les six heures un quart, je parcourus l'espace du ciel, où la Comète devoit reparoitre avec la lunette de deux pieds qui

Première
observation:
dans la seconde
branche
de l'orbite.

La Comète
sortant
des rayons
du Soleil.

me l'avoit fait découvrir le 8 Août, je l'aperçus en effet; elle paroissoit à la gauche d'*Arcturus*, presque à la même hauteur que cette Étoile; la Comète cependant un peu plus élevée que l'Étoile; on la voyoit bien avec cette lunette; & même en regardant avec attention l'endroit du ciel où elle paroissoit, on la voyoit à la simple vue, mais ce n'étoit pas sans peine. Le noyau dans la lunette paroissoit brillant, environné d'une grande nébulosité, avec une queue de deux degrés environ de longueur. Il ne fut pas possible de reconnoître le même soir, les Étoiles vers lesquelles la Comète paroissoit. Près de la Comète, & à peu de distance de son parallèle, il y avoit une Étoile de la cinquième grandeur, à laquelle je comparai le noyau; dans le même champ de la lunette (qui renversoit) on apercevoit en haut deux autres Étoiles, que j'estimai de la quatrième & de la cinquième grandeur; ces Étoiles que je reconnus les jours suivans, par la configuration qu'elles formoient entr'elles, étoient les étoiles μ , b & A^* du Serpent. La Comète fut comparée trois fois à l'étoile A^* , & je déterminai la position de cette Étoile, en la comparant un grand nombre de fois à μ du Serpent; son ascension droite & sa déclinaison sont rapportées dans la seconde Table, & celles du noyau de la Comète dans la première.

Grande
Aurore boréale
& une seconde
le lendemain
25.

Le même soir 24 Octobre, il parut une grande Aurore boréale, sa couleur étoit rougeâtre, & s'étendoit depuis l'Ouest jusqu'au Nord-est; elle étoit formée de beaucoup de jets de lumière, qui s'élevoient à une très-grande hauteur au-dessus de l'horizon, continuellement agités & de couleur de feu, leur durée n'étoit que de quelques secondes seulement, & ils n'avoient pas plutôt cessé de paroître qu'il en succédoit d'autres.

- 9^h 20' Temps vrai, l'espace entre l'Ouest & le Nord-ouest, contenoit un grand nombre de gerbes.
9. 33. Un grand jet paroissoit au couchant, il passoit par les étoiles de la Lyre, & alloit se terminer au-delà du zénith.
9. 35. Cinq gerbes parurent en même temps dans cette même partie du ciel, leur lumière étoit rougeâtre & très-vive; une minute après, ces gerbes changèrent de couleur, de rouge qu'elles étoient, elles devinrent d'une lumière blanchâtre, conservant cependant une légère teinte de rouge; quelques secondes après, elles reparurent comme auparavant de couleur de feu.
9. 37. Deux grands jets de même couleur s'élevèrent vers le Nord.
9. 45. L'aurore boréale changea de couleur à l'Ouest, plusieurs gerbes y paroissoient d'une lumière blanchâtre.
9. 53. Le même changement arriva au Nord-est.
9. 55. Un grand nombre de gerbes, d'une lumière blanchâtre, & continuellement en mouvement paroissoient au Nord; une de ces gerbes étoit plus agitée que les autres; elle paroissoit & disparoissoit avec une très-grande vitesse, semblable à la lumière d'une bougie qu'on auroit présentée subitement, & de moment à autre dans l'obscurité.
10. 0. Il existoit encore un grand nombre de gerbes, inclinées à l'horizon, & des amas d'une lumière semblable à la voie lactée, qui paroissoient & disparoissoient.
11. 0. Depuis l'horizon jusqu'à vingt degrés de hauteur, & depuis l'Ouest jusqu'au Nord-est, le ciel étoit continuellement éclairé d'une lumière égale & blanchâtre.

Le lendemain 25, il parut encore une Aurore boréale, de même couleur que la première; mais elle ne fut pas aussi considérable.

Le 25 Octobre, ciel entièrement serein durant la journée, le soir vers les 6 heures, je commençai à voir la Comète, & je comparai le noyau à la même Étoile que la veille A^{μ} , & à μ du Serpent. Les positions sont rapportées dans la première Table, & celles des Étoiles dans la seconde; le ciel qui n'étoit pas parfaitement beau, empêcha de voir la Comète à la vue simple; à la lunette, elle se voyoit très-

bien, le noyau étoit brillant, & sa lumière égaloit celle de l'étoile μ du Serpent, de quatrième grandeur, il étoit mal terminé, & environné de nébulosités; la queue étoit d'une lumière très-foible, & avoit environ deux degrés de longueur.

Diamètre
du noyau,
1' 22".

Le 26 Octobre, ciel serein : vers les six heures du soir, je revis la Comète quoique l'horizon fût chargé de vapeurs : ses apparences étoient plus sensibles que les jours précédens ; le noyau, très-brillant, égaloit en lumière les Etoiles de la troisième grandeur : il étoit environné de nébulosités : son diamètre fut comparé à un des fils du micromètre, & estimé de 1' 22". La queue de la Comète étoit brillante auprès du noyau, mais il ne fut pas possible d'y remarquer les mêmes effets que j'avois observés la nuit du 30 au 31 Août & les jours suivans, ce qui pouvoit provenir de ce que la queue n'avoit pas assez de lumière, & qu'elle étoit moins longue : elle paroissoit avoir trois degrés de longueur. Je comparai deux fois le noyau de la Comète à la même Étoile que les jours précédens, A^* du Serpent : les positions sont rapportées dans la première Table.

Diamètre
du noyau,
1' 22".

Le 27, ciel entièrement serein, le soir il y avoit cependant un peu de brouillard à l'horizon ; les apparences de la Comète étoient les mêmes que la veille. Je comparai le noyau à un des fils du micromètre, & son diamètre fut estimé de 1' 22", comme la veille. Pour déterminer la position de la Comète, je comparai deux fois le noyau à la même étoile A^* du Serpent, & à une seconde Étoile de la septième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée, j'en observai le lieu en la comparant directement à δ d'*Ophiucus* : elle est rapportée dans la seconde Table, sous le n.^o 14.

Le 28, beau temps pendant la journée, le soir il y avoit du brouillard à l'horizon, mais ce brouillard n'empêcha pas de revoir la Comète ; le noyau étoit brillant & blanchâtre comme les jours précédens ; la queue paroissoit plus longue & en même temps plus évalée, elle alloit se terminer à l'étoile σ du Serpent. Je comparai trois fois le noyau de la Comète

aux

aux mêmes étoiles *A*² & *n.*^o 14; les positions sont rapportées dans la première Table.

Le 31 Octobre, ciel en grande partie couvert le soir, mais dans les intervalles des nuages je revis la Comète, & je comparai deux fois le noyau à l'Étoile des jours précédens, de septième grandeur, *n.*^o 14 de la seconde Table : les positions de la Comète sont rapportées dans la première.

Le 1.^{er} Novembre, ciel parfaitement beau, le soir je commençai à voir la Comète dans un grand crépuscule; le noyau étoit blanchâtre & d'une lumière vive; je comparai son diamètre à un des fils du micromètre, & il fut estimé, comme les jours précédens, de 1' 22": la queue étoit très-sensible & plus longue que les jours précédens, je l'estimai de six degrés de longueur, elle alloit se terminer au-delà de l'étoile vingt-unième d'*Ophiucus*, de la septième grandeur, suivant le Catalogue de Flamstéed. Je comparai le noyau de la Comète à l'Étoile des jours précédens, *n.*^o 14 de la seconde Table, & à la douzième étoile d'*Ophiucus*, suivant Flamstéed; pour bien connoître la position de cette dernière Étoile, je la comparai à δ de la même constellation: j'ai pris ensuite un milieu entre mes observations, & sa position, déduite de Flamstéed, pour avoir son ascension droite & sa déclinaison pour le temps de l'observation; on trouvera sa position dans la seconde Table, & celle du noyau de la Comète dans la première.

Diamètre
du noyau,
1' 22".
Longueur
de la queue,
6 degrés.

Le 3 Novembre, ciel serein vers les cinq heures du soir; la Comète avoit les mêmes apparences que les jours précédens: la queue plus longue que le premier de Novembre, & le noyau plus brillant; je comparai ce noyau à la douzième étoile d'*Ophiucus*; dans le Catalogue de Flamstéed, la position en est rapportée dans la Table, pour le temps de l'observation, & celle de la Comète, déduite de cette Étoile, dans la première Table.

Le 4, ciel couvert presque toute la journée, vers les cinq heures du soir il s'éclaircit; la Comète paroissoit à la vue simple, & à la lunette le noyau étoit très-brillant: sa

Mém. 1775.

Fff

lumière égaloit celle des Étoiles de la troisième ou quatrième grandeur ; la queue très-apparente : je l'examinai avec une lunette achromatique à double objectif , de cinq pieds de foyer , qui grossissoit peu , & j'observai comme au mois de Septembre , que sur les deux bords de la queue près du noyau , la lumière étoit plus forte que dans le milieu de la queue. Pour déterminer la position de la Comète , je comparai le noyau à deux Étoiles qui n'avoient pas encore été calculées , & à la douzième d'*Ophiucus* , qui avoit servi les jours précédens ; les positions des deux Étoiles que j'ai déterminées , sont rapportées dans la seconde Table , sous les n.^{os} 16 & 19 ; celles de la Comète , dans la première Table.

Le 6 , ciel en grande partie serein , vers les 6 heures du soir , je dirigeai à la Comète la même lunette achromatique de cinq pieds de foyer , le noyau y paroissoit très-brillant & d'une lumière blanchâtre sans être terminé , environné d'une grande nébulosité ; les mêmes effets pour la queue avoient lieu , comme dans l'article précédent ; la grande lumière de la Lune nuisoit un peu à ces observations. Je comparai le noyau de la Comète , à une Étoile de la sixième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée , & à la quarante-unième d'*Ophiucus* , suivant le Catalogue de Flamsteed ; j'observai l'Étoile de la sixième grandeur , en la comparant à des Étoiles connues , & sa position est rapportée dans la seconde Table , sous le n.^o 19 ; j'y ai rapporté aussi la position de l'étoile quarante-unième d'*Ophiucus* , vérifiée par de nouvelles observations.

Le 7 Novembre , vers les 6 heures du soir , le noyau de la Comète devoit se trouver en conjonction avec l'Étoile rapportée à l'article précédent , n.^o 19 , de la seconde Table , mais le ciel fut constamment couvert , & il ne fut pas possible de faire cette observation , qui eût été intéressante.

Le 8 , ciel en grande partie couvert pendant la journée avec pluie , le soir il devint serein. A la lunette le noyau de la Comète paroissoit brillant & d'une lumière blanchâtre , sans être terminé , environné de nébulosité ; la queue paroissoit

avoir deux degrés & demi environ de longueur; elle auroit paru plus longue sans la Lune qui étoit sur l'horizon, & qui empêchoit de voir la Comète à la vue simple. Je comparai le noyau à la même Étoile que les jours précédens, *n.^o 19*, & à la quarante-unième d'*Ophiucus*, suivant l'ordre du Catalogue de Flamsteed; les positions sont rapportées dans la première Table.

Longueur
de la queue,
2 degrés $\frac{1}{4}$

Depuis le 9 jusqu'au 15 Novembre, le ciel fut constamment couvert les soirs.

Le 15, ciel en grande partie serein, je cherchai la Comète avec la lunette montée sur la machine parallaxique; le noyau paroissoit sensiblement diminué de grandeur; la lumière égaloit celle des Étoiles de la sixième classe: la queue paroissoit avoir un degré de longueur; il ne fut pas possible d'apercevoir la Comète à la vue simple; le noyau étoit près d'une Étoile de la huitième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée; j'en fixai la position, en la comparant plusieurs fois à la quarante-unième étoile d'*Ophiucus*; c'est l'Étoile *n.^o 24* de la seconde Table, son ascension droite y est rapportée d'après mes observations, de $262^d\ 2'\ 41''$, & sa déclinaison de $28'\ 14''$ australe; cette Étoile fut employée aussi les jours suivans à la détermination des lieux de la Comète; elle fut comparée deux fois à l'étoile quarante-unième d'*Ophiucus*; les positions sont rapportées dans la première Table.

Longueur
de la queue,
1 degré.

Le 16 Novembre, ciel en grande partie serein le soir, mais il y avoit beaucoup de nuages à l'occident, & ce ne fut pas sans peine que je pus revoir la Comète. Je comparai le noyau avec quatre Étoiles qui n'étoient pas encore connues, je fixai leurs positions, en les comparant à des Étoiles déjà déterminées, je les ai rapportées dans la seconde Table, sous les *n.^{os} 24, 25, 26 & 27*. Le noyau de la Comète fut aussi comparé à l'étoile *K* d'*Ophiucus*, & cette étoile à γ de cette constellation; ces observations produisirent neuf déterminations du noyau de la Comète, qu'on trouvera dans la première Table.

Longueur
de la queue,
1 degré $\frac{1}{2}$.

Le 17, ciel serein ; cependant il ne fut pas possible d'apercevoir la Comète à la vue simple, elle se voyoit encore assez bien dans la lunette ; le noyau diminué de grandeur, la lumière brillante & blanchâtre environnée de nébulosité ; la queue s'étendoit à un degré & demi environ du noyau. Je comparai la Comète à plusieurs Étoiles qui n'étoient pas encore connues ; je rectifiai la position de l'étoile *K*, en la comparant plusieurs fois à γ de la même constellation ; les positions de la Comète sont rapportées dans la première Table, & celles des Étoiles dans la seconde.

Diamètre
du noyau,
32 secondes.

Le 18, ciel entièrement serein le soir ; avec un peu d'attention, on pouvoit encore voir la Comète à la vue simple ; elle formoit un triangle équilatéral avec les étoiles *K* & γ d'*Ophiucus* ; la queue se terminoit à l'étoile *K*, dans la lunette le noyau paroissoit encore brillant & blanchâtre sans être terminé ; environné de nébulosité ; en le comparant à un des fils du micromètre, j'estimai son diamètre de 32 secondes. Pour avoir la position de la Comète, je comparai le noyau à deux Étoiles qui n'avoient pas encore été observées, & je déterminai leurs positions par de nouvelles observations, elles sont rapportées dans la seconde Table, sous les *n.^{os} 24 & 26* ; la première avoit déjà été employée les deux jours précédens à la détermination du lieu de la Comète.

Le 19, ciel serein, le soir il y avoit un peu de brouillard. Je comparai quatre fois le noyau de la Comète, à la même Étoile *n.^o 26*. Les déterminations de la Comète par cette Étoile, sont rapportées dans la première Table.

La Comète
paroissoit
comme
le 8 Août,
jour de sa
première
apparition,

Le 20 Novembre au soir, beau temps, la Comète paroissoit encore sensiblement à la lunette ; à la vue simple, il n'étoit plus possible de l'apercevoir ; le noyau étoit diminué de grandeur depuis les jours précédens, & environné de nébulosité, la queue paroissoit encore avoir deux degrés de longueur. La Comète paroissoit ce soir à peu de chose près, sous les mêmes apparences que le 8 Août, jour où je l'avois découverte ; je comparai plusieurs fois le noyau aux deux Étoiles *n.^{os} 24 & 26* de la seconde Table, ces Étoiles

avoient déjà été employées les jours précédens à la détermination du lieu de la Comète; les positions trouvées par ces deux Étoiles, sont rapportées dans la première Table.

Depuis le 21 jusqu'au 27 de Novembre, le ciel fut couvert les soirs, mais étant devenu serein le 27, je cherchai la Comète dans l'endroit du ciel où elle devoit se trouver suivant mes dernières observations; ce ne fut pas sans peine que je pus la revoir, la lumière étoit très-affoiblie, la queue paroissoit encore d'un degré & demi environ. Je comparai plusieurs fois le noyau de la Comète, à trois Étoiles de la sixième & de la septième grandeur, n.^{os} 26 & 29 de la seconde Table, & avec l'étoile *d* du *Serpent*, suivant Flamsteéd; les positions de la Comète au nombre de six, sont rapportées dans la première Table.

Longueur
de la queue;
1 degré $\frac{1}{2}$.

Le 28 au soir, ciel couvert de nuages rares à l'occident; ce ne fut pas sans peine que je pus revoir la Comète. Je comparai plusieurs fois le noyau à l'étoile *d* du *Serpent*, de sixième grandeur; pour bien connoître la position de cette Étoile, je la comparai plusieurs fois à *n* du *Serpent*, & ayant pris un milieu entre le résultat de mes observations & celui de la réduction de cette Étoile, par le Catalogue de Flamsteéd, le milieu qui en a résulté pour son ascension droite, étoit de 273^d 52' 4", & pour sa déclinaison 3' 37" boréale.

Le 29, le noyau de la Comète devoit ce soir éclipser l'étoile *d* du *Serpent*, ou en passer très-près, mais il n'y eut pas moyen de faire cette observation, à cause du ciel couvert.

Le 30 Novembre, vers les cinq heures & demie du soir, le ciel serein & pur à l'occident, je recherchai la Comète, que je trouvai sans peine, au-delà de l'étoile *d* du *Serpent*; le noyau n'étoit presque plus sensible, mais la nébulosité qui l'environnoit, étoit encore apparente ainsi que la queue qui paroissoit avoir un degré & demi de longueur. Je comparai trois fois le noyau de la Comète, à l'étoile *d* du *Serpent*; les positions sont rapportées dans la première Table.

Longueur
de la queue;
1 degré $\frac{1}{2}$.

Dernière
observation
le 1.^{er} Déc.

Le 1.^{er} Décembre, peu de nuages pendant la journée ; le soir ciel entièrement serein, la Comète avoit les mêmes apparences que la veille. Je comparai deux fois le noyau à la même étoile *d* du *Serpent* ; les positions en sont rapportées dans la première Table qui est à la fin de ce Mémoire.

Depuis le 2 Décembre jusqu'au 8, le ciel fut constamment couvert les soirs ; le 8, il étoit devenu serein, mais la Lune étoit sur l'horizon, je cherchai la Comète inutilement, de même que les jours suivans, lorsque la Lune n'y forma plus d'obstacle, il ne fut pas possible de la revoir ; & c'est au 1.^{er} de Décembre, que se sont terminées mes observations sur l'apparition de la Comète de 1769. La durée de cette apparition ayant été de cent seize jours, depuis le 8 Août jusqu'au 1.^{er} Décembre.

OBSERVATIONS sur la queue, le noyau, & l'atmosphère de la Comète de 1769, pendant le cours de mes Observations ; avec une expérience sur un cône de lumière.

LA queue de la Comète de 1769 peut être regardée, comme une des plus grandes & des plus considérables qui aient été observées jusqu'à présent ; la nuit du 9 au 10 Septembre, je l'observai de soixante degrés de longueur (*h*) ; elle parut de quarante degrés à Marseille, & de soixante-dix à Bologne, & M. Pingré qui étoit sur mer, entre Ténériffe & Cadix, observa le 11 Septembre que la queue avoit quatre-vingt-dix degrés de longueur ; mais si foible vers son extrémité, que le lever de Vénus fut suffisant pour en faire disparaître plusieurs degrés (*i*).

Les observations que je vais rapporter, furent faites avec l'excellente lunette achromatique de trois pieds & demi de

(*h*) M. de la Lande, dans son *Astronomie*, tome III, page 383 ; & dans son *Abrégé*, page 417, ne donne à la queue de la Comète pour Paris, que dix degrés de longueur, mais c'est une faute d'impression.

(*i*) Mémoires de l'Académie, année 1769, page 54.

foyer à triple objectif, dont j'ai parlé à l'occasion des observations du 15 Août, & qui ne grossissoit que vingt-sept fois.

La nuit du 30 au 31 Août, le ciel serein & sans Lune : le noyau de la Comète paroissoit, à la lunette, d'une lumière très-vive & blanchâtre, sans être terminé, environné d'une grande nébulosité ou d'une atmosphère en forme de vapeurs ou de fumée qui s'étendoit autour du noyau, excepté dans l'endroit où la queue partoit du noyau ; cette vapeur s'étendoit sur les bords de la queue, autant en-dessus qu'en-dessous, elle étoit plus resserrée vers le noyau, à l'opposite de la queue ; celle-ci étoit obscurcie dans le milieu, probablement par l'ombre que faisoit le noyau, jusqu'à la distance de quatre degrés environ ; de chaque côté de cette partie obscure, il y avoit une lumière vive qui partoit des deux extrémités du diamètre du noyau, & se réunissoit vers la fin de la partie obscure, pour former ensuite l'épaisseur ou la largeur de la queue ; elle s'étendoit en diminuant de lumière jusqu'à la distance de vingt-quatre degrés. Les traces de lumière qui partoient des deux extrémités du diamètre du noyau, pour se réunir à quatre degrés de distance de la Comète, & qui laissoient entr'elles une obscurité, étoient comme des rayons lumineux, lancés en ligne droite parallèlement entr'eux, très-près les uns des autres, & très-distincts à la lunette, semblable à des lignes tirées à la règle, comme on le voit dans la *planche III, figure 1*, dont je vais bientôt donner l'explication.

Je fis encore une observation bien singulière, la même nuit, il y avoit deux jets de lumière, de quatre degrés environ d'étendue, qui partoient l'un & l'autre des deux extrémités du diamètre du noyau, l'un au-dessus & l'autre au-dessous de la queue ; ils avoient la même lumière que la queue, depuis le noyau jusqu'à quatre degrés de distance, c'est-à-dire, qu'ils étoient formés de rayons lumineux. Le jet qui paroissoit au-dessous de la queue étoit plus large de moitié que celui qui paroissoit au-dessus, ce dernier couvroit l'étoile *r* du *Taureau*, sans l'éclipser, mais la lumière de l'Étoile en

paroissoit diminuée; l'Étoile étoit placée vers le milieu de son étendue: le jet qui paroissoit au-dessous de la queue formoit un angle deux fois plus grand que celui qui étoit au-dessus. Pour rendre plus sensible les effets remarquables dans ces observations, j'ai rapporté dans la *planche III*, une figure de la Comète & de sa queue (*figure 1*); *A B C D* est le noyau de la Comète, sa circonférence est mal terminée: *a b c*, l'atmosphère de vapeurs qui étoit d'une lumière différente de celle du noyau & de la queue, elle paroissoit brune & semblable à de la fumée ou à des vapeurs qui s'exhaleroient d'un corps humide, comme d'une éponge mouillée qu'on auroit exposée à un grand feu; cette vapeur étoit resserrée contre le noyau *b A*, & s'élargissoit sensiblement jusqu'en *a* & en *c* où elle paroissoit se terminer contre les deux jets: *EH* est l'épaisseur ou largeur de la queue: *CM* sa longueur de vingt-quatre degrés que je suppose prolongée: *FG* obscurité dans le milieu de la queue; son étendue *CK* de quatre degrés environ: *EF*, *GH* largeur de la lumière de la queue au-dessus & au-dessous de l'obscurité qui étoit d'une lumière très-vive, & composée de rayons lumineux parallèles entr'eux, se touchant presque, & distincts jusqu'à la distance d'environ quatre degrés depuis *B* jusqu'à *I*, & depuis *D* jusqu'à *L*; ensuite, cette lumière se réunissoit avec celle de la queue prolongée, & les rayons lumineux n'avoient plus lieu; la lumière paroissoit dense & égale, mais elle alloit en s'affoiblissant à mesure qu'elle s'éloignoit du noyau de la Comète: *BN* jet de lumière de quatre degrés environ d'étendue; formé de même, de rayons lumineux: *DO* le second jet de même longueur & de même lumière que le premier.

La nuit du 2 au 3 Septembre, beau temps: les apparences de la Comète étoient les mêmes que la nuit du 30 au 31 Août, excepté cependant que les deux jets qui existoient encore avoient mêmes longueur & largeur; le jet supérieur *BN* s'éloignoit de la queue, & l'angle *NBP* qu'il formoit avec la queue de la Comète, étoit double de l'autre *ODQ*: l'atmosphère ou les vapeurs qui étoient autour du noyau paroissoient,

paroïssent, cette nuit, plus sensibles que la nuit du 30 au 31 Août: l'obscurité, projetée le long de la queue, étoit la même, mais plus étendue, ayant environ six degrés; la lumière de la queue au-dessus & au-dessous de l'obscurité, étoit formée de même, de rayons lumineux, parallèles entr'eux, & sensibles jusqu'à la distance de six degrés: la queue de la Comète avoit trente-six degrés de longueur. *Voyez planche III, figure 2.*

La nuit du 3 au 4 Septembre, la queue de la Comète paroïssoit plus longue que la nuit précédente, elle avoit quarante degrés environ de longueur. Les jets de lumière, détachés de la queue, que j'avois observés du 30 au 31 Août, & du 2 au 3 Septembre, n'existoient plus, & il ne reparurent plus dans la suite: le noyau de la Comète étoit toujours mal terminé, environné de vapeurs comme les nuits précédentes & dans la même proportion; la lumière de la queue très-brillante & composée, de même que je l'ai décrite, de traits de lumière, parallèles entr'eux au-dessus & au-dessous de l'obscurité projetée le long du milieu de la queue: cette obscurité s'étendoit à sept ou huit degrés. *Voyez planche III, figure 3.*

La nuit du 4 au 5 Septembre, la queue de la Comète étoit augmentée depuis la veille, sa longueur étoit de quarante-trois degrés: la largeur de la queue étoit divisée en sept parties, les unes lumineuses, & les autres obscurcies; ces dernières contenoient cependant une teinte de lumière, mais foible, qui paroïssoit provenir de la lumière réfléchie des parties lumineuses voisines: la partie obscure du milieu de la queue, qui s'étendoit à dix ou douze degrés du noyau, étoit assez large, les deux autres qui partoient des extrémités du diamètre du noyau ou à peu-près, étoient l'une & l'autre moins larges & moins longues que la bande obscure du milieu, ayant huit degrés environ d'étendue; ces deux traces d'obscurités sembloient être formées d'une partie de l'atmosphère ou des vapeurs qui environnoient le noyau; j'ai aperçu des Étoiles télescopiques au travers de ces parties

obscurcs , mais la lumière des Étoiles en paroissoit un peu affoiblie ; on jugera plus aisément de ces circonstances en jetant les yeux sur la *planche III (figure 4)*. *AB* est le diamètre du noyau de la Comète ; *CDE* l'atmosphère ou les vapeurs qui alloient se terminer en *C* & en *E* sur la queue ; la partie *D* de l'atmosphère , opposée à la queue , est plus resserrée contre le noyau , comme dans les précédentes observations ; les parties lumineuses de la queue , formées de rayons lumineux , étoient de même , on les distinguoit aisément , & elles s'étendoient depuis le noyau jusqu'au-delà des parties obscures ; ces parties lumineuses de la queue sont marquées dans la *figure 4* , savoir , *F, G, H, I* ; les parties obscurcies sont celles qui sont entre les parties éclairées & entre les lettres *FG, GH & HI*. Ce qu'il y avoit encore de particulier , c'est que les parties obscurcies *FG, HI*, qui partoient des deux extrémités du diamètre du noyau *A & B* étoient formées comme les parties lumineuses , de traits parallèles entr'eux , mais noirs , & les rayons étoient très-près les uns des autres ; ils avoient une nuance blanchâtre , produite sans doute par le reflet de la lumière des parties lumineuses voisines ; l'obscurité du milieu entre *GH*, paroissoit être d'une même nuance , & contenoit aussi un peu de lumière produite de même par le reflet de la lumière voisine. Les nuits suivantes il ne fut pas possible de revoir les deux obscurités qui partoient des deux extrémités du diamètre du noyau ; l'obscurité projetée le long du milieu de la queue , fut encore observée comme on l'a vu la nuit du 27 au 28 , du 28 au 29 Août , du 5 au 6 , du 8 au 9 & du 9 au 10 Septembre.

Dans la même *planche III (figure 5)* , j'ai représenté une expérience que j'ai faite à l'hôtel de Clugni , le 30 Mars 1771 ; cette expérience a beaucoup de rapport aux effets que j'ai observés dans la queue de la Comète que je viens de décrire ; le 30 Mars 1771 , vers midi , le ciel étant parfaitement beau & serein , je fis entrer dans une chambre obscure un cône de lumière , formé des rayons du Soleil , par une ouverture que j'avois pratiquée au Midi , dans un des volets de la

chambre : l'ouverture que j'avois faite au volet avoit un pouce de diamètre AB ; au centre de cette ouverture étoit un globe de cire C , de quatre lignes & demie de diamètre, noirci, traversé par un fil de soie très-délié qui passoit par le centre du globe, pour le contenir au milieu de l'ouverture du trou ; le fil de soie étoit retenu au volet par des clous d'épingles, comme on le voit dans la figure en a & en b ; les rayons du Soleil, introduits par cette ouverture dans la chambre obscure, y produisoient un cône de lumière ; le globe de cire qui étoit au centre de l'ouverture, arrêtoit les rayons du Soleil ; ce globe produisoit au milieu du cône de lumière, un cylindre obscur qui étoit sensible & distinct, l'Observateur étant placé à côté du cône de lumière pour l'apercevoir ; ce cylindre d'obscurité s'étendoit depuis le globe de cire jusqu'à la distance d'environ cinq pieds ; à cette distance de cinq pieds, où se terminoit l'obscurité, la lumière qui l'enveloppoit paroissoit se réunir & devenir d'une teinte uniforme en s'affoiblissant dans son éloignement. L'obscurité que produisoit le globe de cire, le long du cône de lumière, étoit éclairée d'une lumière foible, pâle & sombre, qui étoit produite par le cône éclairé qui enveloppoit l'obscurité ; ces effets paroissoient avoir un rapport bien sensible avec ceux que j'avois observés dans la queue de la Comète.

Explication des deux Tables insérées à la suite de ce Mémoire.

La première Table contient tous les lieux de la Comète en ascension droite & en déclinaison, conclus de la situation observée, tant à l'égard des Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, que de celles des Catalogues de Flamsteed, seconde édition, de la Connoissance des Temps, & de celui de feu M. l'abbé de la Caille, inséré dans le sixième volume de ses Éphémérides ; j'ai vérifié les positions d'une partie de ces Étoiles, en les comparant à d'autres Étoiles bien connues. La première colonne de cette Table contient les jours du mois ; la seconde les temps vrais de chaque observation ; la troisième les ascensions droites de la Comète observée ; la

quatrième, les déclinaisons; la cinquième, les différences de passage en ascension droite entre le noyau de la Comète & les Étoiles marquées du signe — si la Comète avoit moins d'ascension droite, c'est-à-dire, si elle précédoit, ou si elle étoit occidentale à l'Étoile, & du signe + si elle suivoit l'Étoile, ou si elle étoit orientale; cette différence étant ajoutée à l'ascension droite, rapportée dans la seconde Table, ou en étant soustraite suivant le signe qui l'affecte, on en déduira l'ascension droite de la Comète: la sixième colonne contient les différences en déclinaison entre le noyau de la Comète & les Étoiles, ces différences sont aussi affectées des signes + & —, pour qu'en les ajoutant, ou les soustrayant suivant le signe de la déclinaison de l'Étoile, avec laquelle la Comète a été comparée, on ait sa déclinaison. Ces deux dernières colonnes qui sont la base de toutes les observations, sont susceptibles d'être vérifiées en tout temps & perfectionnées; si dans la suite, on détermine avec plus de précision les positions des Étoiles qui ont été employées à la détermination des lieux de la Comète. La septième colonne détermine la grandeur des Étoiles; la huitième contient les lettres de Bayer, & les numéros qui distinguent tant les Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, que celles des Catalogues; la dernière colonne fait connoître les Étoiles des constellations qui ont servi à la détermination des lieux de la Comète.

La seconde Table contient les ascensions droites & les déclinaisons des Étoiles qui ont été employées à la détermination du lieu de la Comète, réduites au temps des observations; je n'y ai fait d'autre réduction que celle qu'on trouve dans les Catalogues, sous le titre de *Variation annuelle*.

Trente-deux
Étoiles
ajoutées
aux Catalogues.

On voit par cette seconde Table, que le cours de la Comète m'a donné occasion de déterminer par de nouvelles observations les lieux de trente-deux Étoiles, dont les positions n'avoient pas encore été déterminées, & que la plus grande partie de ces Étoiles ont été employées à la détermination du lieu de la Comète.

Je joins aussi à ce Mémoire, deux Cartes célestes, que j'ai dessinées & construites exactement sur mes observations; ces Cartes sont divisées en degrés d'ascensions droites & de déclinaisons, j'y ai marqué la route apparente que la Comète a tenue parmi les Étoiles fixes, avec la trace de la queue, sa direction, sa courbure, ses apparences & sa longueur, de manière qu'il sera aisé de juger à l'inspection de ces Cartes, de la position de la Comète observée, & de celles des Étoiles près desquelles elle a passé. La première de ces Cartes contient la route apparente de la Comète, dans la première branche de son orbite, depuis le jour où elle fut découverte, le 8 Août, jusqu'au 16 Septembre au matin qu'elle cessa de paroître, entrant dans les rayons du Soleil; cette carte renferme les constellations par lesquelles le noyau de la Comète a passé, comme le Bélier, le Taureau, Orion, la Licorne & l'Hydre. On y voit toutes les Étoiles qui composoient jusqu'ici ces constellations, ainsi que celles dont j'ai déterminé les lieux par de nouvelles observations; on pourra juger non-seulement de leur position, mais encore de leur grandeur en consultant le modèle des Etoiles que j'ai rapportées sur la première de ces Cartes. *Planche I.*

La seconde Carte contient les positions de la Comète, observées dans la seconde branche de son orbite, depuis le 24 Octobre jusqu'au 1.^{er} Décembre au soir, qu'elle cessa d'être visible à mes instrumens: cette Carte contient les constellations du *Serpent* & d'*Ophiucus* que la Comète a parcourus; j'y ai rapporté aussi les positions de trois nébuleuses que j'avois découvertes, & dont j'avois déterminé les lieux en 1764, leurs descriptions sont rapportées dans mon Mémoire sur les nébuleuses, imprimé dans nos volumes, *année 1771, page 435*, & dont la Table est aussi dans les Éphémérides de M. de la Lande. Le modèle des Étoiles rapportées sur la première Carte, servira de même pour la seconde. *Planche II.*

Je joins à ces deux Cartes, une troisième Planche, qui représente les apparences de la Comète suivant mes obser- *Planche III.*

vations, son noyau, son atmosphère & la queue; j'en ai donné l'explication dans ce Mémoire.

Les détails que contient ce Mémoire, pourront paroître, quant-à-présent un peu longs; mais il faut considérer qu'un jour les Astronomes observeront le retour de cette grande Comète, comme nous observâmes en 1759, la célèbre Comète de 1682; c'est alors que l'on recherchera avec le plus grand soin tout ce qui aura été décrit & observé dans l'apparition de celle dont je viens de rendre compte, rien alors n'y paroîtra inutile; les observations étant le seul terme de comparaison qu'on puisse avoir pour déterminer la période & les élémens de son orbite; c'est aussi ce qui m'a engagé à donner les deux Tables suivantes, où l'on verra dans un assez grand détail le résultat de mes observations, & les positions des Étoiles qui ont servi à conclure les lieux de la Comète; par ce moyen les Astronomes seront à portée de pouvoir juger de leur exactitude & de leur utilité.

Je rapporterai de même plusieurs systèmes d'Éléments, qui ont été calculés par différens Astronomes, & d'après différentes observations, ces Éléments étoient épars, & je les ai rassemblés pour compléter ce Mémoire; on sera dispensé de les chercher ailleurs; il y en a d'ailleurs qui se trouvent imprimés dans des brochures qui peuvent se perdre, & nos Mémoires en assurent la conservation.

J'ai rassemblé de même les observations de divers Astronomes, & j'en ai formé un Recueil à la fin de ce Mémoire.

TABLE I. Des positions apparentes du noyau de la Comète observée en 1769, & comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 8 Août jusqu'au 1.^{er} Décembre.

769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre la Comète & les Étoiles.		DIFFÉRENCE de déclinaif. entre la Comète & les Étoiles.		Grandeur des Étoiles.	Lettre de Bayer & N.º des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
oct. 8	11. 0. 0	33. 36. 0	12. 0. 0	estimée.
	14. 30. 0	33. 43. 50	9	estimée à l'égard des * A. S.
14	12. 30. 4	38. 35. 2	11. 49. 32	0. 28. 34 +	0. 21. 37 +	7	59	}	du Catalogue zodiac	84.º du même Catal.
15	15. 37. 18	39. 29. 55	11. 46. 8	1. 23. 27 +	0. 18. 13 +	7	59			
16	11. 58. 0	40. 19. 20	11. 42. 58	2. 12. 52 +	0. 15. 3 +	7	59			
20	15. 18. 34	45. 6. 58	11. 23. 31	7. 0. 30 +	0. 4. 24 -	7	59			
21	13. 2. 20	46. 15. 27	11. 16. 52	3. 17. 15 -	0. 51. 13 -	5	f	}	83.º & 84.º du même Catalogue.	
	13. 2. 20	46. 15. 23	11. 16. 44	3. 12. 15 -	0. 44. 42 +	6	S			
	14. 5. 14	46. 19. 12	11. 16. 41	3. 13. 30 -	0. 51. 24 -	5	f			
	14. 5. 14	46. 19. 38	3. 8. 0 -	6	S			
	14. 26. 33	46. 19. 57	11. 17. 8	3. 12. 45 -	0. 50. 57 -	5	f			
	14. 26. 33	46. 20. 8	3. 7. 30 -	6	S			
	14. 44. 36	46. 21. 23	11. 16. 32	3. 6. 15 -	0. 44. 30 +	6	S			
22	12. 27. 6	47. 39. 23	11. 7. 21	1. 48. 15 -	0. 35. 19 +	6	S			
	12. 39. 27	47. 39. 38	11. 7. 22	1. 48. 0 -	0. 35. 20 +	6	S			
	12. 57. 52	47. 40. 38	11. 7. 20	1. 47. 0 -	0. 35. 18 +	6	S			
	12. 57. 52	47. 40. 42	11. 7. 16	1. 52. 0 -	1. 0. 49 -	5	f			
23	12. 14. 56	49. 10. 53	10. 58. 1	0. 16. 45 -	0. 25. 59 +	6	S			
	12. 26. 7	49. 10. 53	10. 58. 6	0. 16. 45 -	0. 26. 4 +	6	S			
	12. 30. 49	49. 11. 23	10. 58. 6	0. 16. 15 -	0. 26. 4 +	6	S			
	12. 38. 43	49. 12. 42	10. 59. 30	0. 20. 0 -	1. 8. 35 -	5	f			
	12. 43. 50	49. 12. 57	10. 59. 30	0. 19. 45 -	1. 8. 35 -	5	f			
25	12. 4. 23	52. 34. 23	10. 33. 20	3. 6. 45 +	0. 1. 18 +	6	S	}	du ☿...Flamsteed.	
	12. 4. 23	52. 34. 30	10. 33. 39	1. 20. 15 -	0. 7. 41 +	5	e			
	12. 47. 42	52. 37. 38	10. 33. 18	3. 10. 0 +	0. 1. 16 +	6	S			
	12. 47. 42	52. 37. 45	10. 33. 36	1. 17. 0 -	0. 7. 28 +	5	e			
26	15. 53. 1	54. 47. 0	10. 16. 29	0. 52. 15 +	0. 9. 29 -	5	e	}	du ☿...La Caille.	
	16. 2. 30	54. 47. 15	10. 16. 29	0. 52. 30 +	0. 9. 29 -	5	e			
	16. 6. 50	54. 48. 52	10. 17. 36	2. 10. 15 -	1. 31. 57 -	4	A			
27	12. 9. 41	56. 33. 30	10. 1. 25	2. 38. 45 +	0. 24. 33 -	5	e	}	du ☿...Flamsteed.	
	12. 26. 49	56. 34. 15	10. 1. 16	2. 39. 30 +	0. 24. 42 -	5	e			
28	13. 23. 36	58. 54. 41	9. 37. 2	1. 51. 0 -	1. 18. 54 +	4	μ	}	du ☿...Flamsteed. la même. du Taureau. la même.	
	13. 23. 36	58. 54. 41	9. 37. 2	1. 26. 15 -	0. 57. 45 +	6	47			
	14. 34. 26	58. 59. 41	9. 36. 38	1. 21. 15 -	0. 57. 21 +	6	47			
	14. 57. 1	59. 1. 26	9. 36. 38	1. 44. 15 -	1. 18. 30 +	4	μ			
	15. 15. 45	59. 4. 26	9. 36. 30	1. 41. 15 -	1. 18. 22 +	4	μ			
	15. 24. 45	59. 5. 56	9. 36. 24	1. 39. 45 +	1. 18. 16 +	4	μ			

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascenf. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE de déclinaif. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Letres de Boyer, & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été observée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
AOÛT 28	15. 36. 24	59. 9. 46	9. 36. 15	1. 15. 1 +	0. 49. 43 —	5	e	du Taureau.
	15. 59. 19	59. 9. 26	9. 35. 25	1. 36. 15 —	1. 17. 17 +	4	μ	
30	12. 26. 42	63. 55. 11	8. 48. 52	3. 9. 30 +	0. 30. 44 +	4	μ	
	12. 40. 44	63. 56. 41	8. 48. 41	3. 11. 0 +	0. 30. 33 +	4	μ	du Taureau.
	13. 45. 17	64. 3. 26	8. 47. 26	3. 17. 45 +	0. 29. 18 +	4	μ	
	15. 48. 15	64. 18. 41	8. 44. 25	3. 33. 0 +	0. 26. 17 +	4	μ	
	16. 9. 37	64. 20. 11	8. 44. 12	3. 34. 30 +	0. 26. 4 +	4	μ	
Sept. 2	12. 44. 6	73. 24. 35	7. 0. 38	4. 47. 15 —	0. 53. 18 +	2	γ	
	13. 14. 50	73. 29. 20	6. 59. 44	4. 42. 30 —	0. 52. 24 +	2	γ	
	15. 33. 2	73. 50. 50	6. 56. 16	4. 21. 0 —	0. 48. 56 +	2	γ	
	15. 55. 55	73. 54. 5	6. 55. 30	4. 17. 45 —	0. 48. 10 +	2	γ	
	16. 14. 11	73. 55. 35	6. 54. 20	4. 16. 15 —	0. 47. 0 +	2	γ	
3	13. 36. 57	77. 15. 20	6. 13. 18	0. 56. 30 —	0. 5. 58 +	2	γ	d'Orion.
	15. 39. 4	77. 35. 35	6. 9. 21	0. 36. 15 —	0. 2. 1 +	2	γ	
	16. 0. 7	77. 38. 50	6. 8. 44	0. 33. 0 —	0. 1. 24 +	2	γ	
	16. 11. 15	77. 40. 35	6. 7. 52	0. 31. 15 —	0. 0. 32 +	2	γ	
	16. 22. 36	77. 42. 20	6. 7. 20	0. 29. 30 —	0. 0. 0.	2	γ	
4	13. 38. 6	81. 17. 35	5. 22. 16	3. 5. 45 +	0. 45. 4 —	2	γ	
	13. 56. 30	81. 18. 50	5. 21. 39	3. 7. 0 +	0. 45. 41 —	2	γ	
5	14. 24. 56	85. 50. 5	4. 23. 42	6. 14. 15 +	1. 22. 10 —	5	A	d'Orion.
	14. 47. 22	85. 50. 27	4. 22. 51	0. 11. 0 +	1. 26. 6 —	8	7	déterminée.
8	14. 45. 40	100. 22. 26	1. 1. 9	1. 6. 45 +	0. 14. 35 —	8	8	
	16. 17. 48	100. 40. 41	0. 55. 35	1. 42. 30 +	1. 43. 38 —	4	18	de la Licorne.
			Australe.					
9	16. 7. 45	106. 12. 4	0. 22. 27	1. 10. 0 +	0. 18. 0 +	4	22	Licorne... Éteinte.
13	16. 6. 57	126. 33. 59	0. 4. 45 +	8	12	
	16. 8. 49	126. 34. 14	0. 5. 0 +	8	12	déterminée.
	16. 10. 50	126. 34. 29	0. 5. 15 +	8	12	
	16. 16. 49	126. 35. 29	0. 6. 15 +	8	12	
	16. 19. 35	126. 36. 22	5. 6. 15	0. 7. 52 —	0. 46. 30 —	8	13	déterminée.
15	16. 46. 58	135. 56. 26	6. 58. 38	1. 34. 30 +	0. 42. 57 —	6	19	de l'Hydre.
	16. 46. 58	135. 56. 26	6. 58. 38	1. 21. 0 +	0. 54. 33 —	6	20	
Oct. 24	6. 20. 19	232. 27. 58	1. 8. 22	1. 3. 0 —	0. 3. 51 +	6	A ²	
	6. 30. 43	232. 29. 13	1. 8. 7	1. 1. 45 —	0. 3. 36 +	6	A ²	
	6. 47. 7	232. 32. 28	1. 7. 46	0. 58. 30 —	0. 3. 15 +	6	A ²	
25	6. 10. 56	234. 15. 13	1. 4. 31	0. 44. 15 +	0. 0. 0.	6	A ²	
	6. 10. 56	234. 15. 13	1. 4. 34	0. 9. 15 —	1. 37. 58 —	4	μ	du Serpent.
	6. 32. 54	234. 17. 28	1. 4. 31	0. 46. 30 +	0. 0. 0.	6	A ²	
	6. 38. 6	234. 17. 58	1. 4. 31	0. 47. 0 +	0. 0. 0.	6	A ²	
	6. 38. 6	234. 18. 13	1. 4. 13	0. 6. 15 —	1. 38. 19 —	4	μ	
26	6. 12. 3	236. 1. 13	1. 0. 44	2. 30. 15 +	0. 3. 47 —	6	A ²	

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Aussrale. observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE de déclinaif. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettr. de Bayer, & N.º des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Oct. 26	6. 23. 57	236. 1. 43	1. 0. 44	2. 30. 45 +	0. 3. 47 —	6	A ²	du <i>Serpent</i> .
27	6. 15. 48	237. 43. 6	0. 57. 41	4. 12. 8 +	0. 6. 50 —	6	A ²	
	6. 37. 34	237. 44. 43	0. 57. 41	4. 13. 45 +	0. 6. 50 —	6	A ²	
	6. 39. 49	237. 45. 25	0. 57. 36	4. 54. 0 —	0. 34. 26 —	7	14	déterminée.
28	6. 13. 43	239. 21. 30	0. 54. 26	5. 50. 32 +	0. 10. 5 —	6	A ²	du <i>Serpent</i> .
	6. 14. 36	239. 22. 25	0. 55. 5	3. 17. 0 —	0. 36. 57 —	7	14	déterminées.
	6. 39. 12	239. 23. 55	0. 55. 17	3. 15. 30 —	0. 36. 45 —	7	14	
31	6. 33. 7	244. 2. 55	0. 48. 15	1. 23. 30 +	0. 43. 47 —	7	14	
	7. 0. 35	244. 3. 25	0. 48. 15	1. 24. 0 +	0. 43. 47 —	7	14	d'Ophiucus.
Nov. 1	6. 8. 14	245. 28. 40	0. 45. 50	2. 49. 15 +	0. 46. 12 —	7	14	
	6. 28. 8	245. 30. 5	0. 45. 54	0. 32. 45 —	1. 3. 52 —	6	12	
	6. 44. 56	245. 30. 10	0. 45. 40	2. 50. 45 +	0. 46. 22 —	7	14	la même que ci-dess.
3	6. 46. 22	248. 17. 27	0. 42. 46	2. 14. 37 +	1. 7. 0 —	6	12	d'Ophiucus.
4	5. 55. 5	249. 32. 27	0. 41. 5	0. 59. 45 —	0. 32. 47 —	8	16	déterminées.
	5. 55. 5	249. 33. 53	0. 40. 56	3. 48. 45 —	0. 5. 50 +	6	19	
	6. 51. 41	249. 37. 42	0. 41. 23	3. 34. 52 +	1. 8. 23 —	6	12	
	6. 51. 41	249. 37. 42	0. 40. 59	0. 54. 30 —	0. 32. 53 —	8	16	d'Ophiucus.
	6. 51. 41	249. 37. 23	0. 41. 11	3. 45. 15 —	0. 6. 5 +	6	19	déterminées.
6	5. 56. 43	252. 8. 8	0. 37. 31	1. 14. 30 —	0. 2. 25 +	6	19	d'Ophiucus.
	5. 56. 43	252. 8. 8	0. 37. 36	4. 1. 0 —	0. 25. 54 +	6	41	
	6. 15. 18	252. 7. 53	0. 37. 26	1. 14. 45 —	0. 2. 20 +	6	19	
	6. 15. 18	252. 8. 38	0. 37. 25	4. 0. 30 —	0. 25. 43 +	6	41	déterminée ci-dessus.
8	5. 54. 19	254. 33. 23	0. 34. 1	1. 10. 45 +	0. 1. 5 —	6	19	d'Ophiucus.
	5. 54. 19	254. 33. 23	0. 34. 4	1. 35. 45 —	0. 22. 22 +	6	41	la même que ci-dess.
	6. 8. 10	254. 33. 53	0. 34. 4	1. 35. 15 —	0. 22. 22 +	6	41	d'Ophiucus.
	6. 8. 10	254. 34. 8	0. 34. 1	1. 11. 30 +	0. 1. 5 —	6	19	la même que ci-dess.
15	6. 34. 22	262. 8. 53	0. 24. 17	5. 59. 45 +	0. 12. 35 +	6	41	d'Ophiucus.
	7. 1. 13	262. 9. 53	0. 24. 17	6. 0. 45 +	0. 12. 35 +	6	41	
16	5. 58. 46	263. 8. 41	0. 20. 32	1. 6. 0 +	0. 7. 42 —	8	24	
	6. 15. 56	263. 8. 41	3. 0. 45 —	6	25	déterminées.
	6. 15. 56	263. 9. 11	0. 20. 32	1. 6. 30 +	0. 7. 42 —	8	24	
	6. 15. 56	263. 9. 11	3. 11. 0 —	6	26	
	6. 53. 41	263. 9. 56	2. 59. 30 —	6	25	d'Ophiucus.
	6. 53. 41	263. 10. 11	0. 20. 32	1. 7. 30 +	0. 7. 42 —	8	24	
	6. 53. 41	263. 10. 11	4. 21. 45 —	4	K	
	6. 53. 41	263. 10. 26	3. 58. 30 —	6	27	déterminées.
	6. 53. 41	263. 10. 26	3. 9. 45 —	6	26	
17	6. 4. 48	264. 6. 56	2. 2. 30 —	6	25	
	6. 4. 48	264. 6. 56	2. 13. 15 —	6	26	d'Ophiucus.
	6. 4. 48	264. 7. 11	3. 1. 45 —	6	27	
	6. 4. 48	264. 7. 11	0. 19. 29	3. 24. 45 —	1. 39. 13 +	4	K	

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Australe observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE de déclinaif. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Latitudes de Bayr. & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Nov. 17	6. 39. 10	264. 7. 11	0. 18. 31	2. 4. 30 +	0. 9. 43 —	8	24	déterminées.
	7. 19. 21	264. 7. 56	2. 12. 15 —	6	26	
	7. 19. 21	264. 8. 11	2. 1. 15 —	6	25	
	7. 19. 21	264. 8. 11	0. 19. 29	3. 23. 45 —	1. 39. 13 *	4	k	
	7. 19. 21	264. 8. 26	3. 0. 30 —	6	27	
18	6. 9. 54	265. 2. 11	0. 17. 7	1. 18. 0 —	0. 25. 6 *	6	26	déterminées.
	6. 28. 34	265. 2. 56	0. 16. 46	3. 0. 15 +	0. 11. 28 —	8	24	
	6. 28. 34	265. 3. 11	0. 17. 13	1. 17. 0 —	0. 25. 12 *	6	26	
19	5. 49. 8	265. 56. 41	0. 14. 55	0. 23. 30 —	0. 22. 54 *	6	26	
	5. 57. 54	265. 56. 41	0. 14. 55	0. 23. 30 —	0. 22. 54 *	6	26	
	6. 1. 9	265. 56. 56	0. 14. 55	0. 23. 15 —	0. 22. 54 *	6	26	
20	6. 29. 17	265. 56. 56	0. 14. 55	0. 23. 15 —	0. 22. 54 *	6	26	
	5. 57. 30	266. 49. 41	0. 13. 34	4. 47. 0 +	0. 14. 40 —	8	24	
	5. 57. 30	266. 49. 41	0. 13. 35	0. 29. 30 +	0. 21. 34 *	6	26	
	6. 8. 7	266. 49. 41	0. 13. 35	0. 29. 30 +	0. 21. 34 *	6	26	
	6. 38. 6	266. 51. 11	0. 13. 34	4. 48. 30 +	0. 14. 40 —	8	24	
27	6. 38. 6	266. 51. 11	0. 13. 35	0. 31. 0 +	0. 21. 34 *	6	26	
	5. 56. 39	272. 34. 11	0. 1. 43	6. 14. 0 +	0. 9. 42 *	6	26	du Serpent.
	5. 56. 39	272. 34. 34	0. 1. 45	1. 17. 30 —	0. 5. 24 *	6	d	
	6. 10. 53	272. 34. 49	0. 1. 45	1. 17. 15 —	0. 5. 24 *	6	d	
	6. 34. 22	272. 34. 49	0. 1. 45	1. 17. 15 —	0. 5. 24 *	6	d	
	6. 34. 22	272. 34. 38	0. 1. 41	0. 3. 0 —	1. 15. 57 —	7	29	déterminée.
	6. 45. 15	272. 35. 4	0. 1. 45	1. 17. 0 —	0. 5. 24 *	6	d	du Serpent.
Boréale								
28	5. 49. 14	273. 19. 19	0. 1. 10	0. 32. 45 —	0. 2. 29 —	6	d	du Serpent.
	5. 54. 45	273. 19. 19	0. 32. 45 —	6	d	
	5. 57. 53	273. 19. 34	0. 32. 30 —	6	d	
	6. 3. 16	273. 19. 19	0. 32. 45 —	6	d	
30	5. 40. 38	274. 48. 34	0. 5. 27	0. 56. 30 +	0. 1. 48 +	6	d	du Serpent.
	5. 59. 54	274. 48. 34	0. 56. 30 +	6	d	
	6. 9. 30	274. 48. 34	0. 5. 27	0. 56. 30 +	0. 1. 48 +	6	d	
Déc. 1	5. 48. 34	275. 30. 4	0. 7. 22	1. 38. 0 +	0. 3. 43 +	6	d	
	5. 57. 30	275. 30. 4	0. 7. 21	1. 38. 0 +	0. 3. 42 +	6	d	

Nota. Dans la sixième colonne de cette Table, là où il y a des astérisques, il faudra ôter de la différence, la déclinaison de l'Étoile, pour avoir celle de la Comète qui deviendra australe, comme elle est supposée dans la quatrième colonne.

TABLE II. Des Ascensions droites & Déclinaisons des Étoiles qui ont été employées à la détermination des lieux de la Comète de 1769. Les positions réduites au temps des observations.

ASCENSION droite des Étoiles.	DÉCLINAISON Boréale.	Grandeur des Étoiles.	Letres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
33. 29. 17	11. 53. 54 B.	9	S	déterminée par la 53. ^e de la Caille, Comète estimée
33. 51. 35	11. 55. 31	9	A	le 8 Août.
38. 6. 28	11. 27. 55	6	59	de la Caille, Comète comparée le 15 mat. 16 mat. & soir & 21 Août mat.
43. 20. 47	12. 17. 41	7	1	déterminée en la comparant à la 84. ^e des Éphémér.
44. 33. 13	10. 56. 30	7	2	déterminée par la 59. ^e des Éphémérides.
44. 35. 47	12. 10. 13	7	3	déterminée par le n.° 1, ci-dessus,
49. 27. 38	10. 32. 2	6	83	des Éphémér. Com. compar. les 22, 23, 24 & 26 Août mat.
49. 32. 42	12. 8. 5	5	f	84. ^e des Éphémér. Com. comp. les 22, 23 & 24 Août mat.
53. 54. 45	10. 25. 58	5	e	du Taureau, Flamst. Com. compar. les 26, 27, 28 & 29 Août mat.
56. 59. 7	11. 49. 33	4	λ	du Taureau, Éphém. Com. comp. le 27 Août mat.
60. 14. 56	9. 35. 10	6	4	déterminée par μ du Taureau, 112. ^e des Éphém.
60. 15. 41	8. 17. 36	7	5	déterminée par la même μ.
60. 20. 56	8. 39. 17	6	47	du Taureau, Flamst. Com. comp. le 29 Août mat.
60. 30. 41	9. 23. 39	6	6	déterminée par μ du Taureau.
60. 45. 41	8. 18. 8	4	μ	du Taureau, Éphémérides, Comète comparée les 29 & 31 Août matin.
78. 11. 50	6. 7. 20	2	γ	d'Orion, <i>Connoiss. des Temps</i> , Comète comparée les 3, 4 & 5 Septembre matin
79. 35. 50	5. 45. 52	5	A	d'Orion, détermin. Com. compar. le 6 Sept. mat.
85. 39. 27	5. 48. 57	8	7	détermin. par α d'Orion, Com. comp. le 6 Sept. m.
98. 58. 11	2. 39. 13	4	18	de la Licorne, Flamst. Com. compar. le 9 Sept. m.
99. 15. 41	1. 15. 44	8	8	détermin. par la 18. ^e de la Licorne, Com. compar. le 9 Septembre matin.
105. 2. 4	0. 4. 27 A.	4	22	de la Licorne, Flamst. Com. comp. le 10 Sept. m.
123. 5. 27	3. 3. 40	6	9	déterminée par le n.° 12 rapporté ci-dessus.
123. 21. 18	3. 12. 31	5	10	déterminée par la même n.° 12.
123. 33. 14	3. 16. 15	6	11	déterminée par le n.° 9 ci-dessus.
126. 29. 14	4. 10. 24	8	12	déterminée par la 31. ^e de la Licorne, Comète comp. le 14 Sept. mat.
126. 44. 14	5. 52. 45	8	13	déterminée de même 31. ^e Com. comp. le 14 Sept. m.

H h h ij

ASCENSION droite.	DÉCLINAISON des ÉTOILES.	Grandeur des Étoiles.	Lettes de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
134. 21. 56	7. 41. 35 A.	6	19	de l'Hydre, comp. à α , Com. comp. le 16 Sept. m.
134. 35. 26	7. 53. 11	6	20	de l'Hydre, comp. à α , Com. comp. le 16 Sept. m.
242. 39. 25	1. 32. 2	7	14	déterminée par δ d' <i>Ophiucus</i> , Com. comp. les 27, 28, 31 Octobre & 1. ^{er} Novembre soir.
246. 2. 50	1. 49. 46	6	12	d' <i>Ophiucus</i> , Flamst. Com. comp. les 1, 3 & 4 Nov. soir.
247. 18. 55	0. 33. 52	7	15	déterminée par le n° 14 ci-dessus.
250. 32. 12	1. 13. 52	8	16	déterminée par la 12. ^e du Serpent, Com. compar. le 4 Novembre soir.
252. 55. 0	0. 9. 49 B.	7	17	déterminée par le n° 19 ci-dessous.
253. 19. 15	1. 0. 46	7	18	déterminée par le n° 17 ci-dessus.
253. 22. 38	0. 35. 6 A.	6	19	déterminée, Comète comp. les 4, 6 & 8 Nov. soir.
253. 42. 8	1. 20. 25	7	20	déterminée par le n° 19 ci-dessus.
254. 0. 23	0. 46. 25	7	21	déterminée par la même n° 19.
256. 9. 8*	0. 11. 42	6	41	d' <i>Ophiucus</i> , détermin. Com. comp. les 6, 8 & 15 Nov. soir.
259. 12. 53	0. 29. 53 B.	6	22	déterminée par la 41. ^e d' <i>Ophiucus</i> .
259. 35. 23	0. 43. 41 A.	7	23	déterminée par la même 41. ^e
262. 2. 41	0. 28. 14	8	24	déterm. Com. comp. les 16, 17, 18 & 20 Nov. soir.
266. 9. 26	0. 43. 43 B.	6	25	déterminée par λ d' <i>Ophiucus</i> , Com. comp. les 16 & 17 Nov. soir.
266. 20. 11	0. 7. 59	6	26	déterminée par la même λ , Com. comp. les 16, 17, 18, 19, 20 & 27 Nov.
267. 8. 56	0. 40. 9	6	27	déterm. par la même λ , Com. comp. les 16 & 17 Nov.
267. 31. 56	1. 19. 44	4	λ	d' <i>Ophiucus</i> , vérifiée avec γ , Comète comparée les 16 & 17 Nov.
272. 36. 44	0. 3. 39	9	28	déterminée, la Comète très-près le 27 Novembre.
272. 37. 38	1. 17. 38 A.	7	29	déterminée, Comète comparée le 27 Novembre.
273. 15. 23	1. 41. 22	6	30	déterminée par η du Serpent.
273. 52. 4	0. 3. 39 B.	6	η	du Serpent, vérifiée à η , Comète comparée les 27 28, 30 Novembre & 1. ^{er} Décembre.

* En comparant cette étoile 41.^e d'*Ophiucus* à d'autres étoiles bien connues, j'ai trouvé que sa position en ascension droite, rapportée dans le catalogue de Flamsteed & réduite au temps des observations, différoit de 30' 40" qu'il faudra ôter du catalogue de Flamsteed pour avoir sa vraie position

en ascension droite; ainsi il faut lire dans ce Catalogue $255^{\text{d}} 8' 5''$, au lieu de $255^{\text{d}} 38' 45''$.

M. de la Lande qui étoit alors à Bourg-en-Bresse, sa patrie, & à qui j'envoyai diverses Observations de cette Comète, fut le premier qui en calcula les élémens, comme on le voit dans le Mémoire qu'il donna sur ce sujet, & qui est imprimé dans le Volume de 1769, pages 49 & suiv. on y trouve le détail des difficultés que renfermoient ces premiers calculs, faits dans un temps où l'on ne connoissoit pas même à peu-près la distance de la Comète.

Ayant aussi communiqué à M. Widder, Professeur de Philosophie dans l'Université de Groningue en Frise, une partie de mes observations, de la première & de la seconde branche de la Comète, il en a déduit les élémens de l'orbite, & à ces élémens, que je rapporterai dans la Table, il y a comparé les huit observations suivantes.

1769.	TEMPS vrai à PARIS.	LONGIT. de la COMÈTE observée.	LATIT. de la COMÈTE observée.	LONGIT. de la COMÈTE calculée.	LATIT. de la COMÈTE calculée.	ERREUR en longitude	ERREUR en latitude.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
			Australe.		Australe.		
Août 14	12. 30. 4	1. 9. 58. 50	3. 9. 13	1. 9. 58. 40	3. 9. 16	— 0. 10	+ 0. 3
20	15. 18. 34	1. 15. 58. 38	5. 28. 30	1. 16. 1. 10	5. 28. 55	+ 2. 32	+ 0. 25
30	12. 26. 42	2. 3. 36. 1	12. 17. 29	2. 3. 40. 34	12. 13. 9	+ 4. 33	— 4. 20
Sept. 4	13. 38. 6	2. 20. 53. 28	17. 49. 14	2. 20. 38. 45	17. 41. 42	— 14. 43	— 7. 32
			Boréale.		Boréale.		
Oct. 24	6. 20. 19	7. 20. 21. 45	17. 18. 17	7. 20. 17. 44	17. 14. 30	— 4. 1	— 3. 47
Nov. 3	6. 46. 22	8. 6. 39. 32	21. 0. 34	8. 6. 39. 34	21. 0. 32	+ 0. 2	— 0. 2
15	6. 34. 22	8. 21. 28. 35	22. 49. 46	8. 21. 30. 34	22. 50. 5	+ 12. 59	— 0. 19
Déc. 1	5. 48. 34	9. 5. 59. 50	23. 28. 28	9. 5. 59. 58	23. 28. 25	+ 0. 8	— 0. 3

430 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

TABLE contenant les différens Systèmes d'Éléments de la Comète de 1769, qui ont été déduits par divers Astronomes & de différentes Observations.

Nota. Il y a peu de ces éléments où l'on n'ait fait entrer une partie de mes Observations de la première & de la seconde branche de l'orbite.

ASTRONOMES qui ont calculé.	N. ^o des Théor.	LIEU DU NŒUD ascendant.	INCLINAIS. de l'orbite.	LONGIT. du PÉRIHÉLIE.	DIS- TANCE périhélic.	PASSAGE DE LA COMÈTE au Périhélie en 1769, Temps moyen.	LIEUX
		S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.		H. M. S.	
<i>Messieurs</i>							
De la Lande.	I.	5. 25. 0. 43	40. 37. 33	4. 24. 5. 54	0,12376	Octob. 7 à 12. 30. 0	à Paris.
F. A. Widder.	II.	5. 25. 13. 40	40. 41. 30	4. 24. 22. 0	0,12280	7 à 17. 46. 0	à Paris.
Cassini fils...	III.	5. 25. 3. 18	40. 46. 32	4. 24. 11. 8	0,12258	7 à 13. 13. 8	à Paris.
Wallot.....	IV.	5. 25. 2. 25	40. 42. 38	4. 24. 14. 22	0,12298	7 à 12. 26. 17	à Paris.
Prosperin....	V.	5. 25. 6. 33	40. 48. 49	4. 24. 11. 7	0,12272	7 à 15. 1. 31	à Stock.
Lexell.....	VI.	5. 25. 4. 41	40. 49. 33	4. 29. 10. 51	0,12269	7 à 15. 37. 37	à Paris.
Audiffredi...	VII.	5. 25. 3. 27	40. 41. 13	4. 24. 9. 24	0,12289	7 à 14. 39. 0	à Rome.
Asclepi.....	VIII.	5. 25. 4. 47	40. 40. 48	4. 24. 7. 0	0,12307	7 à 14. 40. 45	à Rome.
E. Zanotti...	IX.	5. 19. 41. 11	29. 40. 49	4. 13. 15. 16	0,15880	16 à 10. 21. 23	à Bolog.
Euler.....	X.	5. 25. 3. 0	40. 50. 0	4. 24. 16. 0	0,12264	7 à 15. 6. 0	
Lambert, ...	XI.	5. 25. 42. 0	41. 28. 0	4. 25. 46. 0	0,1164	7 à 11. 17. 0	
Slop.....	XII.	5. 25. 11. 13	41. 1. 6	4. 24. 32. 54	0,1210	7 à 12. 44. 53	à Pise.

De la Table des éléments que je viens de rapporter, les éléments n.^o I font tirés des Mémoires de l'Académie, année 1769, page 55; du n.^o IV, même volume, page 56; du n.^o III, année 1770, page 24; du n.^o V d'une Lettre de M. Wargentin, déjà imprimée dans les Ouvrages de M.^{rs} de la Lande & du Séjour, le premier dans son *Astronomie*, & le second dans ses *Essais sur les Comètes*; ils attribuent ces éléments à M. Wargentin, mais ils font de M. Prosperin, Astronome d'Upsal, qui les a déduits des observations de M. Wargentin: M. de la Lande rapporte le passage de la Comète

au Périhélie, le 7 Octobre, à $1^h 58' 40''$, on doit lire $15^h 1' 31''$. Les élémens du n.^o VI ont été publiés dans l'Ouvrage qui a pour titre, *Recherches & Calculs sur la vraie orbite elliptique de la Comète de 1769, & son temps périodique*, par M. Lexell, à Pétersbourg, en 1770, in-4.^o de 159 pages. Les n.^{os} VII & VIII, publiés dans une brochure qui a pour titre, *De Cometarum motu, &c.* Le n.^o IX, publié dans une feuille de sept pages in-8.^o qui a pour titre, *De Cometa anni 1769, &c.* Les n.^{os} X & XI, dans le *Recueil pour les Astronomes*, tome I, page 225. Le n.^o XII, dans un ouvrage de M. Slop, intitulé *Theoria Cometarum anni 1769 & anni 1770, &c.* publié en 1771, & dédié à M. de la Lande, qui, le premier, avoit eu la peine de calculer les élémens de cette Comète de 1769.

On trouvera encore dans le *Recueil pour les Astronomes*, publié à Berlin par M. Bernoulli, tome I.^{er} page 225, une Table de plusieurs systèmes d'élémens qui diffèrent entr'eux, & font voir combien les élémens des Comètes, déterminés d'après des apparitions de peu de durée, sont incertains: ces élémens avoient été déduits des premières observations faites dans la première branche de l'orbite.

RECUEIL des Observations de la Comète de 1769.

À PARIS.

LA Comète de 1769 fut observée à Paris, par M.^{rs} Cassini de Thury, Maraldi, & Cassini fils; les observations ont été publiées par ce dernier, dans le volume de nos Mémoires, année 1770, page 24, avec les Élémens de l'orbite.

Mémoire sur la Comète de 1769, par M. de la Lande, imprimé dans nos Mémoires, pour 1769, page 49; M. de la Lande a cité dans son Mémoire, les Astronomes qui ont observé la Comète; savoir, moi, à Paris; M. Matheucci, à Bologne; M. le Gentil, à Pondichéry; M. de la Lande,

432 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

à Bourg-en-Bresse; M. Darquier, à Toulouse (k); M.^r de Saint-Jacques & Poitevin, à Marseille; le P. Audiffredi, à Rome; le P. la Grange, à Milan; M. Zanotti, à Bologne; le P. Mayer, à Pétersbourg; M. Liunberg, à Gottingen; & M. Tosiño, à Cadiz.

M. de la Lande ajoute qu'il reçut des observations de plusieurs de ces Astronomes, mais il ne rapporte dans son Mémoire, que trois observations faites à Rome, les 3, 4 & 8 Septembre, une quatrième faite à Gottingen, & une partie des miennes; on voit dans ce Mémoire la figure de l'orbite réelle de la Comète, qui peut faire juger de son éloignement dans les différens temps de son apparition.

À MONTPELLIER.

M. de Ratte, Secrétaire perpétuel de l'Académie de Montpellier, me manda dans sa Lettre du 9 Novembre 1769, qu'il avoit observé la Comète les 8, 13, 14 & 16 Septembre, 6 & 7 Novembre; sa Lettre ne contient que les deux observations suivantes, & il ajoutoit que la queue de la Comète avoit été fort longue dans le mois de Septembre, que le 13 elle avoit plus de quarante degrés de longueur dans sa partie la plus lumineuse, & presque soixante dans sa totalité.

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON observée.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée, australe.
M. J.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Sept. 7	13. 39. 8	95. 0. 8	2. 12. 27 B.	3. 5. 20. 47	21. 10. 9
15	16. 38. 8	136. 6. 39	6. 56. 29 A.	4. 20. 48. 59	22. 38. 22

(k) Il n'y a pas d'apparence que M. Darquier ait observé la Comète de 1769; puisqu'il n'en fait pas mention dans le Recueil de ses observations, publié à Avignon, en 1777.

À AVIGNON.

À AVIGNON.

Le P. Morand l'observa, mais je ne reçus du P. Pézenas qu'un dessin de la route apparente, où les positions étoient rapportées pour les jours suivans, 26, 27 & 28 Octobre, 1, 6 & 7 Novembre.

À GREENWICH.

Les observations de la Comète, faites à Gréenwich, sont rapportées par M. Maskelyne, dans le Recueil des observations astronomiques, publié à Londres en 1774, *in-folio*, page 65 du Livre des Distances.

M. Dunn, maître de Mathématiques à Londres, a publié dans *Lloyd's Evening post*, du 1.^{er} Septembre 1769, des réflexions sur la Comète, d'après ses propres observations : en voici un extrait :

Que le corps ou noyau de la Comète étoit aussi grand que la Lune, qu'il a une atmosphère humide qui l'environne & qui s'élève à plus de 1666 lieues de hauteur :

Que sa queue a une vapeur lumineuse de dix millions de lieues de longueur :

Que sa distance au Soleil étoit à peu près égale à celle où est notre globe :

Qu'elle auroit approché fort près de la Terre, si elle étoit venue un mois plus tard ; mais qu'actuellement elle passe trop loin de notre globe pour produire aucun effet sur les marées de l'Océan :

Que quand elle reparoîtra après son périhélie, la Terre ne se trouvera pas dans la direction de sa queue :

Qu'à mesure qu'elle s'avance vers le Soleil, la matière qui en s'exhalant forme cette queue, demeure en arrière dans l'espace, & se répand dans les cieux :

Enfin qu'il est très-possible que cette Comète donne un choc à Vénus, ou la rencontre dans son passage (1).

(1) M. de la Lande a discuté dans son Mémoire sur la Comète de 1769, volume de l'Académie de cette année, page 57, cette rencontre de la

434 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Le même Observateur a encore avancé que lorsque la Comète approchoit du Soleil, il y avoit vu les mêmes phases qu'on observe à Vénus; c'est-à-dire, le noyau en croissant, ensuite en quartier (*m*).

À P É T E R S B O U R G.

Par le P. Mayer. *Extrait de sa Lettre, du 9 Mai 1771.*

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée.
M. J.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Août 31	14. 18. 6	66. 44. 54	8. 14. 46 B.	2. 6. 19. 39	13. 19. 49 A.
Sept. 3	14. 17. 12	77. 4. 32	6. 14. 19	2. 16. 34. 56	16. 37. 48
5	12. 54. 22	85. 7. 28	4. 28. 46	2. 24. 51. 42	18. 54. 10
6	15. 38. 51	90. 25. 3	3. 23. 33	3. 0. 25. 37	20. 4. 34
7	15. 48. 12	95. 6. 49	2. 12. 2	3. 5. 28. 50	21. 10. 16
9	15. 34. 38	105. 30. 42	0. 9. 11 A.	3. 16. 51. 13	22. 43. 6
10	15. 37. 45	109. 58. 13	1. 28. 42	3. 21. 50. 51	23. 26. 37
Oct. 22	6. 40. 12	228. 36. 50	1. 16. 34	7. 16. 30. 58	16. 9. 31 B.

On trouvera ces observations déjà imprimées, avec plus de détails dans l'ouvrage *in-4.* que le P. Mayer a publié à Pétersbourg, en 1769, sur le passage de Vénus au-devant du Soleil. Ces observations sont également imprimées dans l'ouvrage qui a pour titre, *Recherches & Calculs sur la vraie orbite elliptique de la Comète de 1769, & son temps périodique, exécutés sous la direction de M. Léonard Euler, par M. Lexell*, brochure *in-4.* de cent cinquante-neuf pages,

Comète avec Vénus, & assure que cela étoit impossible; d'où il suivroit que M. Dunn n'avoit point calculé l'orbite de cette Comète.

(*m*) Pour moi, dans toutes les Comètes que j'ai observées, je n'ai rien vu de semblable, & j'ai cependant employé d'excellens instrumens, sur-tout pour cette Comète de 1769.

imprimé à Pétersbourg. Dans cet Ouvrage, M. Lexell recherche par des calculs le temps périodique de la Comète de 1769; jusqu'à présent on avoit supposé qu'il falloit avoir vu deux apparitions différentes de la Comète, pour connoître cette révolution périodique. La Comète de 1769, ayant paru long-temps & à des distances très-différentes, soit par rapport au Soleil, soit par rapport à la Terre. M.^{rs} Euler & Lexell jugèrent que la portion de l'orbite, dans laquelle on l'avoit observée, suffisoit pour asseoir des calculs sur la révolution & prédire son retour; ces calculs sont faits d'après trois observations; & supposant que les erreurs de ces trois observations employées, soient d'une minute, la révolution de la Comète peut aller de quatre cents quarante-neuf ans à cinq cents dix-neuf ans dans les cas extrêmes; ce qui fait bien voir qu'on ne peut espérer de donner quelque chose de probable sur le retour de la Comète de 1769; il auroit fallu faire l'application de ces calculs à un plus grand nombre d'observations, pour obtenir une révolution plus approchante de la vérité; mais l'extrême longueur de ces calculs est un grand obstacle à l'exactitude des résultats.

À R O M E.

Le P. Audiffredi, Bibliothécaire de la Minerve, a publié une brochure, à Rome, en 1770, in-4.^o, de trente-cinq pages, ayant pour titre, *De Cometarum motu; &c.* dans laquelle il rapporte les observations suivantes qu'il a faites.

1769.	TEMPS apparent.			LONGITUDE observée.				LATITUDE observée.		
	H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Septemb. 8	16.	7.	19	3.	11.	21.	53	22.	9.	32 A.
12	16.	45.	6	4.	4.	48.	26	23.	43.	21 A.
Octob. 25	7.	9.	19	7.	22.	13.	37	17.	49.	36 B.
26	7.	6.	3	7.	24.	0.	33	18.	17.	53 B.
28	7.	0.	14	7.	27.	23.	16	19.	7.	46 B.

436 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
à B O L O G N E *.

1769.	T E M P S apparent.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée, Australe.	LONGITUDE calculée.	LATITUDE calculée, Australe.	ERREUR en longitude	ERREUR en latitude.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
Août 27	13. 16. 48	1. 26. 36. 56	9. 41. 37	1. 26. 31. 0	9. 43. 54	- 5. 56	+ 2. 17
28	12. 17. 9	1. 28. 40. 4	10. 26. 45	1. 28. 35. 7	10. 29. 29	- 4. 57	+ 2. 44
30	14. 18. 51	2. 3. 44. 25	12. 20. 12	2. 3. 43. 40	12. 40. 10	- 1. 5	- 0. 12
31	12. 44. 42	2. 6. 19. 12	13. 16. 16	2. 6. 22. 28	13. 14. 33	+ 3. 16	- 1. 43
	13. 0. 35	2. 6. 22. 4	13. 17. 17	2. 6. 25. 53	13. 15. 39	+ 3. 49	- 1. 38
Sept. 1	13. 28. 59	2. 9. 30. 39	14. 22. 33	2. 9. 35. 18	14. 18. 9	+ 4. 39	- 4. 24
2	13. 22. 31	2. 12. 53. 21	15. 26. 44	2. 12. 59. 39	15. 24. 0	+ 6. 18	- 2. 44
	13. 45. 8	2. 12. 55. 32	15. 28. 16	2. 13. 3. 33	15. 25. 6	+ 8. 1	- 3. 10
3	13. 8. 49	2. 16. 36. 48	16. 36. 3	2. 16. 44. 45	16. 31. 17	+ 7. 57	- 4. 46
	13. 22. 56	2. 16. 38. 35	16. 36. 29	2. 16. 46. 10	16. 31. 47	+ 7. 35	- 4. 42
	13. 33. 22	2. 16. 40. 16	16. 37. 0	2. 16. 48. 44	16. 32. 23	+ 8. 28	- 4. 37
4	13. 49. 26	2. 20. 47. 20	17. 49. 25	2. 20. 56. 44	17. 42. 24	+ 9. 24	- 7. 1
	14. 17. 20	2. 20. 51. 44	17. 50. 12	2. 21. 1. 13	17. 43. 37	+ 10. 31	- 6. 35
5	13. 30. 7	2. 25. 14. 1	18. 58. 39	2. 25. 21. 35	18. 50. 31	+ 7. 34	- 8. 8
6	16. 3. 54	3. 0. 36. 50	20. 11. 11	3. 0. 46. 30	20. 3. 0	+ 9. 40	- 8. 11
7	14. 3. 12	3. 5. 22. 33	21. 9. 31	3. 5. 30. 51	21. 1. 1	+ 8. 18	- 8. 21
	14. 48. 42	3. 5. 36. 25	21. 11. 17	3. 5. 41. 23	21. 3. 0	+ 4. 58	- 8. 17
8	15. 39. 5	3. 11. 13. 0	22. 8. 14	3. 11. 24. 29	21. 59. 1	+ 11. 29	- 9. 13
9	15. 5. 30	3. 16. 53. 34	22. 50. 50	3. 17. 0. 10	22. 42. 13	+ 6. 36	- 8. 37
	15. 11. 35	3. 16. 54. 5	22. 49. 44	3. 17. 1. 48	22. 42. 23	+ 7. 43	- 7. 21
10	14. 56. 26	3. 22. 43. 19	23. 20. 52	3. 22. 47. 20	23. 14. 51	+ 4. 1	- 6. 1
11	15. 7. 55	3. 28. 40. 32	23. 39. 48	3. 28. 41. 19	23. 34. 44	+ 0. 47	- 5. 4
	15. 29. 3	3. 28. 45. 34	23. 39. 21	3. 28. 46. 36	23. 35. 5	+ 1. 2	- 4. 16
	15. 35. 14	3. 28. 44. 44	23. 39. 43	3. 28. 47. 13	23. 35. 20	+ 2. 29	- 4. 23
12	15. 27. 37	4. 4. 31. 47	23. 44. 10	4. 4. 34. 12	23. 42. 48	+ 2. 25	- 1. 22
13	16. 6. 42	4. 10. 10. 32	23. 34. 8	4. 10. 11. 37	23. 34. 41	+ 1. 5	+ 0. 33
14	16. 20. 17	4. 15. 31. 7	23. 13. 22	4. 15. 26. 47	23. 18. 32	- 4. 20	+ 5. 10
	16. 47. 23	4. 15. 36. 55	23. 13. 0	4. 15. 32. 45	23. 17. 56	- 4. 10	+ 4. 56

* On trouve également ces observations imprimées dans l'Ouvrage de M. Lexell, déjà cité; dans les *Éphémérides* du P. Hell, 1771, page 258; & dans une brochure de sept pages in-8.^e qui a pour titre, *De Cometa*, anni 1769, publiée à Bologne par M. Zanotti.

† Lat. calc. pour le 20 Août, de 12^d 40' 0"; on doit lire 12^d 20' 0". Les éléments déduits de ces observ. sont rapportés dans la Table n.^o IX.

À U P S A L.

Dans le même Ouvrage du P. Audiffredi, *De Cometarum motu, &c.* on y trouve les observations de la Comète de 1769, faites à Upsal, par M. Prosperin. Les voici :

1769	TEMPS apparent à U P S A L.			LONGITUDE observée.				LATITUDE observée, Australe.		
	H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Sept. 3	15.	14.	44	2.	16.	51.	54	16.	39.	4
4	15.	16.	52	2.	20.	57.	16	17.	52.	9
	15.	54.	47	2.	21.	6.	10	17.	54.	18
5	14.	6.	18	2.	25.	12.	40	18.	57.	32
9	14.	32.	58	3.	16.	39.	16	22.	48.	28
	15.	17.	51	3.	16.	50.	23	22.	49.	59
	15.	35.	20	3.	16.	54.	19	22.	50.	35
	16.	12.	0	3.	17.	3.	15	22.	51.	29
10	15.	20.	32	3.	22.	41.	44	23.	21.	31
11	16.	20.	38	3.	28.	50.	22	23.	39.	27

À S T O C K H O L M.

Dans le même Ouvrage du P. Audiffredi, *De Cometarum motu, &c.* on trouve une Table des observations de la Comète de 1769, faites à Stockholm par M. Wargentini; cet Astronome célèbre me les envoya dans sa Lettre du 17 Juillet 1770, avec plus de détails, & les élémens de l'orbite qu'en avoit déduit M. Prosperin, Astronome d'Upsal. Voici un extrait de sa Lettre. « J'ai été plus heureux pour la Comète de 1769, que pour celle de cette année 1770, « qui ne fut point aperçue ici à cause de la saison de son apparition, les crépuscules étant trop considérables dans ce climat, « puisqu'à peine à minuit peut-on voir, à la vue simple, les Étoiles « de la première grandeur, & sur-tout du côté du Nord où cette Comète devoit être. La Comète de 1769 fut aperçue ici « dès le 25 du mois d'Août; mais depuis ce jour, le ciel fut «

» couvert toutes les nuits , jusqu'à celle du 2 de Septembre ,
 » & il me réussit d'observer la Comète , aussi-bien que le
 » permettoit la difficulté de la voir , par la foiblesse de sa
 » lumière qui souffroit à peine la moindre lumière d'une
 » bougie , pour éclairer les fils du micromètre. Le 13 Sep-
 » tembre au matin , elle fut si avant dans la lumière du cré-
 » puscule , qu'il n'y eut pas moyen de l'apercevoir.

» Après son passage au périhélie , je la revis le 28 Octobre
 » au soir , & je continuai de l'observer jusqu'au 3 Décembre ;
 » mais la difficulté d'avoir une bonne observation , à cause de
 » la foiblesse extrême de la Comète , me fit employer diffé-
 » rentes méthodes assez grossières , pour déterminer , à peu-
 » près , son lieu , qu'à peine j'ose vous faire part des observa-
 » tions ; cependant , quelque mauvaises qu'elles soient , M.
 » Prosperin a déterminé , par elles-seules , les élémens de
 » son orbite , & j'ai été surpris de voir que mes observations ,
 » particulièrement celles des mois de Novembre & de Décembre ,
 » s'accordoient , aussi-bien qu'elles le font , au calcul fait sur
 » ces élémens. Le 10 Novembre , la Comète étoit près de
 » l'étoile quarante-unième d'*Ophiucus* , à laquelle je la comparai
 » trois fois , & avec soin , à ce qu'il me parut ; mais il faut
 » que l'ascension droite de cette Étoile soit fautive dans le
 » Catalogue de Flamsteed , ou que j'aie commis quelques
 » fautes en transcrivant l'observation dans mon Journal , car la
 » longitude de la Comète en résulte de $8^{\circ} 16^d 45'$, au lieu de
 » $8^{\circ} 15^d 47'$ à peu-près qu'elle devoit avoir par le calcul :
 » apparemment la différence d'ascension droite , entre la Comète
 » & l'Étoile , n'étoit que de $0^{\circ} 43''$ de temps , au lieu de $2^{\circ} 43''$ ¹⁴
 » que j'avois marqué dans mon Journal (n).

» Le 22 Novembre & le 3 Décembre , je n'ai pas vu la
 » Comète à son passage par le fil vertical du micromètre , mais
 » assez bien , avant & après ce moment pour déterminer , à peu
 » de chose près , sa déclinaison ».

(n) J'ai reconnu par mes observations (*Voyez mon Mémoire , au 6 Novembre ,*) qu'il y avoit une erreur de $30^{\circ} 40''$, je m'en suis assuré par de nouvelles observations.

Voici les observations de M. Wargentin, comparées aux élémens déduits par M. Prosperin, & que j'ai rapportés dans la Table, sous le n.^o V.

1769.	TEMPS VRAI à STOCKHOLM.			LONGITUDE observée.				LATITUDE observée, Australe.			ERREUR en longitude.		ERREUR en latitude.	
	H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
Septemb. 2	14.	47.	18	2.	12.	59.	27	15.	29.	36	— 0.	10	— 0.	1
3	14.	29.	6	2.	16.	44.	30	16.	38.	56	+ 0.	22	+ 0.	21
4	15.	54.	47	2.	21.	6.	10	17.	54.	18	+ 0.	4	+ 1.	1
5	14.	6.	18	2.	25.	12.	40	18.	57.	22	— 2.	12	— 0.	19
6	14.	19.	41	3.	0.	8.	10	20.	6.	37	— 0.	15	+ 0.	38
7	14.	40.	6	3.	5.	25.	34	21.	9.	40	+ 1.	3	+ 0.	14
8	14.	43.	16	3.	10.	57.	24	22.	4.	14	+ 0.	47	+ 0.	9
9	15.	4.	39	3.	16.	46.	40	22.	49.	3	+ 1.	13	— 0.	0
10	15.	10.	32	3.	22.	41.	44	23.	21.	31	— 0.	17	+ 1.	13
11	15.	42.	0	3.	28.	40.	16	23.	38.	57	+ 0.	2	+ 0.	0
								Boréale.						
Oct.. 28	6.	33.	51	7.	27.	16.	51	19.	8.	14	+ 4.	16	— 4.	17
Nov.. 10	6.	32.	33				22.	21.	54		— 0.	33
17	6.	6.	0	8.	23.	28.	47	22.	59.	59	— 3.	2	— 3.	46
18	6.	10.	0	8.	24.	28.	25	23.	4.	16	— 4.	32	— 2.	34
20	6.	10.	49	8.	26.	29.	12	23.	10.	18	+ 1.	18	— 2.	52
22	5.	41.	59				23.	14.	49		— 5.	0
28	6.	33.	0	9.	3.	39.	41	23.	26.	9	+ 4.	38	— 4.	11
Décemb. 2	6.	20.	28	9.	6.	41.	20	23.	33.	25	— 2.	15	— 0.	18
3	5.	48.	0				23.	33.	28		— 0.	47

Nota. Les Observations des 4 & 10 Septembre, de cette Table, furent faites à Upsal par M. Prosperin.

De toutes les observations que le P. Audiffredi rapporte dans son Ouvrage, *De Cometarum motu, &c.* faites à Rome, à Bologne, à Paris, à Stockholm & à Upsal, il en compose une Table, & compare ces observations aux élémens de la théorie qu'il en a déduit. *Voyez ces Élémens, dans la Table, sous le N.^o VII.* Voici la Table des observations.

1769.	TEMPS moyen à ROME.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée, Australe.	LONGITUDE calculée.	LATITUDE calculée, Australe.	ERREUR en longitude	ERREUR en latitude.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
Août 8	11. 45. 20	1. 5. 32. 0	1. 29. 0	1. 5. 22. 25	1. 30. 24	— 9. 35	+ 1. 24
14	13. 14. 32	1. 9. 58. 16	3. 17. 13	1. 9. 48. 48	3. 6. 29	— 9. 32	— 10. 44
21	13. 45. 15	1. 17. 1. 30	5. 53. 49	1. 17. 1. 50	5. 54. 33	+ 0. 20	+ 0. 44
27	13. 22. 6	1. 26. 36. 56	9. 41. 37				
28	14. 31. 15	1. 28. 51. 27	10. 32. 2	1. 28. 51. 30	10. 32. 8	+ 0. 3	+ 0. 6
30	14. 23. 16	1. 3. 44. 25	12. 20. 12				
31	12. 56. 45	2. 6. 20. 38	13. 16. 46				
Sept. 1	13. 32. 48	2. 9. 30. 39	14. 22. 33				
2	13. 30. 43	2. 12. 57. 17	15. 28. 3	2. 12. 57. 52	15. 28. 42	+ 0. 55	+ 0. 39
3	14. 9. 11	2. 16. 42. 15	16. 38. 57	2. 16. 45. 15	16. 38. 30	0. 0	— 0. 29
4	14. 37. 28	2. 20. 55. 37	17. 51. 30	2. 20. 56. 42	17. 50. 1	+ 1. 5	— 1. 29
5	13. 38. 13	2. 25. 13. 20	18. 58. 5	2. 25. 14. 28	18. 56. 56	+ 1. 8	— 1. 9
6	15. 0. 39	3. 0. 22. 30	20. 8. 54	3. 0. 22. 41	20. 8. 5	+ 0. 11	— 0. 40
7	14. 21. 33	3. 5. 27. 32	21. 10. 2	3. 5. 26. 56	21. 8. 30	— 0. 36	— 1. 32
8	15. 44. 36	3. 11. 16. 6	22. 7. 14	3. 11. 16. 55	22. 5. 49	+ 0. 49	— 1. 25
9	14. 56. 30	3. 16. 50. 46	22. 49. 49	3. 16. 50. 10	22. 48. 1	— 0. 36	— 1. 48
10	14. 56. 47	3. 22. 42. 32	23. 21. 12	3. 22. 42. 13	23. 19. 25	— 0. 19	— 1. 47
11	15. 32. 8	3. 28. 44. 45	23. 39. 20	3. 28. 43. 34	23. 37. 22	— 1. 11	— 1. 58
12	16. 4. 18	4. 4. 40. 7	23. 43. 56	4. 4. 37. 13	23. 40. 52	— 2. 54	— 3. 4
13	16. 6. 27	4. 10. 10. 32	23. 34. 8	4. 10. 11. 1	23. 31. 18	+ 0. 29	— 2. 57
14	16. 33. 14	4. 15. 34. 1	23. 13. 11	4. 15. 32. 0	23. 10. 9	— 2. 1	— 3. 2
15	17. 20. 0	4. 20. 39. 17	22. 43. 34	4. 20. 36. 10	22. 38. 46	— 3. 7	— 4. 48
			Boréale.		Boréale.		
Oct. 24	6. 45. 2	7. 20. 21. 34	17. 19. 0	7. 20. 21. 41	17. 17. 54	+ 0. 7	— 1. 6
25	6. 53. 30	7. 22. 13. 37	17. 49. 36				
26	6. 50. 9	7. 24. 0. 33	18. 17. 53				
27	6. 40. 20	7. 25. 40. 37	18. 44. 52				
28	6. 19. 49	7. 27. 20. 3	19. 8. 0	7. 27. 20. 27	19. 8. 19	+ 0. 24	+ 0. 19
Nov. 4	6. 19. 21	8. 7. 58. 40	21. 13. 57				
17	5. 37. 34	8. 23. 28. 47	22. 59. 59				
18	5. 37. 34	8. 24. 28. 25	23. 4. 17				
20	5. 59. 21	8. 26. 31. 4	23. 11. 15	8. 26. 25. 27	23. 9. 58	— 5. 37	— 1. 17
27	7. 3. 2	9. 2. 48. 55	23. 24. 53	9. 2. 42. 9	23. 24. 54	— 9. 40	+ 0. 1
28	6. 8. 45	9. 3. 38. 34	23. 26. 28	9. 3. 29. 33	23. 26. 1	— 9. 1	— 0. 27
Déc. 1	6. 18. 42	9. 5. 59. 58	23. 28. 38	9. 5. 52. 48	23. 28. 51	— 7. 10	+ 0. 13
2	5. 49. 18	9. 6. 41. 20	23. 33. 25	9. 6. 37. 51	23. 29. 33	— 3. 29	— 3. 52

OBSERVATIONS de la Comète de 1769, faites à Pise, par M. Slop; extrait d'un Ouvrage intitulé, Theoriæ Cometarum, anni 1769 & anni 1770, &c. publié en 1771, brochure de vingt-trois pages in-folio, avec une Carte céleste de la route apparente de la Comète de 1769.

1769.	TEMPS moyen à P I S E.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée, Austral.	LONGITUDE calculée.	LATITUDE calculée, Austral.	ERREUR en longitude.	ERREUR en latitude.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
Août 30	14. 47. 14	2. 3. 48. 26	12. 21. 25	2. 3. 48. 52	12. 23. 1	+ 0. 26	+ 1. 36
	31 13. 17. 43	2. 6. 28. 18	13. 17. 9	2. 6. 26. 23	13. 18. 48	— 1. 55	+ 1. 39
	13. 33. 30	2. 6. 28. 28	13. 18. 21	2. 6. 28. 19	13. 19. 28	— 0. 9	+ 1. 7
	13. 51. 24	2. 6. 30. 48	13. 18. 27	2. 6. 30. 31	13. 20. 15	— 0. 17	+ 1. 48
	14. 9. 17	2. 6. 31. 59	13. 19. 41	2. 6. 32. 42	13. 21. 0	+ 0. 43	+ 1. 19
	14. 27. 30	2. 6. 32. 41	13. 19. 49	2. 6. 35. 0	13. 21. 47	+ 2. 19	+ 1. 58
Sept. 1	13. 58. 42	2. 9. 34. 55	14. 23. 7	2. 9. 35. 5	14. 23. 41	+ 0. 10	+ 0. 34
	14. 4. 53	2. 9. 36. 5	14. 23. 16	2. 9. 35. 41	14. 23. 55	— 0. 24	+ 0. 39
	14. 19. 0	2. 9. 39. 3	14. 23. 51	2. 9. 37. 2	14. 24. 28	— 2. 1	+ 0. 37
	2 13. 29. 0	2. 12. 55. 9	15. 28. 52	2. 12. 55. 21	15. 28. 55	+ 0. 12	+ 0. 3
	13. 35. 57	2. 12. 56. 1	15. 30. 28	2. 12. 56. 23	15. 29. 14	+ 0. 22	— 1. 14
	13. 45. 42	2. 12. 57. 27	15. 30. 36	2. 12. 57. 48	15. 29. 42	+ 0. 21	— 0. 54
	13. 54. 26	2. 12. 58. 59	15. 31. 30	2. 12. 59. 6	15. 30. 6	+ 0. 7	— 1. 24
	14 16. 24. 27	4. 15. 33. 49	23. 12. 58	4. 15. 34. 46	23. 12. 17	+ 0. 57	— 0. 41
	16. 33. 22	4. 15. 35. 21	23. 12. 37	4. 15. 36. 26	23. 12. 13	+ 1. 5	— 0. 24
	16. 43. 20	4. 15. 36. 58	23. 12. 29	4. 15. 38. 15	23. 12. 10	+ 1. 17	— 0. 19
16. 50. 49	4. 15. 38. 46	23. 12. 6	4. 15. 39. 35	23. 12. 8	+ 0. 49	+ 0. 2	
Août 14	13. 5. 34	1. 9. 58. 47	3. 9. 36	1. 9. 56. 6	3. 8. 41	— 2. 41	— 0. 55
	25 13. 20. 41	1. 22. 55. 11	8. 13. 42	1. 22. 58. 28	8. 15. 45	+ 3. 17	+ 2. 3
	27 13. 13. 21	1. 26. 36. 56	9. 41. 37	1. 26. 40. 53	9. 42. 28	+ 3. 57	+ 0. 51
Sept. 4	14. 11. 25	2. 20. 51. 44	17. 50. 12	2. 20. 51. 22	17. 49. 59	— 0. 22	— 0. 13
	8 15. 31. 48	3. 11. 13. 0	22. 8. 14	3. 11. 12. 9	22. 7. 9	— 0. 51	— 1. 5

Nota. Des cinq dernières Observations de cette Table, les deux premières sont de moi, faites à Paris; les trois autres faites à Bologne par M.^r Zanotti, Matheucci & Canterzani.

Les élémens déduits de ces Observations sont rapportés dans la Table des élémens sous le N.^o XII.

Mém. 1775.

Kkk

442 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
à CREMMUNSTER en Bavière.

Le P. Fixlmillner y observa la Comète de 1769; ses Observations sont rapportées dans les Éphémérides de Vienne, année 1773, page 298: les voici en Tables.

1769.	T E M P S V R A I.			A S C E N S I O N droite observée.			D É C L I N A I S O N observée, Boréale.			D I A M È T. du Noyau.	
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.
Août.. 26	16.	23.	55	54.	45.	34	10.	14.	8		
27	13.	21.	44	56.	36.	55					
	14.	10.	55 $\frac{1}{2}$	56.	40.	4	9.	57.	19	1.	40
28	13.	10.	32	58.	51.	59	9.	37.	10		
	13.	23.	53	58.	52.	59	9.	39.	2		
	13.	36.	42	58.	54.	0	9.	40.	48		
	13.	49.	48	58.	55.	3	9.	38.	53		
	14.	5.	34	58.	56.	15	9.	39.	58	1.	53
29	15.	14.	45 $\frac{1}{2}$	61.	29.	9	9.	16.	46	2.	5
30	15.	42.	25	64.	12.	31	8.	47.	19		
	15.	52.	55 $\frac{1}{2}$	64.	13.	55	8.	47.	55		
	16.	3.	59	64.	15.	18	8.	47.	29		
	16.	27.	24	64.	17.	44	8.	42.	43	2.	12
31	14.	59.	46	67.	2.	45	8.	14.	18		
	15.	14.	31	67.	4.	13	8.	13.	25		
	15.	29.	14	67.	5.	48	8.	11.	24		
	15.	43.	14	67.	7.	23	8.	11.	33	2.	30
Septemb. 3	14.	25.	49	77.	16.	21	6.	15.	39		
	14.	33.	55	77.	17.	40	6.	15.	32		
	14.	40.	53	77.	18.	40	6.	15.	50		
	14.	48.	35	77.	20.	0	6.	15.	20		
	14.	57.	51	77.	21.	41	6.	15.	32		
	15.	5.	44	77.	22.	56	6.	14.	2	2.	32
4	15.	9.	3	81.	25.	51	5.	17.	59		
	15.	26.	41	81.	29.	27	5.	17.	31		
	15.	44.	59	81.	32.	10	5.	16.	37		
	16.	2.	49	81.	35.	3	5.	15.	51	2.	38
6	15.	7.	50	90.	20.	36	3.	20.	6		
	15.	16.	16	90.	22.	36	3.	20.	15		
	15.	26.	22	90.	24.	17	3.	19.	57		
	15.	34.	48	90.	26.	5	3.	19.	48		
	15.	42.	39	90.	28.	2	3.	19.	20		
	15.	49.	58	90.	29.	4	3.	19.	2	2.	38

à VIENNE en Autriche.

Par le P. Pilgram: *Extrait des Éphémérides de Vienne,*
année 1771, page 252.

1769.	TEMPS vrai.			ASCENSION droite observée.			DÉCLINAISON observée.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Août... 26	13.	29.	7	69.	48.	35	}	7.	41. 36 B.
	13.	32.	36	69.	48.	50			
	13.	36.	9	69.	49.	5			
	13.	39.	59	69.	49.	5			
	13.	57.	47	69.	51.	51			
	14.	6.	39	69.	52.	36			
Septemb. 3	13.	32.	42	77.	6.	10		6.	14. 22.
	14.	20.	50	77.	13.	42		6.	13. 37.
	14.	27.	1	77.	14.	12		6.	12. 44.
	14.	34.	0	77.	15.	27		6.	13. 14.
	14.	40.	12	77.	16.	27		6.	12. 44.
	14.	47.	47	77.	17.	51		6.	13. 7.
	4	14.	8.	2	81.	11.	19		5. 21. 1.
		14.	14.	9	81.	12.	34		5. 20. 35.
		14.	27.	46	81.	13.	4		5. 20. 27.
		14.	51.	5	81.	19.	50		5. 20. 34.
	6	15.	54.	17	90.	33.	34		4. 26. 51.
	9	15.	23.	10	105.	32.	5		0. 15. 5 A.
		15.	26.	25	105.	32.	50		
		15.	36.	21	105.	35.	21		
		15.	57.	19	105.	39.	21		0. 16. 39.
		16.	2.	16	105.	42.	52		0. 17. 18.
		16.	18.	21	105.	43.	52		0. 17. 18.

À TYRNAW en Hongrie.

Observations de la Comète de 1769, par le P. Weiff:
Extrait du Recueil de ses observations, cahier pour les années
 1768, 1769 & 1770, in-4°.

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite. observée.	DÉCLINAIS. observée, Boréale.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée, Australe.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Août 28	12. 49. 34	58. 43. 18	9. 41. 24	1. 28. 38. 28	10. 26. 8
	13. 14. 26	58. 47. 33	9. 41. 7	1. 28. 42. 34	10. 27. 18
	14. 56. 50	58. 57. 35	9. 37. 44	1. 28. 51. 39	10. 33. 5
30	12. 27. 5	63. 45. 58	8. 51. 1	2. 3. 27. 14	12. 13. 52
	14. 11. 8	63. 59. 30	8. 48. 55	2. 3. 39. 58	12. 18. 19
31	14. 15. 56	66. 52. 35	8. 15. 29	2. 6. 27. 33	13. 20. 20
Sept. 1	14. 15. 42	70. 0. 48	7. 39. 5	2. 9. 31. 39	14. 24. 24
	2 14. 1. 52	73. 27. 26	7. 1. 23	2. 12. 56. 57	15. 28. 18
	3 13. 25. 25	77. 5. 10	6. 16. 13	2. 16. 35. 43	16. 35. 57
	13. 56. 52	77. 8. 41	6. 14. 57	2. 16. 39. 17	16. 37. 32
	14. 59. 42	77. 18. 43	6. 12. 46	2. 16. 49. 27	16. 40. 32
	16. 10. 58	77. 30. 29	6. 10. 20	2. 17. 1. 23	16. 44. 6
	6 14. 44. 35	90. 14. 6	3. 21. 55	3. 0. 14. 59	20. 6. 13
	7 15. 7. 32	95. 9. 5	2. 11. 24	3. 5. 29. 51	21. 10. 49
	8 15. 45. 8	100. 21. 28	0. 56. 52	3. 11. 11. 21	22. 7. 9
	16. 5. 36	100. 25. 59	0. 55. 37	3. 11. 16. 22	22. 8. 3
			Australe.		
	9 15. 24. 53	105. 28. 58	0. 15. 44	3. 16. 50. 12	22. 49. 49
	15. 44. 9	105. 33. 14	0. 16. 1	3. 16. 54. 48	22. 49. 35

À L'ISLE DE FRANCE.

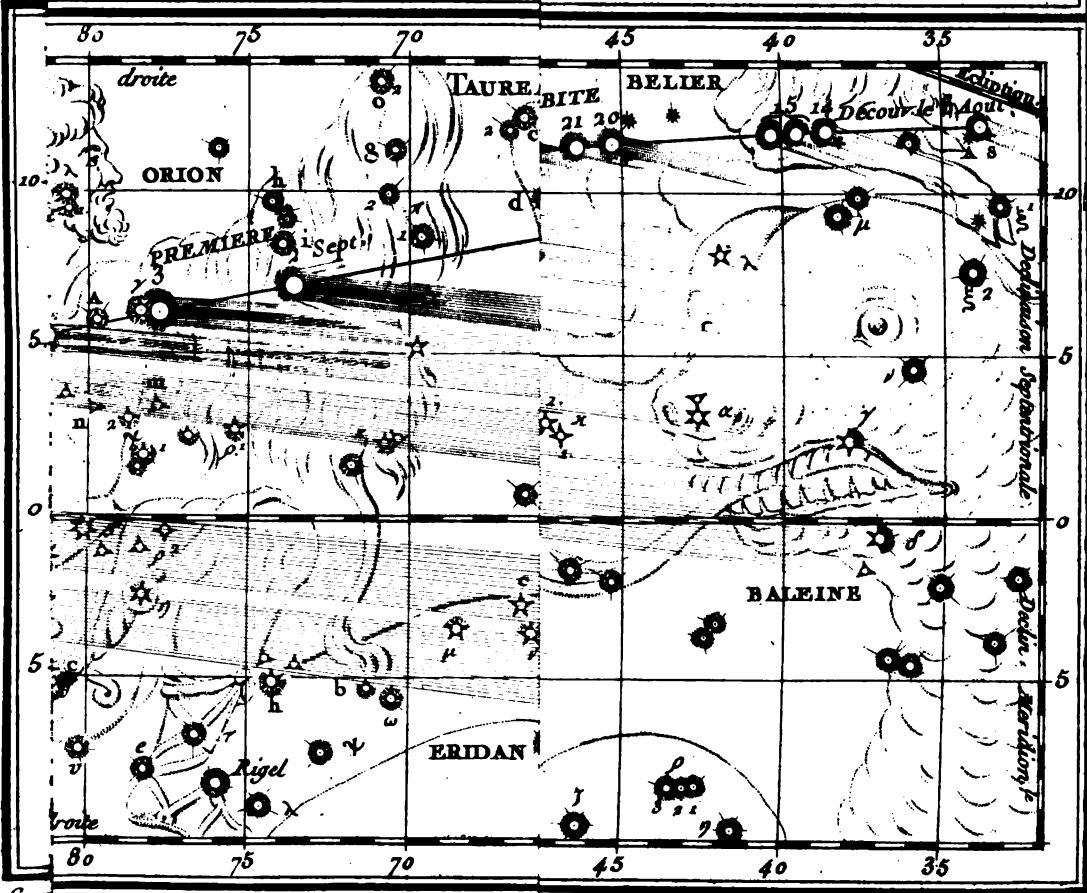
Observations de la Comète de 1769, par M. de la Nux.

Ces Observations sont annoncées dans nos Mémoires, année 1770,
 page 119 de l'Histoire, comme devant être imprimées dans le
 Recueil des Mémoires des Savans Étrangers.

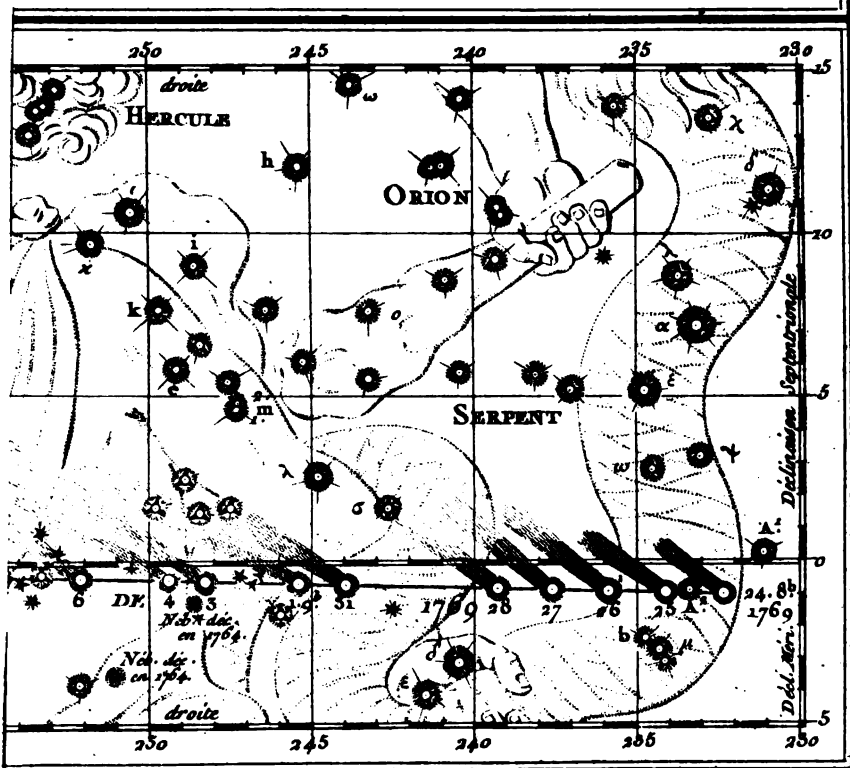


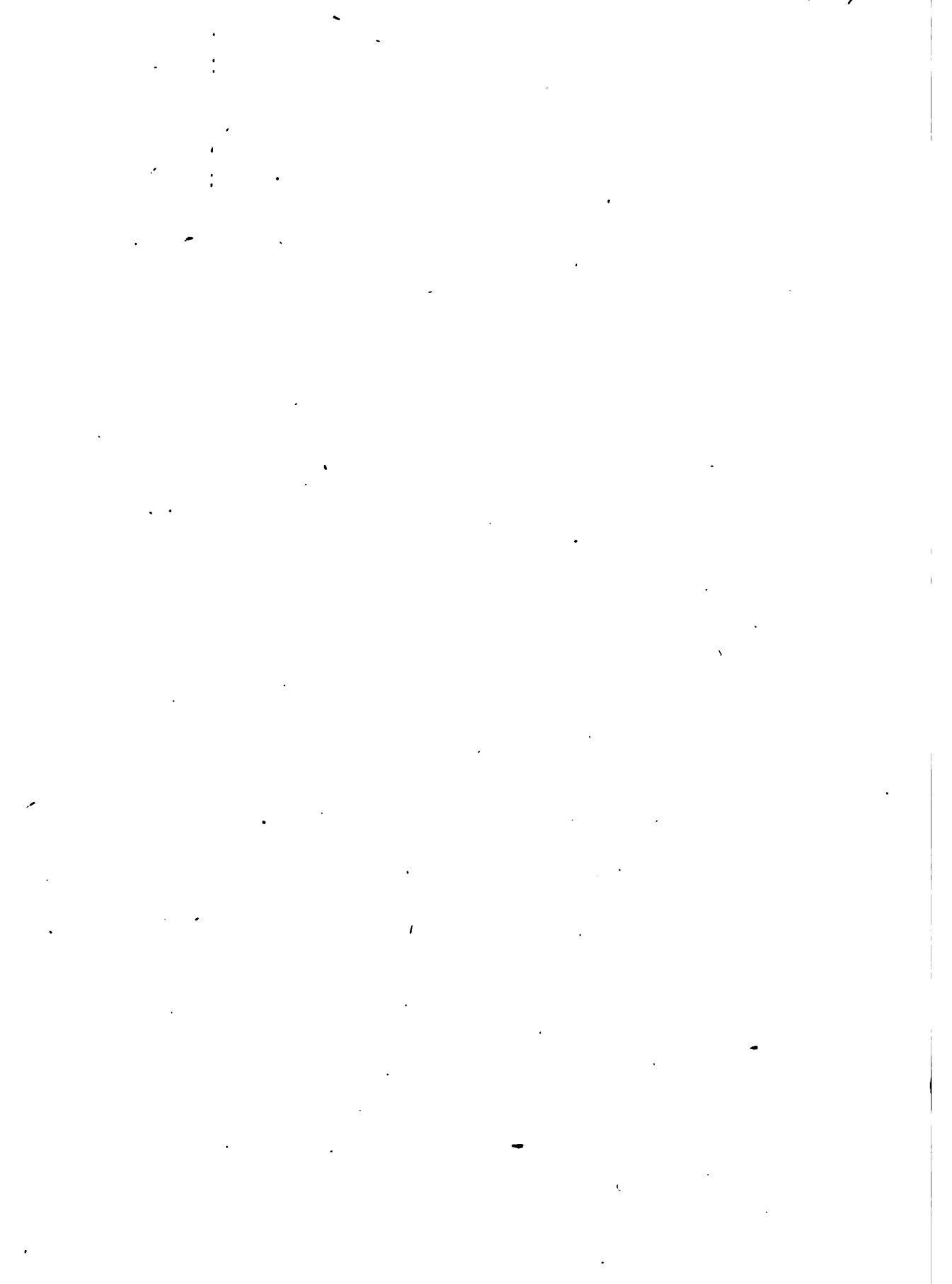
P

*12 heures du soir dans la Constellation la Marine
sont les observations de la Comète faites
le 1769.*



COMÈTE de 1769. dans la seconde branche de son Orbite
 jusqu'au 1^r Décembre, qu'elle cessa de paroître à mes instrumens.
 même seroit pour celle-ci.





Pl. III.

Fig. II.

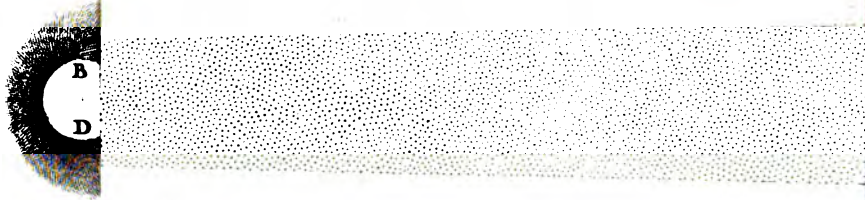


Fig. III.



Fig. IV. D

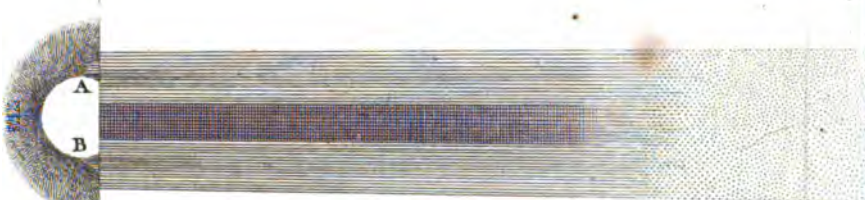


Fig. I. b

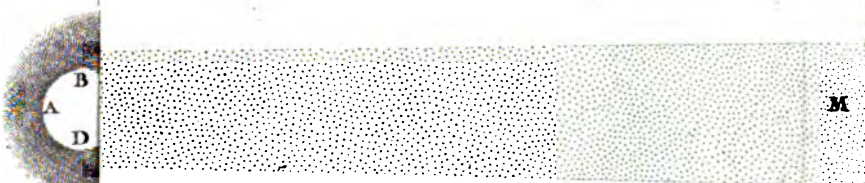
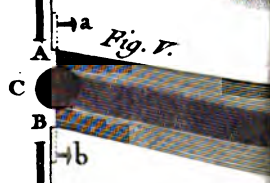


Fig. V.



le Ciel serain.

M É M O I R E
CONTENANT
LES OBSERVATIONS
DE LA XVI.^e COMÈTE

*Observée à Paris de l'Observatoire de la Marine ;
depuis le 18 Août jusqu'au 25 Octobre 1774*.*

Par M. MESSIER.

CETTE Comète fut découverte à Limoges, le 11 Août, 20 Décemb. 1774.
par M. Montaigne. L'Académie en eut connoissance
le 17 du même mois: voici l'extrait de la lettre de M.
Montaigne.

« Je vis hier, pour la première fois, à 10 heures du soir, une Comète; je n'en fis pas d'abord grand cas, croyant que c'étoit une nébuleuse que je n'avois pas encore rencontrée; ce ne fut qu'environ deux heures après que je trouvai un léger changement dans sa position. Son mouvement étoit lent & peut-être d'environ vingt minutes sur un grand cercle, en vingt-quatre heures, & contre l'ordre des signes; j'ai présenté ici la situation relative à plusieurs Étoiles qui l'avoisinoient, & qui sont placées sur le dos du *Règne*, & sur la ligne qui va de l'étoile *Polaire* à la jambe de *Cassiopee*, & au point où cette ligne seroit coupée par la perpendiculaire abaissée sur elle de γ de *Céphée*; ces Étoiles sont assez remarquables par l'étoile *A* qui est double, & toutes deux assez brillantes ».

D'après ces données, je rapportai sur un globe & sur

* C'est la LXIII.* Comète dont l'orbite ait été calculée.

l'Atlas des Cartes célestes de Flamstéed, la position de la Comète vue à Limoges, le 11 Août.

Le 17 Août, le ciel entièrement serein, je cherchai la Comète, dans l'endroit du ciel où elle devoit être, depuis neuf heures jusqu'à onze heures & demie du soir, avec une lunette de nuit, & avec une lunette ordinaire de trois pieds & demi, sans pouvoir la découvrir; la grande lumière de la Lune qui avoit passé son premier quartier depuis le 14, pouvoit nuire beaucoup à cette recherche; j'attendis ensuite que la Lune fût couchée; depuis deux heures jusqu'à trois heures & demie du matin, je cherchai encore la Comète avec les mêmes lunettes, sans pouvoir la découvrir; ce qui me fit conjecturer qu'elle devoit être très-petite, & sa lumière très-foible. Je remis au lendemain, 18 Août, à la rechercher de nouveau.

Beau temps la nuit du 18 au 19 Août; aussi-tôt que les Étoiles parurent, je cherchai de nouveau la Comète avec beaucoup de soin & d'attention; vers les onze heures du soir, je la découvris au-dessous de l'étoile γ de *Perfée*, & à peu de distance du vertical de cette Étoile; elle paroissoit sous la forme d'une petite nébuleuse, presque insensible dans la lunette ordinaire de trois pieds & demi, dont j'ai parlé. Pour mieux juger des apparences de la Comète, je montai sur son pied ma lunette achromatique de trois pieds & demi de foyer à triple objectif, en ne la faisant grossir que médiocrement, & je reconnus aisément avec cet instrument que c'étoit la Comète elle-même, le noyau étoit peu apparent, & point terminé, environné d'une légère nébulosité. A trois heures du matin, le 19, j'examinai de nouveau la Comète, & je reconnus qu'elle avoit changé un peu de position. Lorsque je vis pour la première fois la Comète, il ne paroissoit auprès d'elle & très-près du noyau, qu'une petite Étoile télescopique: à la seconde observation, à trois heures du matin, il en paroissoit une seconde à côté de la première, & de même lumière; je présimai que cette seconde Étoile qui ne paroissoit pas à la première observation, étoit alors

Etoile
télescopique
éclipsée par
la Comète.

éclipsée par la Comète; ce ne pouvoit pas être la Lune qui avoit empêché de la voir, en en voyant une, j'aurois dû voir la seconde, l'une & l'autre ayant le même degré de lumière.

Le 18, vers les onze heures du soir, je comparai le noyau de la Comète à une Étoile de septième grandeur, qui paroïssoit dans le champ de la lunette en même temps que la Comète, je ne pus ce même soir reconnoître cette Étoile, & je remis au lendemain à en déterminer la position, en la liant à d'autres Étoiles connues.

Le 19 Août, ciel parfaitement beau, mais la Lune qui approchoit de son plein répandoit une grande lumière, qui diminuoit les apparences de la Comète. Je comparai le noyau à la même Étoile que le 18, & je reconnus que cette Étoile n'avoit pas encore été observée: pour déterminer la position, je la comparai en ascension droite & en déclinaison à deux étoiles de Cassiopée; savoir la quarante-septième, cinquième grandeur; & la quarante-neuvième, sixième grandeur, suivant l'ordre que tiennent ces Étoiles dans le Catalogue de Flamsteed. La Comète fut comparée deux fois à l'Étoile de septième grandeur, les positions sont rapportées dans la première Table qui est à la suite de ce Mémoire. Voici la détermination de l'Étoile qui étoit près de la Comète qui a servi à en déterminer le lieu.

N.º	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
4.	15. 28. 25	76. 21. 43	7	déterm. par la 47 & 49.º de Cassiopée, Comète comp. les 18, 19, 20 & 21 Août.

Je comparai le même soir, le noyau de la Comète à l'épaisseur d'un des fils du micromètre, & je trouvai que son diamètre, quoique mal terminé, répondoit à quarante secondes de grand cercle: le diamètre de la chevelure à 5' 56". Le

Diamètre
du noyau
& de la
nébulosité.

noyau de la Comète étoit brillant & d'une lumière blanchâtre.

Le 20 Août, ciel comme la veille, parfaitement beau : je comparai le noyau de la Comète à la même Étoile, de septième grandeur, que les jours précédens & à trois reprises différentes : les positions de la Comète sont rapportées dans la première Table ; la Lune, qui étoit dans son plein & sur l'horizon, répandoit une si grande lumière, qu'on avoit de la peine à distinguer la Comète dans une lunette ordinaire de trois pieds & demi ; l'examinant avec celle de Dollond, aussi de trois pieds & demi, à triple objectif, on la voyoit un peu mieux.

Comme le mouvement de la Comète est très-lent, les observations sont un peu douteuses, elles le sont encore par rapport à la position du micromètre qui n'étoit pas parfaitement sur le parallèle des Étoiles : cela étoit difficile à obtenir, la machine parallactique ne pouvant pas avoir son mouvement libre, lorsqu'elle étoit dirigée au point du ciel où répondoit la Comète, qui avoit alors une très-grande déclinaison boréale.

Le 21 au soir, il y avoit des nuages rares : la Comète avoit les mêmes apparences que les jours précédens : la Lune, qui étoit sur l'horizon, empêcha de juger de sa grandeur & de sa lumière ; je comparai le noyau de la Comète à la même Étoile que les jours précédens, n.^o 4 ; la détermination de la Comète par cette Étoile, toujours douteuse à cause de la lenteur de son mouvement, & de la difficulté de diriger exactement sur le parallèle des Étoiles, les fils du micromètre ; je comparai le noyau de la Comète deux fois à cette Étoile, & du résultat des deux observations, j'ai pris un milieu.

Le 22, ciel couvert le soir & la nuit du 22 au 23, de manière qu'il ne fut pas possible de déterminer le lieu de la Comète.

Le 23, ciel couvert presque toute la journée, avec pluie l'après-midi ; vers les neuf heures du soir, le ciel commença à s'éclaircir vers le Nord, j'en profitai pour rechercher la Comète, & je la comparai à deux Étoiles déjà connues, qui sont la vingt-unième & la vingt-troisième de Cassiopée, l'une
&

& l'autre de la sixième grandeur, suivant le Catalogue de Flamsteed; de quatre comparaisons faites entre l'Étoile vingt-unième, en ascension droite & en déclinaison, & le noyau de la Comète, j'ai pris un milieu, les observations étant peu éloignées entr'elles; la détermination du lieu de la Comète qui en a résulté, est rapportée dans la première Table.

Le 24, beau temps; le soir, entre huit & neuf heures, je comparai le noyau de la Comète aux deux Étoiles de la veille, vingt-unième & vingt-troisième de Cassiopée; je comparai ensuite un grand nombre d'Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées avec l'étoile γ de Céphée, de troisième grandeur; voici leurs positions: celle de la Comète est rapportée dans la première Table.

N.ºs	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
5	15.	52.	40	75.	1.	57	8	dét. par la 21. ^e de Cassiopée.
6	20.	12.	6	76.	48.	6	7	détermin. par γ de Céphée.
7	23.	20.	56	77.	4.	3	7	déterminée par la même γ .
8	25.	15.	51	76.	47.	46	6	déterminée par la même γ .

Le 25 Août au soir, le ciel fut couvert; cependant, vers les neuf heures, s'étant éclairci, je vis la Comète sans pouvoir en déterminer le lieu.

Le 26, ciel couvert, de même que la veille.

Le 27, beau temps le soir jusqu'à dix heures un quart que le ciel se couvrit totalement; depuis la nuit close j'observai la Comète, elle paroissoit avoir un peu plus de lumière que les jours précédens, sans cependant pouvoir dire si elle augmentoit ou diminuoit. Je comparai le noyau de la Comète à la vingt-troisième étoile de Cassiopée, de sixième grandeur; la comparaison avec cette Étoile fut répétée deux fois, & je pris un milieu; la détermination est rapportée dans la Table: après les observations de la Comète, je déterminai, par son

450 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

moyen, la position de trois petites Étoiles, deux desquelles se trouvoient très-près de la Comète, toutes deux de la huitième à la neuvième grandeur; la troisième, de la septième à la huitième: je les marque de huitième & de neuvième grandeur. La chevelure de la Comète, vue à la lunette achromatique de trois pieds & demi, paroissoit s'étendre plus à l'Orient qu'à l'Occident.

N.º.	ASCENSION droite.			DECLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
1	1.	6.	10	71.	44.	5	9	près de la Com. dét. par elle.
2	1.	23.	40	71.	53.	26	9	près de la Com. dét. de même
3	2.	47.	40	70.	33.	9	8	déter. par la Comète; Com. comparée le 28 Août.

Le 28, beaucoup de pluie l'après-midi: le soir, ciel parfaitement beau. Je comparai le noyau de la Comète deux fois à l'Étoile déterminée la veille, n.º 3, de huitième grandeur; ayant pris un milieu entre les observations, j'ai déduit l'ascension droite & la déclinaison de la Comète, qui est rapportée dans la Table. La Comète paroissoit plus brillante que les jours précédens; sa lumière avoit augmenté depuis la veille: après les observations de la Comète, je comparai à γ de Céphée les Étoiles déjà observées le 24 Août: ayant pris un milieu entre les observations, j'ai rapporté leurs positions. Je comparai le même soir l'Étoile quarante-septième de Cassiopée, cinquième grandeur suivant Flamstéed, à γ de Céphée; par ces observations, je trouvai l'ascension droite de cette étoile quarante-septième, de $25^d 43' 34''$, & la déclinaison boréale de $76^d 10' 57''$: en comparant cette détermination avec celle qui est rapportée dans le Catalogue de Flamstéed, j'ai trouvé l'ascension droite de $58' 45''$ plus grande que ne la donne le Catalogue.

Je vérifiai de même l'étoile quarante-neuvième de la

Étoiles
47.º & 49.º
de Cassiopée,
les ascensions
droites mal
déterminées
dans
Flamstéed.

même constellation, je trouvai une différence dans l'ascension droite de cette Étoile, de 55' 15". J'ai rapporté dans la seconde Table, la détermination de ces deux Étoiles, suivant mes observations.

Le 29, vers les dix heures du soir, le ciel devint passablement beau, je vis la Comète, & je cherchai à en déterminer le lieu par l'Étoile de la veille; mais le temps ne permit pas de faire cette comparaison; vers les onze heures, le ciel se couvrit entièrement, & il tomba beaucoup de pluie le reste de la nuit.

Le 30, le ciel fut couvert.

Le 31 Août, ciel parfaitement serein, j'employai plus d'une demi-heure à chercher la Comète, les apparences étoient à peu de chose près les mêmes que le 28; la chevelure un peu plus allongée vers l'Orient; je comparai le noyau de la Comète à l'étoile α de Céphée, cinquième grandeur suivant Flamsteed, la position en est rapportée dans la Table.

Je déterminai aussi par le moyen de cette étoile α , la position de deux autres Étoiles, dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés, l'une de la sixième grandeur, & l'autre de la neuvième.

N.º	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
70	354.	14.	12	66.	32.	34	6	déterminée par α de Céphée; Com. comp. 2 & 3 Sept.
73	358.	20.	36	67.	36.	51	9	déterminée par la même α .

Le 1.^{er} Septembre, ciel parfaitement serein le soir; la Comète paroïssoit avoir la même lumière que la veille; je comparai le noyau à la même étoile α de Céphée; la position en est rapportée dans la Table.

Le 2, beau temps le soir, la Comète paroïssoit avec la même lumière que les jours précédens; elle étoit près de

452 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

l'Étoile déterminée le 31 Août, de sixième grandeur, n.^o 70 ; je comparai le noyau à cette Étoile & à l'étoile 0 de Céphée, j'avois commencé aussi à comparer l'étoile 0 à l'étoile 1, quatrième grandeur de Céphée ; mais le ciel ne me permit pas de terminer cette comparaison ; je comparai seulement une Étoile de septième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée, à l'étoile 1 de Céphée, voici la position ; celles de la Comète sont rapportées dans la Table.

N. ^o	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
44	343. 42. 58	65. 59. 42	7	détermin. par 1. de Céphée.

Le 3 Septembre, beau temps ; je comparai directement le noyau de la Comète aux étoiles 1 de Céphée, quatrième grandeur, & à l'Étoile déterminée ci-dessus, le 31 Août, n.^o 70 ; les positions de la Comète sont rapportées dans la Table. Je comparai le même soir plusieurs Étoiles qui n'étoient pas encore déterminées, à l'étoile 1 de Céphée ; je vérifiai celle du 31 Août, n.^o 70, & celle de la veille, n.^o 44 ; voici la position des deux autres.

N. ^o	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
49	345. 23. 32	65. 59. 59	8	dét. par 1. de Céphée ; Com. comp. le 4 Septembre.
69	353. 59. 32	65. 30. 54	7	déter. par 1, milieu pris entre quatre déterminations.

L'Étoile déterminée ci-dessus, n.^o 69, étoit près de la Comète, & la Comète fut comparée à cette Étoile, le 4 Septembre.

Le 4, beau temps dans la matinée, beaucoup de nuages l'après midi; à sept heures du soir, éclairs, tonnerre & un peu de pluie, depuis sept heures trois quarts jusqu'à neuf heures, le ciel fut découvert en partie; entre les nuages, je vis la Comète, & je comparai le noyau trois fois à l'Étoile déterminée la veille, *n.º 69*, septième grandeur, la position de cette Étoile est rapportée ci-dessus: j'y comparai de même une Étoile de huitième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée, & qui étoit ce soir sur le parallèle de la Comète; voici sa position.

N.º	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	<i>D. M. S.</i>	<i>D. M. S.</i>		
67	350. 24. 47	64. 29. 57	8	déterminée par le <i>n.º 69</i> , Com. comp. le 5 Sept.

Le 5, beau temps; le soir, j'observai la Comète, & je comparai le noyau à l'Étoile déterminée la veille, *n.º 67*. L'Étoile & la Comète avoient à peu de chose près la même ascension droite; je comparai aussi cette Étoile, *n.º 67*, plusieurs fois à l'Étoile déterminée le 3, *n.º 69*, septième grandeur, qui étoit près de la Comète ce même jour; j'observai aussi plusieurs Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, voici leurs positions.

N.º	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	<i>D. M. S.</i>	<i>D. M. S.</i>		
57	348. 25. 2	64. 7. 0	8	dét. par le <i>n.º 69</i> , rapportée au 3 Septembre.
63	349. 14. 27	64. 23. 26	8	déter. par le <i>n.º 57</i> ci-dess.
68	352. 5. 1. 2	63. 9. 41	8	détermin. par la même 57.º Com. comp. le 6 Sept.
71	354. 21. 32	63. 36. 47	7	déter. par la 57.º ci-dessus.

454 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Le 6 Septembre, beau temps le soir, j'observai la Comète, & je comparai le noyau, deux fois à une des Étoiles déterminées la veille, *n.º 68*, huitième grandeur, & deux fois à l'étoile *d* de Cassiopée, sixième grandeur; les déterminations de la Comète qui résultent de ces observations, diffèrent entr'elles de plusieurs minutes en ascension droite & en déclinaison; j'ignore si cette différence ne proviendrait pas de l'étoile *d* qui seroit mal déterminée dans le Catalogue de Flamsteed, où je l'ai prise: voyez les déterminations de la Comète rapportées dans la première Table. Flamsteed marque l'étoile *d* de cinquième grandeur, je ne l'ai estimée que de la sixième.

Amas
de petites
Étoiles
avec de la
nébulosité.

Le 7, ciel en grande partie couvert; entre huit & neuf heures du soir, il y avoit quelques éclaircis entre les nuages, j'en profitai pour chercher la Comète, & je comparai le noyau à l'étoile de la veille *d* de Cassiopée. Je comparai aussi à la même Étoile, un amas de très-petites Étoiles, qui contenoit un peu de nébulosité; cet amas vu à la lunette ordinaire de trois pieds & demi, paroissoit sous la forme d'une nébuleuse, mais à la lunette achromatique de trois pieds & demi, c'étoit un amas de très-petites Étoiles: voici sa position.

N.º	ASCENSION droite			DÉCLINAIS. boréale.			
	<i>D.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>D.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	
60	348.	39.	27	60.	22.	12	amas d'étoiles déterminées par <i>d</i> de Cassiopée.

Étoile, *n.º 3*,
de Cassiopée,
mal déterminée
dans
Flamsteed.

Le 8, ciel parfaitement beau, comme il est rare de le voir à Paris; la Comète paroissoit avec la même lumière que les jours précédens; je comparai le noyau, trois fois à la même étoile que la veille, *d* de Cassiopée; & l'étoile *d*, je la comparai à d'autres Étoiles qui n'étoient pas encore déterminées, pour parvenir à connoître l'étoile, *n.º 3*, de

Cassiopee, fixième grandeur, qui devoit servir les jours suivans à la détermination du lieu de la Comète ; je reconnus d'après ces comparaisons que ce ne pouvoit pas être l'étoile *n.º 3* de Cassiopee, suivant Flamsteed, qu'elle n'existoit pas dans le ciel à l'endroit où Flamsteed la rapporte ; celle que j'observai en différoit de $1^d\ 34'\ 30''$ en ascension droite, & $6'\ 25''$ en déclinaison ; cette vérification fut répétée les jours suivans, & je trouvai la même différence. Voici les positions des Étoiles déterminés.

N.º	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
55	348. 14. 42	58. 54. 29	7	dét. par le <i>n.º 62</i> ci-dessous.
62	349. 7. 57	59. 51. 36	8	déterm. par <i>d</i> de Cassiopee.
65	349. 56. 8	57. 18. 58	6	déterm. par β de Cassiopee ; comp. les 9 & 10 Sept.
66	350. 5. 27	57. 19. 28	6	déter. par le <i>n.º 55</i> ci-dessus.

Le 9 Septembre, quelques nuages le soir ; ils se dissipèrent en grande partie vers les huit heures & demie ; je comparai le noyau de la Comète, à une des Étoiles de la veille, *n.º 65*, & directement à β de Cassiopee, rapportée dans les Éphémérides de M. de la Caille, de la troisième à la seconde grandeur ; les positions de la Comète sont rapportées dans la Table. J'observai le même soir une Étoile de fixième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée, voici sa position.

N.º	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
72	354. 33. 38	57. 43. 24	6	déterm. par β de Cassiopee.

Le 10, beau temps l'après-midi, jusqu'à six heures &

demie du soir que le ciel commença à se couvrir, peu de temps après, il le fut presque totalement; vers les huit heures & demie, les nuages se séparèrent & laissèrent quelques éclaircis, j'observai la Comète, & je comparai le noyau à l'Étoile rapportée au 8 de ce mois, n.^o 65. Je comparai aussi plusieurs Étoiles entr'elles, & sur-tout celles de la veille; après ces observations, le ciel redevint entièrement couvert.

Le 11, ciel couvert le soir jusqu'à huit heures & demie qu'il commença à se découvrir, il fut ensuite serein jusqu'à dix heures un quart. Je n'avois pu profiter de l'intervalle de ce beau temps, étant allé à Versailles pour présenter au Roi, la Carte des observations de la disparition & de la réapparition des anses de l'anneau de Saturne, en 1773 & 1774. Je ne fus de retour à Paris, que vers les dix heures du soir; dans les intervalles des nuages, je recherchai la Comète, & je comparai le noyau à une Étoile de septième grandeur, qui étoit la veille près de la Comète; la position de cette Étoile qui n'avoit pas encore été déterminée, sera rapportée au 13 de ce mois, sous le n.^o 58. La détermination du noyau de la Comète, par cette Étoile, fut douteuse à cause des nuages, je n'ai pas laissé que de la rapporter dans la première Table, qui est à la suite de ce Mémoire.

Le 12 Septembre, ciel entièrement couvert le soir.

Le 13, beau temps le soir: je comparai le noyau de la Comète deux fois à une Étoile de la sixième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée; j'observai son lieu en la comparant à d'autres Étoiles connues; c'est la quarante-cinquième de la Table qui va suivre & qui contient les positions de plusieurs Étoiles qui n'avoient pas encore été observées.

J'examinai la Comète avec la lunette achromatique de trois pieds & demi, elle ne paroissoit pas avoir augmenté de lumière; sa chevelure s'étendoit plus à l'Orient qu'à l'Occident: le noyau, sans être terminé, étoit très-petit, mais d'une lumière vive & blanchâtre.

N. ^{os}	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
37.	342.	15.	15	51.	29.	14	7	déterm. par la 6. ^e du Lézard, suivant Flamstéed.
41.	343.	2.	45	52.	37.	51	9	dét. par le n. ^o 43, ci-dessous.
43.	343.	14.	0	54.	3.	24	8	dét. par plusieurs ét. connues.
45.	344.	12.	15	51.	37.	49	6	déterm. par le n. ^o 41 ci-dess. Comète comparée ce soir.
48.	345.	10.	0	51.	51.	12	7	déterm. par le n. ^o 45 ci-dess.
50.	345.	42.	0	55.	20.	26	10	double, la 1. ^{re} déterm. par le n. ^o 58 ci-dessous.
51.	346.	32.	0	52.	1.	45	6	dét. par plusieurs ét. connues.
58.	348.	30.	30	56.	19.	8	7	dét. par le n. ^o 65, comparée le 11 Septembre.

Les 14 & 15, ciel couvert les soirs.

Le 16, beau temps le soir jusqu'à huit heures que le ciel se couvrit totalement, il redevint serein vers les dix heures, & je comparai le noyau de la Comète à l'Étoile de sixième grandeur, la quatrième d'Andromède, suivant Flamstéed; les positions sont rapportées dans la Table. La Comète étoit peu apparente, on ne pouvoit la voir que difficilement à la lunette ordinaire de trois pieds & demi; cette difficulté de la bien voir, pouvoit provenir de la grande lumière de la Lune; elle fut difficile à observer, étant près du Zénith, de manière que je fus obligé de déranger plusieurs fois la machine parallaxique, pendant les observations, pour obtenir les déterminations du noyau de la Comète. Je recherchai le même soir la première étoile d'Andromède, que Flamstéed, dans son Catalogue, seconde édition, rapporte sous la lettre o de la troisième à la quatrième grandeur; cette Étoile se trouve également placée sur les Cartes, d'après la détermination rapportée dans son Catalogue: je reconnus que la distance au pôle de cette Étoile, qu'il a rapportée de

Mém. 1775.

M m m

Étoile o
d'Andromède;
erreur dans
Flamstéed,
de 8^d 49'
pour la distance
au pôle,
& de 12 min.
dans l'a.c. dr.

458 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

40^d 19' 30", devoit être de 49^d 9' 9", l'erreur est de près de 9 degrés.

Le même soir, j'observai plusieurs Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées: voici leurs positions.

N. ^{os}	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
46.	344.	15.	11	44.	52.	0	7	déterm. par la 4. ^e d'Androm.
53.	346.	51.	21	44.	15.	34	7	déterm. par λ d'Andromède.
56.	348.	18.	30	52.	49.	15	7	dét. par le n. ^o 59 ci-dessous.
59.	348.	38.	45	53.	51.	51	9	dét. par le n. ^o 61 ci-dessous.
61.	348.	40.	45	54.	53.	5	8	déterminée par le n. ^o 58, rapportée au 13.
64.	349.	39.	36	45.	13.	45	7	dét. par la 4. ^e d'Andromède.

Le 17 Septembre, beau temps le soir jusqu'à neuf heures que le ciel se couvrit; avant que le ciel fût couvert, j'observai la Comète, & je comparai le noyau à l'étoile λ d'Andromède, quatrième grandeur, & je déterminai les lieux des Étoiles suivantes.

N. ^{os}	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
40	342.	59.	6	43.	22.	53	8	dét. par la 4. ^e d'Andromède.
42	343.	6.	51	42.	51.	36	8	déterm. par le n. ^o 40 ci-dess
52	346.	41.	6	43.	56.	40	7	dét. par la 4. ^e d'Andromède.
54	347.	7.	21	43.	54.	3	7	déterminée par la même.

Les 18 & 19, ciel couvert.

Le 20, le ciel commença à se découvrir dès que les Étoiles parurent: ce ne fut pas sans peine que je pus revoir la Comète; la lumière étoit considérablement diminuée, ce qui pouvoit y contribuer beaucoup, étoit la grande lumière

de la Lune. Je comparai le noyau de la Comète à plusieurs Étoiles; les positions sont rapportées dans la Table. Je déterminai aussi plusieurs Étoiles, dont voici leurs positions.

N. ^{os}	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
26	339.	31.	45	36.	14.	34	7	dét. par le n. ^o 34, ci-dessous.
31	340.	45.	45	38.	58.	16	8	dét. par la 16. ^e du Léopard, suivant Flamsteed.
32	340.	59.	7	39.	10.	38	8	déterm. par la même, & le n. ^o 26, ci-dessus.
34	341.	6.	4	35.	52.	57	7	déterminée par le n. ^o 39, Comète comparée ce soir.
35	341.	22.	15	35.	9.	9	7	dét. par le n. ^o 26, ci-dessus.
36	341.	52.	0	38.	6.	56	8	dét. par le n. ^o 31, ci-dessus.
39	342.	33.	34	37.	30.	7	8	déterm. par la même n. ^o 31, Comète comparée ce soir.

Les 21 & 22, ciel entièrement couvert.

Le 23 Septembre, beau temps le soir, & sans Lune, jusqu'à huit heures trois quarts; avant que la Lune fût levée, je recherchai la Comète aux environs de l'étoile π de Pégase, où elle devoit se trouver, suivant les précédentes observations; l'ayant reconnue, je comparai directement le noyau à cette étoile π ; la position de la Comète est rapportée dans la Table; j'observai ensuite la position d'une Étoile de neuvième grandeur: voici la détermination.

N. ^o	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
33	341.	2.	21	30.	16.	54	9	déterminée par π de Pégase.

Les apparences de la Comète étoient ce soir plus sensibles que les jours précédens; elle paroissoit sous la forme de la

M m m ij

nébuleuse, placée entre la tête & l'arc du Sagittaire, & elle étoit aussi apparente, mais il ne fût pas possible de l'apercevoir à la simple vue. Le noyau, vu à la lunette, paroissoit très-petit, sans être terminé, environné également d'une légère nébulosité.

Le 24, ciel couvert le soir.

Le 25, vers une heure trois quarts du matin, le ciel étoit en grande partie couvert: entre les nuages je recherchai la Comète, & je comparai le noyau directement à β de Pégase, seconde grandeur: la Lune étoit alors sur l'horizon, & répandoit une très-grande lumière qui empêcha de juger des apparences de la Comète; la détermination est rapportée dans la Table.

Le même jour, 25 au soir, le ciel en grande partie serein; je comparai de nouveau le noyau de la Comète à la même étoile β de Pégase: l'observation n'a pu être répétée, le ciel étant devenu totalement couvert.

La Comète
rencontre
une Étoile
télescopique.

Le 26, ciel serein le soir; aussitôt que les Étoiles parurent, je revis la Comète, elle étoit très-près de l'étoile μ de Pégase, quatrième grandeur: je comparai plusieurs fois le noyau de la Comète à cette Étoile. A $7^h 39' 42''$, temps vrai, le noyau de la Comète avoit rencontré une Étoile télescopique de dixième grandeur: l'Étoile & le noyau ne sembloient former qu'un point de lumière à la lunette ordinaire de trois pieds & demi, mais à la lunette achromatique, aussi de trois pieds & demi on voyoit de noyau de la Comète à côté de l'Étoile qui le touchoit, ainsi la détermination de la Comète, rapportée dans la Table, sera presque la position de cette Étoile.

N.º	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
28	339. 51. 15	23. 18. 0	10	la Comète rencontre cette étoile.

Les 27, 28 & 29 Septembre, ciel couvert.

Le 30, ciel en grande partie serein le soir jusqu'à huit heures & demie qu'il commença à se couvrir : avant que le ciel fût couvert, je comparai plusieurs fois le noyau de la Comète à l'étoile α *Markab* de Pégase. La Comète étoit sans queue, comme le 26 ; on la voyoit bien avec une lunette de nuit : le ciel étoit pur, & il me sembla, plusieurs fois, en regardant le long de la lunette, à l'endroit du ciel où étoit la Comète, que je l'apercevois à la vue simple, comme une nébulosité qui échappoit de temps en temps à la vue. Je déterminai le même soir plusieurs Étoiles qui n'avoient pas encore été observées ; voici leurs positions.

N. ^{os}	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
15	337.	27.	44	13.	21.	49	6	dét. par le n. ^o 17, ci-dessous.
17	337.	44.	44	13.	23.	37	6	dét. par <i>Markab</i> de Pégase.
29	340.	9.	29	13.	54.	32	7	dét. par la même, <i>Markab</i> .
30	340.	18.	44	14.	36.	11	7	dét. par la même, <i>Markab</i> .

Le 1.^{er} Octobre, orage, tonnerre, éclairs & pluie l'après-midi. Vers les sept heures du soir, le ciel devint passablement beau ; j'observai la Comète, & je comparai le noyau directement à l'étoile ξ de Pégase, de quatrième grandeur ; comme cette Étoile ne se trouve que dans le Catalogue de Flamsteed, pour être assuré de sa position, je la comparai aux étoiles *Markab* & ζ de Pégase. Vers les huit heures du soir, le ciel se couvrit de nouveau ; à dix heures du soir il redevint serein, je comparai encore le noyau de la Comète à la même étoile ξ : les positions sont rapportées dans la Table.

La Comète paroissoit comme la veille, sans queue, le noyau environné d'une légère nébulosité : la Comète se voyoit bien avec la lunette de nuit, & on la soupçonnoit à la simple vue.

J'observai le même soir une Étoile de huitième grandeur, dont le lieu n'avoit pas encore été déterminé : voici sa position.

N.º	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
47	344.	18.	44	12.	31.	13	8	déterminée par <i>Markab</i> de Pégase.

Le 2, beau temps le soir jusque vers les huit heures; avant que le ciel se couvrit, je comparai le noyau de la Comète aux deux étoiles de la veille ζ & ξ de Pégase, la Comète étoit placée entre ces deux Étoiles; les positions de la Comète sont rapportées dans la première Table, & celles des Étoiles dans la seconde.

La Comète paroissoit de la même lumière que la veille, la chevelure s'étendoit à vingt minutes du noyau.

Le 3 Octobre au soir, j'observai la Comète, il y avoit des nuages rares lors des premières observations; mais vers les dix heures, le ciel étoit parfaitement beau; je comparai le noyau de la Comète, en deux temps différens, à l'étoile σ de Pégase, de sixième grandeur; je vérifiai ensuite la position de cette Étoile, en la comparant directement à ζ de la même constellation; j'observai aussi plusieurs Étoiles, dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés. Voici leurs positions; celles de la Comète sont rapportées dans la première Table.

N.º	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
23	338.	46.	5	6.	24.	13	8	déterm. par ρ de Cassiopée, Comète comp. le 4 Ocf.
24	339.	1.	35	6.	31.	38	8	dét. par la 23. ci-dessus.
25	339.	19.	35	6.	39.	44	9	dét. par la même, π .º 23.
27	339.	33.	36	9.	18.	10	7	déterm. par ζ de Pégase.

Le 4, beau temps le soir, je comparai le noyau de la Comète à l'Étoile rapportée la veille, n.^o 23 ; les positions de la Comète sont dans la Table.

Le 5, ciel parfaitement beau le soir, je comparai le noyau de la Comète à trois Étoiles ; savoir, les étoiles 34 & 37 de Pégase, dans le Catalogue de Flamsteed, l'une & l'autre de la sixième grandeur ; la troisième, β des Poissons, cette dernière est rapportée dans le Catalogue des Étoiles zodiacales, de feu M. l'Abbé de la Caille, inséré dans le tome VI de ses *Éphémérides*. Les positions du noyau de la Comète, déduites de ces trois Étoiles, sont rapportées dans la Table.

Quique le ciel fût serein, la Comète ne paroissoit pas avec la même lumière que les jours précédens.

J'observai le même soir plusieurs Étoiles : voici leurs positions.

N. ^{os}	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
12	336.	49.	40	3.	21.	1	8	dét. par la 34. ^e de Pégase, suivant Flamsteed.
13	337.	13.	40	3.	24.	6	8	déterm. par la même, la 34. ^e
20	337.	50.	10	3.	46.	43	8	déterminée par la même.
38	342.	31.	25	3.	15.	12	8	déterminée par la même.

Le 7 Octobre au matin, ciel serein, j'observai la Comète, & je comparai le noyau à l'étoile A des Poisson, de sixième grandeur, rapportée dans le Catalogue des Étoiles zodiacales déjà cité, & ensuite à une étoile de huitième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée, & que je comparai à l'étoile 37.^{me} de Pégase, suivant le Catalogue de Flamsteed : voici la position de cette Étoile ; celles de la Comète sont rapportées dans la Table.

N. ^o	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
9	335. 20. 19	1. 50. 48	7	dét. par la 37. ^e de Pégase, Comète comp. ce matin.

Le 8, beau temps le soir; on voyoit la Comète passablement bien dans la lunette de nuit; elle étoit placée sur la ligne droite menée par les étoiles ζ & α du Verseau, α tenoit le milieu à égales distances: je comparai le noyau de la Comète aux trois étoiles α , ζ & γ du Verseau, les positions sont rapportées dans la première Table. J'observai aussi le même soir quatre étoiles dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés; ces étoiles étoient placées en ligne droite & parallèlement à la route apparente de la Comète: voici leurs déterminations.

N. ^{os}	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
18	337. 47. 21	1. 6. 2A	8	déterm. par γ du Verseau.
19	337. 49. 46	0. 56. 34A	8	déterminée par la même γ .
21	337. 51. 35	0. 2. 36B	9	déterm. par α du Verseau.
22	337. 52. 36	0. 45. 27A	8	déterm. par γ du Verseau.

L'étoile n.^o 21, étoit boréale, les trois autres australes.

Le 9 au soir, le ciel étoit en grande partie couvert; il s'éclaircit ensuite, & je vis la Comète; je reconnus que son mouvement apparent diminuoit, ainsi que la lumière; elle paroissoit à la lunette de nuit un peu moins lumineuse que la nébuleuse placée entre l'arc & la tête du Sagittaire, l'étendue de la lumière étoit la même. Je comparai le noyau de la Comète deux fois à γ du Verseau; les déterminations sont très-bonnes: je les ai rapportées dans la Table.

Le

Le 10, ciel couvert.

Le 11, brouillard le soir qui se dissipa en grande partie; la Lune qui étoit alors sur l'horizon diminuoit considérablement les apparences de la Comète, qui d'ailleurs perdoit chaque jour de sa lumière. A la lunette achromatique de trois pieds & demi, le noyau paroissoit encore brillant, mais très-petit: je comparai directement le noyau de la Comète à l'étoile α du Verseau, cinquième grandeur; & pour connoître si cette Étoile étoit bien placée dans le Catalogue des Étoiles zodiacales, je la comparai à l'étoile η de la même constellation, par le moyen d'autres Étoiles intermédiaires. Les positions de la Comète qui résultent de l'étoile α , sont rapportées dans la première Table qui est à la suite de ce Mémoire. J'observai le même soir deux Étoiles, dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés; la seconde tenoit à l'atmosphère de la Comète; voici leurs positions.

N. ^{os}	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. australe.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
14	337.	16.	59	4.	43.	27	6	déterm. par α du Verseau.
16	337.	36.	7	6.	16.	45	7	déterminée par la même α , Comète comparée le 12.

Le 12 Octobre, beau temps le soir, ce ne fût pas sans peine que je pus revoir la Comète, ce qui pouvoit provenir de la grande lumière de la Lune qui étoit sur l'horizon. La Comète paroissoit près d'une étoile de la sixième grandeur, la soixante-septième du Verseau, suivant l'ordre du Catalogue de Flamsteed; je comparai le noyau de la Comète à cette étoile, ainsi qu'à l'étoile λ de la même constellation, & à celle qui est rapportée au 11 de ce mois, n.^o 16, de septième grandeur; l'étoile soixante-septième du Verseau fut comparée plusieurs fois à λ , & c'est d'après ces comparaisons que j'ai déduit sa position. Les déterminations de la Comète par ces étoiles sont rapportées dans la Table.

Mém. 1775.

N.n.n.

Le 13, ciel couvert le soir & la plus grande partie de la nuit du 13 au 14, & il ne fut pas possible de voir la Comète; l'observation auroit été remarquable en ce que vers les 9 heures du soir, on auroit pu la voir placée exactement sur l'Écliptique.

Le 14, ciel parfaitement beau, mais la Lune qui se trouvoit dans le voisinage de la Comète, y répandoit une si grande lumière que celle de la Comète se trouvoit effacée; il ne fut pas possible de la trouver avec la lunette ordinaire de 3 pieds $\frac{1}{2}$, quoique la Comète fût dans le champ de cette lunette: je la recherchai ensuite avec la lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$, & ce ne fut pas encore sans beaucoup de peine que je pus la voir; il falloit bien connoître le degré de sa lumière, son mouvement & sa position, pour être sûr que c'étoit elle. J'employai cette dernière lunette pour déterminer son lieu; je comparai le noyau à deux étoiles, la 65.^e & la 70.^e du Verseau, sixième grandeur, suivant le Catalogue de Flamsteed: les positions de la Comète qui ont résulté de ces observations sont rapportées dans la Table.

Le 15 Octobre, ciel parfaitement beau le soir; la Comète, suivant les observations de la veille, devoit se trouver très-près de la Lune, environ un degré au-dessous, & il n'y eut pas moyen de l'apercevoir avec aucun instrument.

Je vérifiai, le même soir, la position de l'Étoile, rapportée au 20 de Septembre, n.^o 39, à laquelle la Comète avoit été comparée; je me servis des étoiles θ , σ & φ du bras droit d'Andromède.

Les 16 & 17, beau temps les soirs; je recherchai la Comète, avec mes instrumens, sans pouvoir la découvrir; elle étoit effacée par la grande lumière de la Lune.

Les 19 & le 21, par un beau ciel, j'observai au Méridien l'étoile \circ d'Andromède, de quatrième grandeur, avec la Lyre γ & α du Cygne, & je reconnus de nouveau, comme je l'ai déjà rapporté au 16 de Septembre, une erreur de 8^d 49' 39" dans la distance au pôle de l'étoile \circ d'Andromède.

& 12' 15" dans son ascension droite ; j'ai établi cette position, telle qu'elle doit être pour le temps présent dans la seconde Table qui est à la suite de ce Mémoire.

Le 25 Octobre, ciel serein le soir ; je recherchai la Comète avec la lunette achromatique de trois pieds & demi, dans l'endroit où elle devoit être, d'après les observations des jours précédens ; ce ne fut pas sans beaucoup de peine que je pus la revoir ; sa lumière étoit d'une foiblesse extrême : cependant, le centre de la nébulosité qui étoit comme un point, étoit encore d'une lumière vive : la Comète paroissoit entre les deux étoiles g^1 , g^2 & v du Verseau : je comparai le noyau à ces trois Étoiles : les positions sont rapportées dans la Table qui est à la suite de ce Mémoire.

J'observai le même soir, deux Étoiles, dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés ; je les comparai à l'étoile v du Verseau ; voici leurs positions.

Dernière
observation.

N. ^{os}	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. austral.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
10	335.	54.	12.	22.	5.	35	8	déterm. par v du Verseau.
11	336.	7.	42	22.	15.	50	7	déterminée par la même v .

C'est au 25 d'Octobre que se sont terminées les observations de cette Comète, ne pouvant être suivie plus longtemps à mes instrumens à cause de la grande foiblesse de sa lumière ; l'apparition de cette Comète, suivant mes observations, a été de soixante-neuf jours.

Le cours de cette Comète m'a donné occasion d'observer la position de soixante-treize Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, & un amas de petites Étoiles remplies de nébulosité ; j'ai rapporté dans ce Mémoire leurs déterminations en ascension droite & en déclinaison, à chaque jour qu'elles ont été observées ; je les ai numérotées suivant l'ordre qu'on leur donne en ascension droite ; plusieurs de ces

Soixante-treize
Étoiles ajoutées
aux
Catalogues.

Étoiles ont été employées à la détermination du lieu de la Comète, & je les ai désignées.

Des deux Tables que je joins à ce Mémoire; la première contient tous les lieux de la Comète, observés en ascension droite & en déclinaison, avec les différences des passages de la Comète & des Étoiles au fil horaire du micromètre; il en est de même dans la colonne qui suit pour les différences en déclinaison, entre la Comète & les Étoiles; le signe + signifie qu'il faut ajouter ces différences observées aux positions des Étoiles, avec lesquelles la Comète a été comparée pour avoir celles de la Comète. Il en est de même du signe — pour ôter.

La seconde Table contient les ascensions droites & les déclinaisons des Étoiles, tirées des Catalogues, qui ont été employées à la détermination du lieu de la Comète, réduites au temps des observations. Je n'y ai fait d'autre réduction que celle qu'on trouve dans les Catalogues, sous le titre de *Variation annuelle*.

Je joins aussi à ce Mémoire, une Carte céleste qui représente la route apparente que la Comète a tenue parmi les Étoiles fixes, suivant mes observations; cette Carte est divisée en degrés d'ascension droite & de déclinaison, de manière qu'il sera facile à l'inspection seule de la Carte de voir la position de la Comète & celles des Étoiles, près desquelles elle a passé; j'y ai rapporté aussi la position de la fameuse Étoile de 1572, que *Tycho-Brahé* observa le 11 Novembre, & qui disparut au mois de Mars 1574; on reconnoîtra sur cette Carte la grandeur des Étoiles, en consultant le modèle des grandeurs que j'y ai rapportées.

La Comète a passé, suivant cette Carte, entre les constellations de Céphée & de Cassiopée; entre le Léopard & Andromède; a traversé Pégase, l'eau du Verseau & a cessé de paroître entre le genou gauche & le pied droit du Verseau, au-dessous des étoiles g^1 & g^2 de cette constellation; elle a coupé l'Équateur entre le 7 & le 8 Octobre, & l'écliptique le 13 du même mois.

TABLE I. Des positions apparentes de la Comète observée en 1774, comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 18 Août jusqu'au 25 Octobre.

1774.	TEMPS vrai.	ASCENSIONS droites observées.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascen. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE de déclinaif.	Grandeur des Étoiles.	Lettr. de Bayer & N.º des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Août. 18	10. 58. 59	13. 43. 25	76. 33. 56	1. 45. 0 —	0. 12. 13 +	7	4	déterminée.
19	7. 17. 48	12. 25. 55	76. 11. 31	3. 2. 30 —	0. 10. 12 —	7	4	} la même.
20	9. 10. 34	11. 4. 55	75. 44. 32	4. 23. 30 —	0. 37. 11 —	7	4	
	9. 52. 39	11. 1. 55	75. 43. 58	4. 26. 30 —	0. 37. 45 —	7	4	
21	9. 4. 48	9. 28. 25	75. 17. 53	6. 0. 0 —	1. 3. 50 —	7	4	
23	9. 59. 4	6. 34. 21	74. 16. 51	0. 49. 4 —	0. 32. 0 +	6	21	de Cassiopée.
24	8. 27. 22	5. 14. 25	73. 43. 27	2. 9. 0 —	0. 1. 24 —	6	21	par la même.
27	8. 52. 43	1. 23. 40	71. 47. 51	6. 29. 45 —	1. 48. 49 —	6	23	de Cassiopée.
28	8. 32. 21	0. 5. 25	71. 5. 4	2. 42. 15 —	0. 31. 55 +	8	3	déterminée.
31	10. 33. 38	356. 48. 6	68. 30. 58	9. 30. 0 +	1. 38. 21 +	5	0	de Céphée.
Sept. 1	8. 43. 31	355. 49. 21	67. 39. 51	8. 31. 15 +	0. 47. 14 +	5	0	par la même.
2	7. 54. 12	354. 51. 27	66. 47. 0	0. 37. 15 +	0. 14. 26 +	6	70	déterminée.
	8. 35. 11	354. 44. 21	66. 42. 1	7. 26. 15 +	0. 10. 36 —	5	0	} de Céphée.
3	8. 23. 45	353. 51. 47	65. 38. 25	13. 26. 13 +	0. 37. 47 +	4	1	
	8. 41. 23	353. 55. 12	65. 37. 28	0. 19. 0 —	0. 55. 8 —	6	70	} déterminées.
4	8. 9. 36	352. 59. 2	64. 31. 50	1. 0. 30 —	0. 59. 4 —	7	69	
5	7. 47. 4	351. 54. 17	63. 21. 42	1. 29. 30 +	1. 8. 15 —	8	67	} par la même.
	8. 43. 4	351. 49. 32	63. 19. 0	1. 24. 45 +	1. 10. 57 —	8	67	
6	8. 16. 58	351. 8. 27	62. 7. 4	2. 25. 0 +	1. 4. 11 +	6	d	de Cassiopée.
7	8. 51. 38	350. 11. 27	60. 46. 22	1. 28. 0 +	0. 16. 31 —	6	d	} par la même.
8	7. 43. 53	349. 23. 27	59. 27. 50	0. 40. 0 +	1. 35. 3 —	6	d	
	8. 26. 13	349. 21. 12	59. 26. 35	0. 37. 45 +	1. 36. 18 —	6	d	} déterminée.
9	8. 15. 34	348. 34. 23	58. 0. 0	1. 21. 45 —	0. 41. 2 +	6	65	
	8. 15. 34	348. 34. 43	58. 0. 30	10. 44. 45 —	0. 6. 3 —	3	β	de Cassiopée.
10	8. 57. 55	347. 47. 38	56. 25. 25	2. 8. 30 —	0. 53. 33 —	6	65	} déterminées.
11	11. 1. 39	347. 3. 45	54. 38. 39	1. 26. 45 —	1. 40. 29 —	7	58	
13	9. 10. 29	345. 36. 30	51. 20. 24	1. 24. 15 +	0. 17. 25 —	6	45	} par la même.
	10. 1. 52	345. 37. 30	51. 20. 22	1. 25. 15 +	0. 17. 27 —	6	45	
16	10. 13. 32	343. 58. 29	45. 32. 57	0. 22. 22 —	0. 22. 14 +	6	4	d'Andromède.
	10. 54. 4	343. 54. 51	45. 30. 2	0. 26. 0 —	0. 19. 19 +	6	4	par la même.
17	7. 49. 47	343. 27. 21	43. 44. 14	8. 11. 30 —	1. 30. 15 —	4	λ	d'Andromède.
20	8. 15. 10	343. 58. 4	37. 10. 50	0. 35. 30 —	0. 19. 17 —	8	39	déterminée.
	8. 28. 0	341. 57. 34	37. 9. 51	0. 36. 0 —	0. 20. 16 —	8	39	par la même.
	8. 28. 0	341. 57. 49	37. 9. 48	0. 51. 45 +	1. 16. 51 +	7	34	} déterminées.
	9. 4. 26	341. 57. 4	37. 6. 25	0. 36. 30 —	0. 23. 42 —	8	39	
23	8. 1. 52	340. 50. 51	30. 19. 26	2. 44. 0 +	1. 16. 31 +	3	η	de Pégase.
	8. 32. 51	340. 50. 6	30. 16. 54	2. 43. 15 +	1. 13. 59 +	3	η	par la même.
24	13. 52. 21	340. 24. 1	27. 25. 32	2. 49. 0 —	0. 33. 43 +	2	β	} de Pégase.
25	7. 15. 49	340. 11. 31	25. 43. 59	3. 1. 30 —	1. 7. 50 —	2	β	

1774.	T E M P S vrai.	ASCENSIONS droites observées.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascenf. dr. entre les Étoiles & la Comète.	DIFFÉRENCE en déclinaison.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	É T O I L E S avec lesquelles la Comète a été comparée.
		H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.		
Sept. 26	7. 45. 58	339. 51. 15	23. 18. 0	0. 5. 15 +	0. 5. 4 —	4	μ	de Pégase.
	8. 28. 4	339. 51. 0	23. 13. 9	0. 5. 0 —	0. 9. 55 —	4	μ	par la même.
30	7. 23. 11	338. 52. 59	14. 11. 13	4. 30. 15 —	0. 11. 19 +	2	α	Markab de Pégase.
	7. 46. 58	338. 53. 14	14. 9. 26	4. 30. 0 —	0. 9. 32 +	2	α	par la même.
	8. 15. 36	338. 53. 29	14. 7. 51	4. 29. 45 —	0. 7. 57 +	2	α	
Oct. 1	7. 32. 10	338. 40. 25	11. 59. 15	0. 12. 0 —	0. 57. 33 +	4	ξ	de Pégase.
	9. 58. 3	338. 39. 55	11. 47. 13	0. 12. 30 —	0. 45. 31 +	4	ξ	par la même.
	10. 40. 30	338. 39. 40	11. 42. 28	0. 12. 45 —	0. 40. 46 +	4	ξ	
2	7. 22. 58	338. 29. 21	9. 50. 36	0. 56. 15 +	0. 10. 50 +	3	ζ	de Pégase.
	7. 25. 21	338. 31. 10	9. 51. 17	0. 21. 15 —	1. 10. 25 —	4	ζ	de Pégase.
3	8. 10. 44	338. 18. 35	7. 41. 36	1. 54. 29 —	0. 56. 17 —	6	ϵ	
	10. 20. 33	338. 17. 34	7. 31. 6	1. 55. 30 —	1. 6. 47 —	6	ϵ	par la même.
4	7. 8. 2	338. 9. 35	5. 46. 48	0. 36. 30 —	0. 37. 25 —	8	α	déterminée.
	7. 39. 1	338. 9. 5	5. 43. 30	0. 37. 0 —	0. 40. 43 —	8	α	par la même.
5	7. 3. 40	338. 1. 10	3. 48. 26	4. 15. 0 +	0. 33. 57 +	6	α	de Pégase.
	7. 31. 40	338. 1. 22	3. 47. 32	5. 5. 0 —	1. 10. 49 +	5	β	des Poissons.
	8. 10. 23	338. 1. 49	3. 43. 4	3. 23. 45 +	0. 25. 53 +	6	α	de Pégase.
6	13. 31. 57	337. 53. 46	1. 27. 24	6. 23. 30 —	0. 33. 4 +	6	λ	des Poissons.
	14. 35. 34	337. 53. 4	1. 20. 11	2. 32. 45 +	0. 30. 37 —	7	9	déterminée.
			Ausfrale.					
8	6. 52. 28	337. 44. 21	1. 37. 10	5. 14. 0 +	0. 53. 45 —	3	γ	du Verseau.
	7. 5. 0	337. 46. 20	1. 37. 26	1. 49. 30 +	0. 21. 10 +	4	η	
	7. 27. 13	337. 45. 34	1. 39. 40	3. 27. 0 +	0. 29. 45 +	4	ζ	
	7. 27. 13	337. 44. 50	1. 39. 32	1. 48. 0 +	0. 23. 16 +	4	η	
	7. 27. 13	337. 44. 21	1. 39. 42	5. 14. 0 +	0. 51. 13 —	3	γ	par la même.
9	6. 53. 53	337. 40. 36	3. 17. 11	5. 10. 15 +	0. 46. 16 +	3	γ	
	7. 16. 18	337. 40. 21	3. 19. 11	5. 10. 0 +	0. 48. 16 +	3	γ	du Verseau.
11	6. 48. 53	337. 34. 7	6. 25. 35	1. 2. 45 +	1. 2. 28 +	5	κ	
	7. 51. 15	337. 33. 7	6. 29. 43	1. 1. 45 +	1. 6. 36 +	5	κ	par la même.
	8. 59. 14	337. 32. 22	6. 34. 38	1. 1. 0 +	1. 11. 31 +	5	κ	
12	8. 55. 0	337. 30. 22	8. 1. 33	0. 5. 45 —	1. 44. 38 +	7	16	déterminée.
	9. 13. 22	337. 30. 43	8. 0. 48	2. 42. 7 —	0. 45. 34 —	4	λ	du Verseau.
	9. 13. 22	337. 30. 42	8. 0. 42	0. 21. 19 —	0. 7. 21 —	6	67	
	9. 26. 29	337. 30. 43	8. 2. 24	2. 42. 7 —	0. 43. 58 —	4	λ	
	9. 26. 29	337. 30. 42	8. 2. 29	0. 21. 19 —	0. 5. 34 —	6	67	
	9. 47. 29	337. 30. 43	8. 3. 25	2. 42. 7 —	0. 42. 57 —	4	λ	
	9. 47. 29	337. 30. 42	8. 3. 30	0. 21. 19 —	0. 4. 33 —	6	67	
14	9. 10. 56	337. 29. 58	10. 47. 18	1. 40. 0 —	0. 57. 30 —	6	70	par la même.
	9. 30. 3	337. 30. 37	10. 46. 18	0. 18. 0 —	0. 30. 12 —	6	65	
25	6. 53. 45	338. 4. 19	21. 35. 52	0. 47. 45 —	0. 49. 0 —	6	δ	du Verseau.
	7. 9. 50	338. 2. 57	21. 37. 29	2. 27. 45 +	0. 14. 0 —	5	ν	
	7. 39. 18	338. 3. 12	21. 37. 29	2. 28. 0 +	0. 14. 0 —	5	ν	
	7. 39. 18	338. 4. 43	21. 35. 7	0. 12. 30 +	1. 34. 53 +	6	δ	

TABLE II. *Des Ascensions droites & Déclinaisons des Étoiles qui ont été employées à la détermination des lieux de la Comète de 1774. Les positions réduites au temps des observations.*

ASCENSION droite des Étoiles.	DÉCLINAISON	Grandeur des Étoiles.	Letres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
2. 47. 40	70. 33. 9 B.	8	3	déterminée; Comète comparée le 28 Août.
7. 23. 25	73. 44. 51	6	21	de Cassiopée, Flamst. Com. compar. le 28 Août.
7. 53. 25	73. 36. 40	6	23	de Cassiopée, Flamst. Com. compar. le 27 Août.
15. 28. 25	76. 21. 43	7	4	déterm. Com. comp. les 18, 19, 20 & 21 Août.
25. 43. 34	76. 10. 57	5	47	de Cassiopée, vérifiée par γ de Céphée.
26. 4. 4	75. 0. 55	6	49	de Cassiopée, vérifiée par la même γ .
332. 30. 21	2. 30. 55 A.	3	γ	du π , Éphémérides, Com. com. le 8 & le 9 Octob.
333. 46. 10	3. 14. 29 B.	6	α^1	de Pégase, Flamst. Com. comp. le 5 Octobre.
334. 18. 34	1. 9. 55 A.	4	ζ	du π , Éphémérides, Com. comp. le 8 Octobre.
334. 38. 4	3. 17. 11 B.	6	α^2	de Pégase, Flamst. Com. comp. le 5 Octobre.
335. 20. 19	1. 50. 48	7	9	déterminée, Com. compar. le 7 Octobre matin.
335. 35. 12	21. 51. 29 A.	5	ψ	du π , Éphémérides, Com. comp. le 25 Octobre.
335. 56. 30	1. 16. 16	4	η	du π , Éphémérides, Com. comp. le 8 Octobre.
336. 31. 22	5. 23. 7 A.	5	χ	du π , Éphémérides, Com. comp. le 11 Octobre.
337. 33. 6	9. 39. 46 B.	3	ζ	de Pégase, Astr. Fond. Com. comp. le 2 Octobre.
337. 36. 7	6. 16. 45	7	16	déterminée, Comète comp. le 12 Octobre.
337. 48. 37	11. 16. 30 A.	6	65	du π , Flamstéed, Com. comp. le 7 Octobre.
337. 52. 1	8. 8. 3	6	67	du π comparé à λ , Com. comp. le 12 Octobre.
337. 52. 13	20. 0. 14	6	g^1	du π , Flamstéed, Com. comp. le 25 Octobre.
338. 6. 51	29. 2. 55 B.	3	η	de Pégase, Astron. Fond. Com. comp. le 23 Sept.
338. 46. 5	6. 24. 13	8	23	déterminée; Com. comp. le 4 Octobre.
338. 52. 4	20. 46. 52 A.	6	g^2	du π , Flamstéed, Com. comp. le 25 Octobre.
338. 52. 25	11. 1. 42 B.	4	ξ	de Pégase, déduit de ζ & de <i>Markab</i> , Com. compar. le 1 & 2 Octobre.
339. 9. 58	11. 44. 48 A.	6	70	du π , Flamstéed, Com. comp. le 14 Octobre.
339. 46. 0	23. 23. 4 B.	4	μ	de Pégase, Flamstéed, Com. comp. le 26 Septemb.
340. 12. 50	8. 46. 22 A.	4	λ	du π , Éphémérides, Com. comp. le 12 Octobre.
340. 13. 4	8. 37. 53 B.	6	ϵ	de Pégase, Flamstéed, Com. comp. le 3 Octobre.
340. 25. 32	65. 0. 38	4	1	de Céphée, Éph. du P. Hell, Com. comp. le 3 Sept.
341. 6. 4	35. 52. 57	7	34	déterminée; Com. comp. le 20 Septembre.
342. 33. 34	37. 30. 7	8	39	déterminée; Com. comp. le 20 Septembre.
342. 53. 44	41. 7. 7	4	0	d'Andromède, Astron. fond. Erreur dans Flamstéed de 9 degrés.

ASCENSION droite.	DÉCLINAIS.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES, qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
343. 6. 22	2. 36. 43 B.	5	β	des Poissons, Éphémér. Com. comp. le 5 Octob.
343. 13. 1	26. 51. 49	2	β	de Pégaſe, Aſtron. fond. Com. comp. le 24 & le 25 Septembre.
343. 23. 14	13. 59. 54	2	α	Markab, Aſtron. fond. Com. comp. le 30 Sept.
344. 12. 15	51. 37. 49	6	45	déterminée, Com. comp. le 13 Septembre.
344. 17. 16	0. 54. 20 A.	6	A	des Poissons, Éph. Com. comp. le 7 Oct. matin.
344. 20. 51	45. 10. 43 B.	6	4	d'Andromède, comp. à λ . Com. comp. le 16 Sept.
345. 13. 32	65. 52. 59	8	49	déterminée; Com. comp. le 4 Septembre.
347. 18. 6	66. 52. 37	5	0	de Céphée. Flamſtéd, Comète comp. le 31 Août, 1 & 2 Septembre.
348. 30. 30	56. 19. 8	7	58	déterminée; Com. comp. le 11 Septembre.
348. 43. 27	61. 2. 53	6	d	de Caſſiopée, Flamſt. Com. comp. 6, 7 & 8 Sept.
349. 56. 8	57. 18. 58	6	65	déterminée; Com. comp. 9 & 10 Septembre.
350. 24. 47	64. 29. 57	8	67	déterminée; Com. comp. le 5 Septembre.
351. 38. 51	45. 14. 29	4	λ	d'Andromède, Éphémérides du P. Hell, Comète comparée le 17 Septembre.
352. 51. 2	63. 9. 41	8	68	déterminée; Com. comp. le 6 Septembre.
353. 59. 32	65. 30. 54	7	69	déterminée; Com. comp. le 4 Septembre.
354. 14. 12	66. 32. 34	6	70	déterminée; Com. comp. le 3 Septembre.
359. 19. 28	57. 54. 27	3	β	de Caſſiopée, Aſtr. fond. Com. comp. le 9 Septemb.

Je rapporterai en finissant ce Mémoire, les Éléments de l'orbite de cette Comète, de huit manières différentes, calculés d'après mes observations; les premiers *n.° I*, calculés par M. le Président de S. * * d'après les observations des 19 Août, 4 & 20 Septembre; le *n.° II*, par le même, d'après les observations des 23 Août, 11 Septembre & 1.^{er} Octobre; le *n.° III* représente les Éléments, en prenant un milieu entre les *n.°s I & II*. Ces Éléments sont déjà imprimés dans l'ouvrage de M. du Séjour: *Essai sur les Comètes*, page 334.

Les éléments du *n.° IV*, ont été calculés par M. Méchain, attaché au Dépôt de la Marine, & publiés dans la *Connoissance des Temps de 1776*, page 307. Les éléments du *n.° V*, calculés par

par le même, d'après les observations des 19 Août, 14 & 25 Septembre; les élémens *n.º VI*, du même, d'après les observations des 9, 25 Septembre & 9 Octobre; le *n.º VII*, calculé par le même, & M. Méchain m'a mandé dans la Lettre du 1.^{er} Décembre, que c'étoit à ces derniers élémens qu'il falloit s'en tenir; le *n.º VIII*, calculé par M. l'Abbé Boscowich, d'après les observations des 19, 27 Août & 4 Septembre.

É L É M E N S.	I.	II.	III.	IV.
	S. D. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M.
Lieu du nœud ascendant...	6. 0. 57. 26	6. 0. 50. 13	6. 0. 53. 49	6. 0. 49
Inclinaison de l'orbite.....	83. 47. 40	82. 48. 38	82. 48. 9	83. 0
Lieu du Périhélie.....	10. 16. 27. 57	10. 16. 48. 24	10. 16. 38. 10	10. 17. 22
Logarithme de la dist. périhélie.	0,153700	0,153900	0,153900	0,155032
Passage au Périhélie... Août...	14. 4. 20. 0	14. 17. 56. 0	14. 11. 8. 0	15. 10. 55
<i>Son mouvement direct.</i>	V.	VI.	VII.	VIII.
Lieu du nœud ascendant...	6. 0. 48. 38	6. 0. 48. 39	6. 0. 49. 48	6. 1. 22
Inclinaison de l'orbite.....	83. 0. 35	83. 0. 51	83. 0. 25	0. 82. 21
Lieu du Périhélie.....	10. 17. 13. 16	10. 17. 19. 12	10. 17. 22. 4	10. 17. 26
Logarithme de la dist. périhélie.	0,154363	0,154432	0,154906	0,154121
Passage au Périhélie... Août...	15 ⁱ 7 ^h 1' 40"	15 ⁱ 9 ^h 59' 20"	15 ⁱ 10 ^h 55' 35"	15 ⁱ 5 ^h 17'

RECUEIL des Observations de la Comète de 1774 (a).

À L I M O G E S.

M. Montaigne fit la découverte de cette Comète, le 11 du mois d'Août, comme je l'ai déjà rapporté au commencement de mon Mémoire; je n'ai trouvé nulle part qu'il en ait fait des observations suivies, il avoit seulement envoyé à l'Académie quelques configurations de la Comète, à l'égard

(a) Le peu de lumière qu'avoit la Comète & la grande difficulté de l'observer, ont rendu les observations peu nombreuses, de manière que celles que contient ce Mémoire sont presque les seules qui aient été faites; c'est pourquoi je les ai rapportées dans le plus grand détail.

des Étoiles qui l'environnoient, & quelques détails que j'ai rapportés ; j'ajouterai ici ce qu'il a écrit depuis & qui est venu à ma connoissance.

Dans une de ses lettres du 16 Août, adressée à M. le Monnier, il lui mandoit : « Il suffit d'employer, pour voir la » Comète, une lunette qui amplifie entre quarante & soixante » fois; celle dont je me sers est un objectif achromatique, à » deux verres, de trois pieds & demi de foyer, à laquelle j'ai » adapté, moi-même, quelques oculaires que j'ai trouvé les » plus convenables, & avec lesquels elle grossit cinquante fois, » & en y employant d'autres oculaires, je puis la porter jusqu'à quatre-vingts fois. »

Le 3 Décembre, on lut à l'Académie une seconde lettre de M. Montaigne, dans laquelle il annonçoit qu'il avoit vu la Comète, jusqu'au 8 de Novembre, près de *Phomahant*; que le 23 Octobre, à six heures & demie du soir, la Comète avoit rencontré l'étoile *g'* du Verseau, sixième grandeur; que la lumière de l'Étoile avoit fait disparaître l'atmosphère de la Comète, & qu'on voyoit l'Étoile sous la Comète, quoique la Comète fût au-devant de l'Étoile (*b*).

Voilà tout ce que j'ai pu recueillir de M. Montaigne, sur la Comète de 1774.

À T O U L O U S E.

M. Garipuy, manda à M. Darquier, alors à Paris, que son fils auroit désiré de lui envoyer son observation de la Comète, du 10 Septembre 1774, avec deux autres qu'il avoit faites le 7 & le 8; que n'ayant pas eu le temps de rédiger ces deux dernières, il lui envoyoit celle du 10. M. Garipuy fit d'abord passer la Comète, & ensuite » de Cassiopée

(*b*) Cette observation est bien singulière, mais elle demande d'être vérifiée avec beaucoup de soin; car l'étoile pouvoit bien être placée à côté du noyau de la Comète, par ce moyen être visible, & comme la Comète avoit peu de lumière: celle de l'étoile qui étoit bien plus considérable l'effaçoit. Voyez ci-dessus les Observations de la nuit du 18 au 19 Août, celle des 26 Septembre & 11 Octobre.

dans le champ de la lunette, qui étoit fixe dans l'intervalle des deux passages; il en résulta que la Comète passa au centre de la lunette à $8^h 48' 46'' \frac{1}{2}$ de temps vrai, & π au même fil horaire à $10^h 13' 54''$; c'est-à-dire, $1^h 25' 7'' \frac{1}{2}$ plus tard. La Comète employa $4' 33''$ à parcourir le champ de la lunette par le milieu, ce qui répond à $37' 52''$, 5 de degrés de grand cercle, vu la déclinaison de l'Étoile. L'Étoile ne mit que $1' 42''$ à parcourir la corde, dont la longueur étoit de $11' 33''$; ainsi la distance de cette corde au centre, étoit de $17' 52''$, qui expriment l'excès de la déclinaison de l'Étoile sur celle de la Comète; celle de l'Étoile, étoit de $56^d 37' 40''$; donc celle de la Comète, étoit de $56^d 19' 48''$.

D'après l'observation de M. Garipuy, j'ai réduit la position de l'étoile π de Cassiopée, prise du Catalogue de Flamsteed, au 10 Septembre 1774, jour de l'observation; son ascension droite étoit de $8^d 50' 24''$; & sa déclinaison $56^d 37' 42''$ boréale. La Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de $21^d 16' 52''$, qui étant ôtées de l'ascension droite de l'Étoile, donnent $347^d 33' 32''$ pour celle de la Comète; la Comète étoit inférieure à l'Étoile de $17' 52''$, qui étant ôtées de $56^d 37' 42''$ déclinaison de l'Étoile, donnent pour celle de la Comète $56^d 19' 50''$. En comparant cette détermination avec celle que j'ai faite le même jour, & presque à la même heure, on trouve une différence dans l'ascension droite de $14' 6''$, & dans la déclinaison $5' 35''$ en moins dans la détermination de M. Garipuy.

À BERLIN.

M. Bode, Astronome, vit le 9 Octobre la Comète de 1774 (c); elle paroissoit dans le neuvième degré des Poissons, ayant une latitude boréale de six degrés trois quarts, placée presque à côté des étoiles π , ζ & η du Verseau, & à l'Est de ces Étoiles; vue à travers un télescope de sept pieds de longueur, elle paroissoit avoir une figure irrégulière

(c) Gazette de France, n.º 90, 1774.

& environnée d'une forte nébulosité. Le temps ne permit pas de la voir le 10, mais le 12 à neuf heures du soir, la Comète s'étoit avancée vers le Sud, & paroissoit à l'Est de l'étoile α du Verseau, éloignée de cette Étoile d'un degré & demi; après avoir mesuré les distances respectives entre l'Étoile & la Comète, il trouva que la Comète avoit de longitude $7^d 9'$ des Poissons, & que sa latitude étoit de $2^d 55'$ boréale; de manière que la Comète, dans l'espace de deux jours, s'étoit avancée vers le Sud de quatre degrés, & que son mouvement apparent se faisoit contre l'ordre des signes.

ANGLETERRE, À PLASTOW, dans le Comté de Kent.

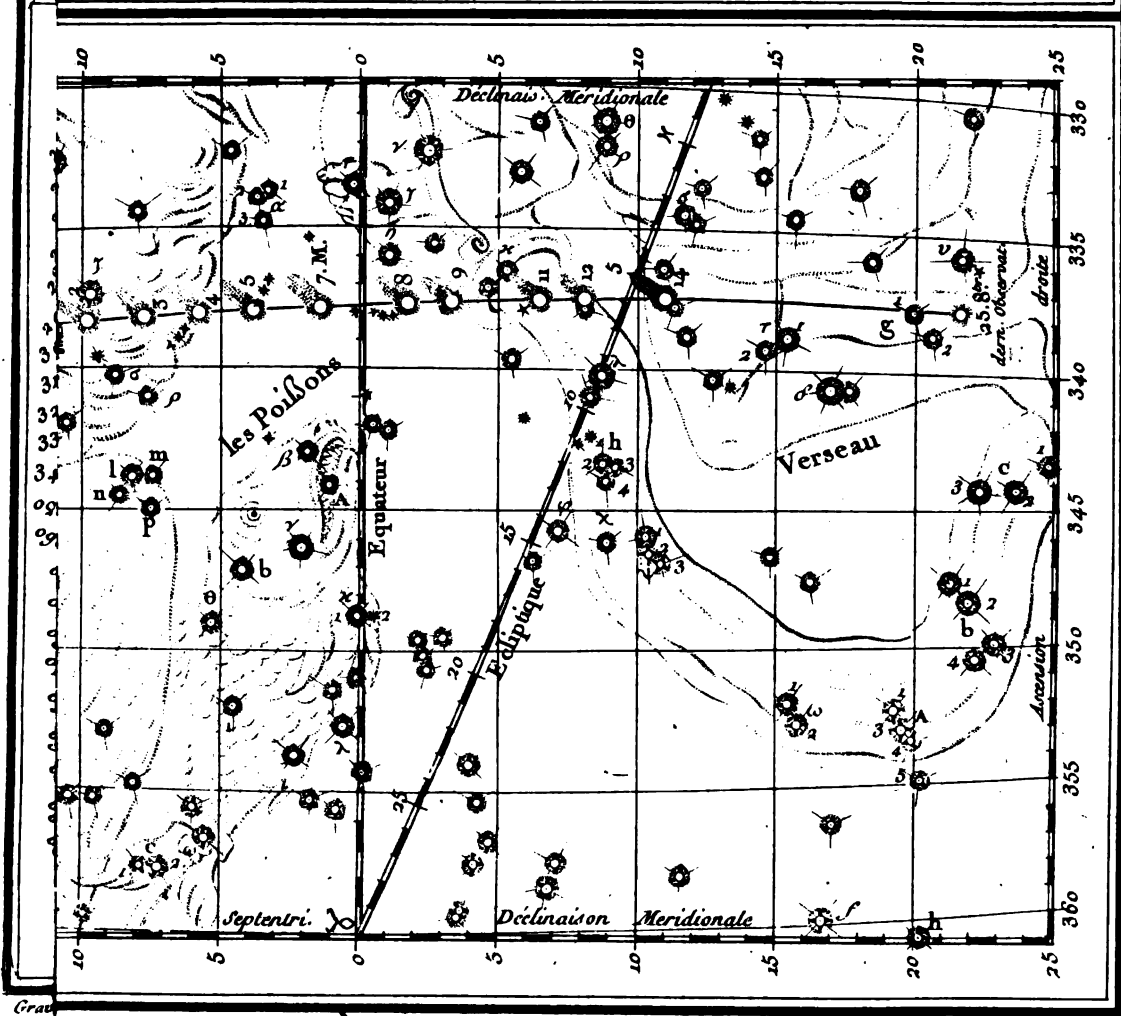
M. Henri Telscher, Astronome, me manda dans sa lettre du 10 Octobre 1774. « Le 3 Octobre, je découvris une » petite Comète dans la constellation de Pégase, près de ζ , » ayant plus de neuf degrés de déclinaison. Mes instrumens » étoient dérangés, cependant je déterminai, le mieux qu'il me » fut possible, la différence d'ascension droite entre la Comète » & η du Verseau, $0^h 7' 41''$, 5, & la différence de déclinaison » $12' 20''$, dont la Comète étoit plus australe. » Le 9, $0^h 6' 29''$ & $2^d 6' 0''$, en sorte qu'en un jour sidéral, » elle avoit fait $1^d 53' 40''$ en déclinaison, & $1' 12''$ en ascension droite; retrograde. »

M. Telscher, avoit joint à sa lettre, une figure de la route de la Comète, depuis le 3 jusqu'au 9 Octobre.



E 1774 ~

Instrumens près du pied droit du Verseau.



OCCULTATION

DE L'ÉTOILE DOUBLE γ DE LA VIERGE,

PAR LA LUNE,

Le 1.^{er} Août 1775.

*Conjonction de Saturne avec la Lune le même jour,
& la position d'une Étoile de 7.^{me} grandeur, qui a
dû être éclipsée le même soir par la Lune.*

Par M. MESSIER.

L'OBSERVATION de γ de la Vierge étoit annoncée, 2 Août:
l'immersion au bord obscur de la Lune pour 8 heures, 1775.
& l'émergence pour 8^h 56'.

Le ciel, pendant la journée jusqu'à sept heures du soir, ne donnoit aucune espérance à pouvoir faire cette observation, à cause du ciel presque continuellement couvert; après sept heures il commença à devenir serein du côté du couchant où étoit la Lune: la Lune parut après sept heures: Saturne, la Lune, γ de la Vierge & une Étoile de la septième grandeur, étoient, à peu de chose près, sur le même parallèle, passant dans le même champ de la lunette, sans être obligé de la changer de position.

J'employois à ces observations ma lunette achromatique de quarante pouces de foyer; pour l'occultation de γ je la fit grossir environ cent cinquante fois; ce grossissement étoit nécessaire pour pouvoir apercevoir la séparation des deux Étoiles qui n'en forment qu'une sous une forme allongée, avec un grossissement moindre, comme de trente à quarante. Ce grossissement de cent cinquante fois, me fis reconnoître que les deux Étoiles étoient séparées, & qu'elles avoient sensiblement, l'une & l'autre, la même lumière: l'intervalle

des deux Étoiles étoit assez grand , pour pouvoir observer l'occultation de l'une & de l'autre.

Temps vrai.

8^h 3' 52"¹/₂ immersion de γ la plus occidentale au bord obscur de la Lune.

8. 4. 0¹/₂ immersion de la plus orientale.

Pour l'observation de l'émerison du bord éclairé de la Lune , il ne fut pas possible de la faire : la Lune étoit entrée , à 8^h 40', dans un nuage très-épais , qui s'élevoit à quelques degrés au-dessus de l'horizon ; elle y resta cachée jusqu'à son coucher.

Cette observation de γ de la Vierge , par la Lune , est assez rare ; elle fut observée par M. Cassini , le 21 Avril 1720 , avec une lunette de seize pieds , & il en a tiré des conséquences tant pour l'atmosphère de la Lune que pour la grandeur des Étoiles (a). Je fis la même observation , le 7 Avril 1762 , avec un télescope Grégorien de trente pouces de foyer , qui grossissoit cent quatre fois : les quatre momens furent observés avec beaucoup de soin (b).

Pendant que γ de la Vierge étoit derrière le disque de la Lune , je mis à ma lunette achromatique , montée sur la machine parallactique , son micromètre à fils , & j'observois les différences de passages en ascension droite , entre le centre de Saturne & le premier bord de la Lune , ainsi que la différence en déclinaison.

Temps vrai.

8^h 7' 48"¹/₂ passage du centre de Saturne au fil horaire.

8. 15. 11 passage du premier bord de la Lune au même fil.

La différence en déclinaison , entre le centre de Saturne & le bord septentrional de la Lune , étoit de 13' 15"³/₄.

Temps vrai.

8^h 19' 54" passage du centre de Saturne au fil horaire ,

8. 27. 37¹/₄ passage du premier bord de la Lune au même fil.

(a) Mémoires de l'Académie , année 1720 , page 141.

(b) Mémoires des Savans étrangers , tome V , page 313.

Différence de déclinaison $15' 19'' \frac{1}{2}$.

Temps vrai.

8^h 31' 44" passage du centre de Saturne.

8. 39. 47 $\frac{1}{4}$ passage du premier bord de la Lune.

Peu de secondes après ce dernier passage, la Lune entra dans des nuages pour ne plus reparoître.

Une étoile de la septième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée, devoit être éclipsée par la Lune, vers le temps de l'émerfion de γ ; l'observation ne put avoir lieu à cause du ciel couvert : je déterminai la position de cette Étoile par γ ; son ascension droite moyenne fut trouvée, pour le 1.^{er} Août 1775, de $188^d 2' 11''$, & sa déclinaison australe, de $0^d 20' 14''$.



SUITE DU
MÉMOIRE IMPRIMÉ EN 1774.
 SUR LES
PLUS GRANDES DIGRESSIONS
OBSERVÉES
DE MERCURE AU SOLEIL,
Et principalement vers le Périhélie.

Par M. LE MONNIER.

ON doit se rappeler ici, qu'ayant insisté le plus sur les digressions qui répondoient à l'aphélie de Mercure, j'avois dessein, en les comparant aux digressions vues vers le périhélie, de vérifier les Tables de Halley, quant à l'excentricité de l'orbite de Mercure. Je l'avois ébauché déjà, autrefois, par d'autres observations de cette Planète vue au Méridien dans les moyennes distances; j'ai donc ainsi trouvé l'erreur des Tables, négative aux temps des plus grandes digressions aphéliques du commencement d'Août & de la fin de Juillet des années 1747 & 1767; cette erreur m'a paru d'ailleurs à peine croissante: savoir, de — $0' 32''$, & — $1' 12''$ dans l'espace de vingt années, selon les mêmes Tables, que j'ai suivies sans les altérer, &c.

Il s'agit donc d'examiner ici, s'il y en a, d'abord le progrès des erreurs des mêmes Tables, vers le périhélie, & même dans un plus grand intervalle de temps que celui de vingt années, & enfin, l'excentricité absolue. J'ai déjà rapporté une seule des observations récentes; savoir, celle de 1753 du 26 Septembre; mais j'en ai fait une autre encore plus exacte, cette année-ci, le 3 Mars 1775: dans celle-là, Mercure n'étant pas fort éloigné de sa plus grande digression, j'ai trouvé sa longitude géocentrique, $15^d 41' 01'' \frac{1}{2}$, lorsque

lorsque les Tables de Halley la représentoient en $m 15^d 40' 10''$; elle étoit donc ainsi moins avancée, & l'erreur des Tables négative, comme aux digressions aphélie, savoir, de $0' 51'' \frac{1}{2}$. J'étois enfin impatient de savoir, cette année, ainsi que pour le mois de Septembre 1701, si l'erreur des Tables de Mercure étoit dans le même sens; ou bien s'il y avoit, comme aux digressions aphélie, quelque accroissement sensible; c'est ce que j'ai reconnu en effet devoir être admis, sur-tout par la comparaison des passages au Méridien, vus en 1701 & en 1775 aux digressions périhélie.

Quelques variations dans les élémens des Tables du Soleil, à cause que Halley y a fait l'équation du centre un peu trop grande, sembleroient d'abord compliquer ici les comparaisons des digressions périhélie, faites en Mars & en Septembre, & cela, nonobstant le soin qu'on apporte toujours à déduire la longitude observée de la Planète, de celle du Soleil, corrigée sur les meilleures Tables; aussi n'ai-je d'abord examiné que dans cette vue, celles des 20 & 21 Septembre 1701, pour les comparer à l'observation du 26 Septembre 1753, faites dans la même saison; on peut dire ici, que celles du commencement du siècle, bien examinées, s'accordent entr'elles & donnent sensiblement la même erreur négative, savoir, — $0' 35$ à $36''$. Il est vrai, qu'une autre observation du 12 Septembre 1701, faite au passage de Mercure par le Méridien, comme les deux autres, ne donne l'erreur des Tables négative que de 20 secondes, & même que l'erreur deviendroit presque nulle, si on corrige la hauteur méridienne (ou la déclinaison observée) marquée douteuse dans le registre. Mais nous n'avons pas pour celle-là des hauteurs méridiennes observées du jour précédent ni du jour qui suit, pour nous aider à la rectifier, & jusqu'à ce que nous ayons des Tables plus exactes des mouvemens combinés du Soleil & de Mercure, on doit craindre d'y employer en vain les latitudes géocentriques des mêmes Tables: l'anomalie moyenne de Mercure, étoit ce jour-là, 12 Septembre 1701, $5^d 12^d \frac{1}{2}$, & l'élongation, selon les Tables, étoit de

Mém. 1775.

P p p

$17^d 25' \frac{1}{4}$ ou d'une minute au moins plus petite que selon l'observation.

Je trouve aussi que la plus grande élongation a dû se faire le 15 Septembre, d'environ $17^d 55'$, selon les Tables; & que le 16 Septembre, au passage par le périhélie, vers $5^h 21' \frac{1}{2}$ du soir, temps moyen, l'élongation se réduisoit déjà à $17^d 40' \frac{1}{2}$; mais c'est moins la quantité absolue de ces plus grandes élongations que nous cherchons ici, qu'à vérifier la distance de Mercure au Soleil, en parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est 100000. Rappelons-nous d'abord, que le 20 Septembre, l'anomalie moyenne de Mercure étoit déjà $6^f 15^d \frac{1}{4}$, & l'élongation $16^d 17' 49''$, c'est-à-dire, $1' 13''$ plus grande que selon les Tables: qu'enfin, le jour suivant, j'ai pareillement trouvé l'excès de $1' 10''$; d'où l'on pourroit conclure, comme au 12 Septembre, qu'aux temps de la plus grande élongation (si on l'eût observée) les Tables l'auroient représentée au moins une minute trop petite.

Mais nous voyons, qu'en 1753, elles la représentent au 26 Septembre, une minute un quart plus petite, les Tables donnant l'élongation $17^d 45' 33'' \frac{1}{2}$, & la différence entre la longitude de Mercure observée $m^p 15^d 40' 01'' \frac{1}{2}$ & le lieu du Soleil corrigé $\approx 3^d 26' 50''$, étant $17^d 46' 48'' \frac{1}{2}$; il feroit donc vrai de dire, qu'il y a eu en effet quelque accroissement, pourvu que l'observation, faite ce jour-là, soit exacte & exempte d'erreurs, n'ayant été vérifiée par aucune autre qui nous la confirmât.

Dans l'un & l'autre cas de 1701 & de 1753, Mercure n'a été comparé qu'au Soleil, à son passage par le Méridien, & il s'en falloit beaucoup que les déclinaisons ou hauteurs méridiennes de ces deux astres fussent égales; ce qui introduit toujours une critique délicate des erreurs du plan de l'instrument. C'est ce qu'il est souvent plus utile, comme on va le voir dans l'instant, de vérifier, lorsqu'il est possible, par les passages au Méridien de quelques Étoiles.

J'ai pratiqué cette maxime soigneusement jusqu'ici, & en

dernier lieu le 3 Mars de cette année 1775, ayant aperçu Mercure au Méridien, lorsqu'il étoit à peine $0^d \frac{1}{4}$ au-delà de son périhélie: ma pendule de Graham, nouvellement rétablie, étoit réglée depuis le 9 Février, & n'avançoit chaque jour que de $6'' \frac{1}{2}$ sur la révolution des Étoiles fixes. Voici les observations.

Le 3 Mars 1775, à $1^h 02' 20'' \frac{1}{4}$ de temps vrai ou apparent, l'ascension droite de Mercure comparé avec Procyon, étoit $359^d 45' 30''$.

À $22^h 56' 05''$... passage du Soleil au Méridien à $55^d \frac{1}{2}$ du Zénith.

23. 58. $35 \frac{1}{2}$ Mercure..... $47^d 50' 35$.

7. 27. $08 \frac{1}{4}$ Procyon..... $43. 04. 10$.

J'ai eu égard dans ces passages aux erreurs de plan de mon grand quart-de-cercle mural, ainsi qu'aux vérifications des distances que j'avois faites par les étoiles voisines du zénith; d'où j'ai tiré ci-dessus les distances au zénith apparentes de Mercure & de l'étoile. Ayant supposé la latitude du lieu $48^d 52' 07'' \frac{1}{2}$, la réfraction moins la parallaxe 63 secondes, & la déclinaison boréale $1^d 0' 32''$, j'en ai déduit la longitude de Mercure $\gamma 0^d 10' 48''$, avec une latitude boréale de $1^d 01' 18''$; les Tables de Halley non corrigées, donnent $\gamma 0^d 10' 14'' \frac{1}{3}$, & par conséquent la longitude géocentrique 34 secondes plus petite; enfin j'ai trouvé l'élongation ce jour-là $17^d 21' 13'' \frac{1}{2}$: mais il est inutile de comparer ici l'élongation aux Tables de Halley, qui en diffèrent à peine en moins d'un tiers de minute, parce que le Soleil étoit alors dans son deuxième demi-cercle d'anomalie où l'équation du centre des Tables solaires se fait en sens contraire de ce qui arrive au mois de Septembre, & que cette équation, comme je l'ai prouvé en 1742 & 1746, est un peu trop grande dans les anciennes Tables.

La comparaison que j'ai faite de Mercure au Soleil & à une étoile, m'a dédommagé de n'avoir pu la réitérer les jours suivans, à cause des mauvais temps, & sur-tout quatre jours après, lorsque j'aurois pu voir Mercure dans sa plus grande

digression orientale: il est vrai qu'il étoit déjà pour lors fort loin de son périhélie, & qu'on ne s'est guère proposé que de rechercher uniquement les distances absolues de Mercure au Soleil dans le temps de ces digressions aphélie & périhélie, comme il a été déjà dit ci-dessus.

J'avertirai d'ailleurs que les Tables du Soleil, que j'ai fait imprimer, & qui m'ont fait connoître le lieu du Soleil ce jour-là $\times 12^d 49' 52''$, ainsi que son ascension droite $344^d 10' 38''$ représenteroient ainsi la longitude observée de Mercure 22 à 23 secondes plus grande que ci-dessus: cependant elles indiquoient cette année-ci sur la fin de l'hiver, un excès d'un tiers ou d'un quart de minute, ce qui fait voir qu'il ne faut pas toujours s'en rapporter aux Tables du Soleil les plus correctes ou à celles qui sont en vogue, puisqu'elles ne sont pas absolument exemptes de quelques erreurs. A l'égard des Tables de Mercure de Halley, comme il s'agit ici de vérifier l'excentricité de l'orbite de cette Planète, nous retiendrons d'abord la plus grande équation de l'orbite proposée dans ces Tables de $23^d 42' \frac{1}{2}$ dans les calculs qui vont suivre, ainsi que les autres élémens de ces mêmes Tables, que nous sommes obligés d'adopter d'abord sans y rien altérer, jusqu'à ce qu'on soit dans le cas de revenir plusieurs fois sur ces données. Soient donc supposées les distances Aphélie

& Périhelies . . . $\left. \begin{array}{l} 46680. \\ 30740. \end{array} \right\}$

La grande disette où nous étions d'observations de Mercure, faites aux environs de son périhélie, m'avoit engagé d'abord à examiner une autre observation du 19 Septembre 1701 au matin, faite à l'Orient par M. de la Hire, dans une situation plus approchée que les autres qu'il a données de son périhélie; mais ce n'est pas ici le lieu d'y insister, & elle doit être discutée à part & en détail, ce qu'il faut renvoyer à la fin de ce Mémoire.

Mes observations des 27 Septembre & 3 Octobre 1753, des passages du Soleil & de Procyon à la lunette méridienne.

dienne mobile sur son axe , m'ont donné , toutes corrections faites , le lieu du Soleil , d'un quart ou d'un tiers de minute plus avancé que selon les nouvelles Tables que j'ai imprimées : il y auroit donc quelques corrections à faire sur ce pied-là à la longitude géocentrique déjà établie le 26 Septembre par la comparailon des passages du Soleil & de Mercure ; ainsi l'élongation observée sera $17^{\text{d}} 47' 06'' \frac{1}{2}$, la distance du Soleil à la Terre étant alors 100128 : or l'angle de commutation tiré des Tables étant $78^{\text{d}} 25' 21'' \frac{1}{3}$, il s'en suivroit que la distance accourcie de Mercure au Soleil observée, seroit 307644, au lieu que les Tables ne la donnent que de 30718, la différence est donc en excès, comme on le va voir encore par ce qui suit.

Semblablement, le 3 Mars 1775, la distance de la Terre au Soleil, étant supposée 992339, & l'angle qui représente l'élongation observée, $17^{\text{d}} 21' 13'' \frac{1}{2}$, celui de commutation tiré des Tables, étant aussi $88^{\text{d}} 02' 45''$; on auroit en ce cas, la distance accourcie de Mercure au Soleil, 307070, plus grande aussi que selon les Tables, puisque celles-ci l'admettent de 306875.

Réduisant enfin l'une & l'autre distance accourcie à la distance périhélie, puisqu'on connoît d'ailleurs le lieu du noeud & l'anomalie moyenne, celle de 1753 donneroit 30786; & celle de 1775, 30753, au lieu de 30740 que représentent les Tables.

Les distances périhélies de 1701, au nombre de trois observations, donneroient par un milieu 30779, qu'il s'agit de comparer avec la distance aphélie, pour en déduire l'excentricité de l'orbite.

Or, les deux observations que j'ai rapportées, du 4 Août 1747, & du 30 Juillet 1767, nous produisent pour distance aphélie $\left\{ \begin{array}{l} 466496 \\ 466716 \end{array} \right\}$ valeurs au contraire plus petites que celle des Tables qui la représentent de 466802.

On auroit donc l'excentricité, suivant mes observations

de 1767 & de 1775, de 7959; ou bien de $7948\frac{1}{2}$, si l'on compare la distance aphélie observée en 1747 avec celle du périhélie du 3 Mars 1775.

Dernières
conclusions.

Les autres valeurs se manifestent en prenant un milieu, & même y employant celles de 1701, lesquelles donneroient l'excentricité encore plus petite, savoir 7945 & 7941; d'où il est visible qu'aux Tables de Halley, on doit diminuer nécessairement la plus grande équation du centre, & la limiter entre $23^d 40'$ & $23^d 37'\frac{1}{2}$. Mais avant que l'on prononce sur cette excentricité, comme aussi sur la plus grande équation du centre de l'orbite, il convient d'avoir égard à tous les élémens connus relatifs aux Tables de Halley, qu'il faut résoudre pour ainsi dire; comme aussi aux aberrations, nutations ou précessions des Équinoxes: en un mot, à la correction des Tables du Soleil en 1701, selon les observations faites en cette année-là. Venons enfin aux détails pour 1701, que j'ai déjà annoncés.

Mercuré avoit à peine, le 12 Septembre 1701, une plus grande élongation qu'au 20 du même mois; & je trouve par observation, qu'elle étoit $17^1 26' 53''$, ou bien $1^1 6'$ plus grande que selon les Tables de Halley.

Mais cette même source d'erreur qui m'a paru constamment établie dans quelques déclinaisons, a dû provenir surtout de la hauteur Méridienne, mal observée le 19 Septembre 1701. Le registre de M. de la Hire, contient ce qui suit... *Sed altitudo haberi non potuit, tamen circa $50^{\circ} 12'$* . Je trouve, en effet, qu'elle est défectueuse, étant de 4 minutes & demie plus grande que selon les Tables, qui donnent en cet instant la latitude calculée $1^1 33' 05''$ boréale; y ayant donc égard, on ne trouve plus une aussi grande erreur des Tables qu'auparavant, dans l'observation du 20 Septembre 1701, & l'erreur n'est plus que de 29 secondes & demie en excès, ce qui est plus conforme aux résultats de l'observation du 21 Septembre, & même à celle du 12 Septembre, laquelle devroit être préférée s'il n'y avoit pas eu aussi quelques corrections à faire à la hauteur méridienne de ce jour-là. En général, l'erreur dans la

hauteur méridienne, influe beaucoup ici sur la longitude qu'on en veut déduire ; cela n'arrive pas aux environs du colure des solstices ; mais elle est à craindre, plus l'Astre s'approche du colure des équinoxes.

Il faut donc prendre garde, en pareil cas, lorsque la Planète s'approche du Bélier ou de la Balance, à l'erreur qu'on peut commettre dans les hauteurs méridiennes ; & il n'est pas surprenant que M. de la Hire n'y ait pas toujours réussi, étant trop occupé à voir, presque en même temps, Mercure qui lui échappoit presque dans la lunette de 32 pouces, & dans celle du quart-de-cercle mural, qui ne donnoit que son passage par le Méridien, & non pas les hauteurs.

Enfin, l'élongation de Mercure au Soleil avoit déjà diminué le 19, & les Tables ne l'ont donnée que de $16^d 16' 36''$, ou bien l'observation $16^d 17' 43''$, en adoptant la hauteur méridienne corrigée d'une minute soustractive ; & quant à la distance du périhélie, elle étoit dans celle-ci 15 degrés un quart au-delà ; au lieu que dans celle du 12 Septembre, on a trouvé l'anomalie moyenne 17 degrés & demi, comme il a été dit, moindre que six signes. Or, il sembleroit d'abord plus naturel de préférer celle du 12 Septembre, laquelle répondoit à une plus grande élongation, & de convenir en ce cas, que l'erreur des Tables de Halley étoit d'un tiers ou d'une demi-minute tout au plus en excès, dans la plus grande digression périhélie, si on étoit bien assuré de la déclinaison observée.

Divers autres détails des Observations, faites par M. de la Hire, suivant l'Extrait de ses registres manuscrits.

Die 11 Sept. 1701, transitus $\left\{ \begin{array}{l} \text{prioris limbi } 11^h 59' 58'' \\ \text{posteroris. . 12. 02. 06.} \end{array} \right\}$ centri solis $12^h 01' 2''$,

Die 12 manè Mercurius transiit per verticalem declinantem ab ortu ad septentrionem $5^d 15' 15''$, notante horologio $5^h 06' 36''$; altitudo in eodem verticali $10^d 2' 00''$. Mercurii transitus centri per quadrantem muralem $10^h 55' 15''$ optima: altitudo circūter $52^d 5'$ accurata non potuit haberi.

Mercurii transit. veri temp. $\left\{ \begin{array}{l} \text{per quadrantem muralem} \dots\dots\dots 10^h 54' 52'' \frac{2}{3} \\ \text{per verum meridianum} \dots\dots\dots 10. 54. 56. \end{array} \right.$

M. de la Hire auroit pu mieux donner le temps vrai, puisqu'en $1^h 05'$ la Pendule a dû retarder de 1 seconde trois quarts, & qu'il donne le midi vrai à $12^h 00' 21'' \frac{1}{4}$; il y aura pareillement une correction à faire au passage par le vrai méridien, que j'ai réduit à $10^h 54' 54''$, ayant tant soit peu mieux discuté les déviations du limbe de ce mural.

12 Septembris 1701, transitus $\left\{ \begin{array}{l} \text{prioris limbi} \dots\dots\dots 11^h 59' 22'' \\ \text{posterioris} \dots\dots\dots 12. 01. 31 \end{array} \right\}$ centri $12^h 0' 26'' \frac{1}{2}$
 Altitudo meridiana superioris limbi solis..... $45^d 39' 50''$.
 Transitus per verum meridianum..... $12^h 00' 21'' \frac{1}{2}$.

Maintenant passons aux observations du 17 au 21 Septembre.

17 Septembris 1701, transitus $\left\{ \begin{array}{l} \text{prioris limbi} \dots\dots\dots 11^h 56' 21'' \\ \text{posterioris} \dots\dots\dots 11. 58. 29 \frac{1}{2} \end{array} \right\}$ centri $11^h 57' 25'' \frac{1}{2}$
 Altitudo meridiana superioris limbi..... $43^d 44' 00''$.
 18 Septembris 1701, transitus posterioris limbi $11^h 57' 52'' \frac{1}{2}$, centri $11^h 58' 48'' \frac{1}{2}$.

19 manè, transitus centri Mercurii per verticalem notatum, &c. Mediæ Crucis Sancti Marcelli; & anguli exterioris postis fenestræ musæi mei ab ortu versùs septemtrionem, qui ex accuratis observationibus declinat ab ortu ad septemtrionem $1^d 56' 40''$, notante horologio $5^h 19' 29''$.

Altitudo centri Mercurii in eodem verticali,.... $11^d 03' 30''$.

Angulus observatus est per triangulum in pavimento musæi delineatum cum accuratâ lineâ meridianâ; sed ex observatione transitus solis per eundem verticalem, ritè subductis calculis reperio declinationem verticalis $1^d 49' 55''$.

Manè, solis centrum transivit per verticalem superiorem, &c. $5^h 52' 08''$, ex transitu utriusque limbi collectum nempe $5^h 50' 45''$, $5^h 53' 31''$; declinatio solis $1^d 36' 20''$ tempore hujus observationis, ex observatione altitudinis solis in meridiano.

Promotum Horologium 10' 00''.

Mercurii altitudo meridiana $50^d 33' 45''$, sed propter nimium lumen solis, quod objectivum vitrum illuminabat, non potuit observari in quadrante murali.

Solis transitus..... $\left\{ \begin{array}{l} \text{prioris limbi} \dots\dots\dots 12^h 05' 07'' \frac{1}{2} \\ \text{posterioris} \dots\dots\dots 12. 07. 16 \end{array} \right\}$ $12^h 06' 11'' \frac{1}{2}$
 Altitudo meridiana superioris limbi..... $42^d 57' 40''$.

Vera

Vera altitudo $42^{\text{d}} 56' 25''$; semi-diameter $16' 3''$; vera altitudo centri $42^{\text{d}} 40' 22''$, altitudo æquatoris $41^{\text{d}} 10' 00''$; declinatio in meridiano $1^{\text{d}} 30' 22''$.

20^o Septembris 1701, manè.... Distantia inter Leonis, cor vel Regulum & Mercurium hora $5^{\text{h}} 10'$, erat cum radio astronomico, $14^{\text{d}} 55'$; altitudo $8^{\text{d}} \frac{1}{2}$.

Mercurius in verticali turris Sancti Marcelli, ut supra $5^{\text{h}} 29' 19''$ altitudo in eodem verticali $10^{\text{h}} 28' 40''$.

Mercurii centri transitus per quadrantem muralem $11^{\text{h}} 07' 42''$, sed altitudo haberi non potuit, tamen circa $50^{\text{d}} 12'$.

Transitus { per quadrantem muralem veri temporis..... $11^{\text{h}} 02' 12'' \frac{1}{2}$
 { per verum meridianum..... $11. 02. 12.$

Solis transitus..... { prioris limbi... $12^{\text{h}} 04' 30''$
 { posterioris... $12. 06. 38$ } centri $12^{\text{h}} 05' 34''$.

Altitudo meridiana superioris limbi solis..... $42^{\text{d}} 34' 15''$.

Transitus centri solis per verum meridianum.. $12^{\text{h}} 05' 28''$.

Le calcul de la déclinaison boréale de Mercure, fait sur les Tables de Halley, donne bientôt la variation diurne, sa longitude & sa latitude géocentriques étant ainsi connues, à l'heure des passages au Méridien, les 19 & 20 Septembre 1701; ainsi on aura $9^{\text{d}} 23' 46'' \frac{1}{2}$, $8^{\text{d}} 56' 13'' \frac{1}{2}$, avec une différence de $27' 33''$; au lieu que les hauteurs méridiennes rapportées ci-dessus, dont la dernière, savoir $50^{\text{d}} 12'$, est marquée douteuse, ne donnent cette différence diurne en déclinaison, que de $21' 45''$. Des nuages firent manquer le jour suivant, 21 Septembre, le passage de Mercure au Méridien, & cependant la hauteur méridienne fut observée sur le quart-de-cercle mobile de $49^{\text{d}} 37' 40''$, avec une variation diurne de 34 minutes un tiers, laquelle indique aussi très-visiblement le défaut de la hauteur méridienne, estimée plutôt qu'observée, le 20 Septembre, de $50^{\text{d}} 12'$ sur le quart-de-cercle.

Toutes ces circonstances réunies prouvent donc visiblement qu'il a fallu corriger, comme nous l'avons fait, la déclinaison de Mercure observée le 20 à son passage par le Méridien, pour en déduire sa longitude géocentrique.

On ne sauroit donc trop avertir ici qu'il n'y a rien de

Mém. 1775.

Q q q

plus dangereux que de se négliger sur les déclinaisons de la planète de Mercure, lorsque cette Planète s'approche du colure des Équinoxes.

Réflexions sur la méthode de trouver le lieu de Mercure par son passage, vu les soirs ou les matins, par des azimuths déterminés.

Cette méthode doit réussir quelquefois proche le premier vertical, à cause que Mercure est déjà fort élevé; qu'il monte fort vite dans ces azimuths, & que l'on a aujourd'hui d'excellens instrumens des passages, qu'on doit aussi destiner préférentiellement à cette recherche.

Que si l'azimuth est désigné par quelques objets terrestres, on a tout le loisir de comparer ce point fixe avec celui du Méridien, lorsqu'on a repairé celui-ci, dans un horizon libre; sinon il faudroit recourir aux passages des Étoiles de la première grandeur, dont la position aura été nouvellement recherchée.

Toute l'attention de l'Observateur doit se diriger autant, aux instans du passage par l'azimuth, que par le fil horizontal du quart-de-cercle, & il en doit marquer la différence, s'il s'y en trouve, comme il arrivera toujours, si l'on prend deux hauteurs consécutives de Mercure, pour réduire chacune à l'instant du passage par l'azimuth. On ignore si M. de la Hire a pu saisir cet instant.

Si l'observation du 19 Septembre 1701, à 5 heures 20 minutes du matin étoit exacte, quant à la hauteur dont on auroit dû sur toutes choses marquer l'instant précis, on ne seroit guère ici embarrassé pour l'azimuth, à cause que Mercure a été vu dans sa plus grande hauteur méridienne.

Cette hauteur méridienne donnera la déclinaison de Mercure, qu'on doit réduire par le calcul des Tables, comme je l'ai pratiqué, à une déclinaison de 5' 4" plus grande au matin, pour résoudre ensuite un triangle sphérique à l'aide

de l'observation de la hauteur à l'Orient, & dont les trois côtés sont connus, la latitude du lieu étant donnée.

On auroit donc ainsi l'angle horaire indépendamment de l'azimuth, & M. de la Hire n'ignoroit pas que dès 1667, M. Hughens avoit démontré qu'aux environs du premier vertical, les Astres y montent le plus vite sur l'horizon, ce qui fournit ici le cas le plus avantageux.

Les Tables de Halley, donnent ce jour là, 7 Septembre 1701 (*vieux style*) à $22^h 45' 54''$, la longitude géocentrique $\pi 9^d 20' 52'' \frac{3}{4}$, la latitude boréale $1^d 25' 26''$, & l'anomalie moyenne $6^f 11^d \frac{1}{6}$. Cette anomalie moyenne n'étoit que $6^f 10^d \frac{1}{5}$ à $17^h 07' 44'' \frac{1}{2}$ temps moyen le même jour, & au temps de l'observation faite vers l'Orient; enfin la longitude & la latitude géocentriques $\pi 9^d 4' 11''$ & $1^d 24' 11''$ au Nord.

Or il est visible que s'il y a moyen de tirer quelque utilité de cette observation, du 19 Septembre au matin, elle seroit beaucoup plus avantageusement située, que celle du 20, étant d'ailleurs plus approchée du passage par le périhélie, comme aussi de sa plus grande élongation. D'ailleurs 5 minutes d'erreur dans l'azimuth, ne doivent guère influer que du quart de-cette valeur, ou plutôt n'influent que de $1' 42''$, dans l'angle horaire qu'on cherche; en un mot, les repaires existent, & on fera toujours à portée de vérifier l'azimuth, si la hauteur n'est pas suspecte.



R A P P O R T

*Sur la mort du Sieur LE MAIRE, & sur celle de son
Épouse, Marchands de Modès, à l'enseigne de la
Corbeille galante, rue Saint Honoré, causées par la
vapeur du Charbon, le 3 Août 1774.*

Par M. P O R T A L.

Lû à
l'Assemblée
publique du
12 Novemb.
1774.

L'ACADÉMIE a été frappée de la mort tragique dont ont péri le marchand & la marchande de Modes de la Corbeille galante, rue Saint Honoré; & comme elle est toujours attentive à l'avancement des Sciences; & sur-tout de celles qui ont pour objet la conservation de l'espèce humaine, elle m'a chargé de lui rendre compte de ce triste événement, & des causes qui peuvent l'avoir produit.

En conséquence, je me transportai, vers les cinq heures du soir le même jour de cet accident, au lieu où s'étoit passée cette scène tragique. J'entrai dans une chambre de médiocre grandeur, qui n'étoit éclairée que par une seule croisée: les murailles en étoient couvertes d'une boiserie nouvellement peinte, mais qui n'exhaloit aucune mauvaise odeur: elle étoit habitée depuis quelques semaines.

Au milieu de cette chambre étoient les deux corps morts, celui du marchand & celui de la marchande (a). Ils avoient tous deux la face colorée, les yeux luisans, les membres flexibles, même la mâchoire inférieure; leur peau étoit encore souple, & assez chaude; leur bas-ventre étoit très-tuméfié.

(a) Il y avoit aussi un petit chien qui avoit été étouffé par la vapeur du charbon.

Je fis diverses questions pour découvrir les causes d'un accident si funeste, & j'appris qu'il y avoit un Baigneur logé au-dessous ; que le tuyau de la cheminée de ce Baigneur s'ouvroit dans celle de la chambre où avoient péri ces deux personnes ; que le Baigneur avoit allumé du charbon dans la cheminée vers les cinq heures du matin, & qu'à sept heures on avoit trouvé les deux Sujets morts dans leur chambre, qui étoit pleine de fumée ; qu'on leur avoit fait faire une saignée à la jugulaire, qu'on leur avoit donné de l'émétique, & qu'on avoit tâché de leur introduire de la fumée de tabac par le fondement, &c. &c ; mais que tous ces secours avoient été inutiles.

Je connoissois les altérations qu'on trouve dans les corps des personnes suffoquées par la vapeur du charbon, tant d'après la lecture de divers Auteurs qui se sont occupés de cet objet, que d'après plusieurs ouvertures que j'avois faites d'hommes & d'animaux morts de cette manière.

J'aurois cependant voulu m'assurer de nouveau, par l'ouverture de ces deux personnes, des vraies causes de leur mort ; car ce n'est qu'à force d'observations que la Médecine s'éclaire. Je sollicitai les parëns ; pour qu'ils me permissent de faire l'ouverture des corps morts : mes demandes furent inutiles ; je m'attirai des menaces, & je ne pus jamais les convaincre de l'utilité de cette opération. Alors je crus devoir m'adresser à M. de Sartine, Lieutenant général de Police, pour obtenir de lui la permission de faire cette ouverture.

Ce Magistrat si zélé pour le bien public écrivit en conséquence au Commissaire du quartier, pour me faciliter les moyens de faire ou de faire faire l'ouverture des corps morts ; mais les instances de celui-ci furent également inutiles auprès des parëns, qui s'y opposèrent toujours sous des prétextes puérils & superstitieux ; de sorte que je ne pus venir à bout de remplir les intentions de l'Académie, ni satisfaire l'envie que j'avois d'acquérir de nouvelles notions sur la cause de la mort des personnes suffoquées par la vapeur du charbon.

Cependant la mort tragique qui venoit d'enlever ces deux

époux , & qui moissonne tous les ans un si grand nombre de citoyens d'une manière aussi prompte qu'imprévue , cette triste mort fixa mon attention : je me rappelai mille histoires semblables ; & , comme je savois que plusieurs personnes , avec tous les signes de la mort , avoient été rappelées à la vie par divers moyens , & que je craignois que d'autres n'eussent le malheur d'être enterrées vivantes , je crus qu'il n'y avoit rien de plus utile que de recueillir tous les moyens salutaires qui avoient été mis en usage , de les présenter à l'Académie & au Public , pour en faciliter l'exécution , & pour les faire connoître de plus en plus.

J'ai vu plusieurs fois employer des moyens pour rappeler à la vie des personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques , plus dangereux encore que la cause contre laquelle on les employoit ; & je ne doute pas que plusieurs de ces malheureuses victimes n'eussent revu le jour , si on leur avoit administré les secours convenables , ou du moins si on eût laissé agir la Nature , qui tend d'elle-même à sa conservation lorsqu'il lui reste encore quelques ressources.

Il est donc essentiel de tracer une méthode que l'on puisse suivre pour secourir promptement & avec succès les personnes frappées par des vapeurs méphitiques : il en périt un si grand nombre de cette manière , qu'on ne sauroit trop s'occuper des moyens d'y remédier. En effet , il n'est point d'année que ces vapeurs n'enlèvent des citoyens à l'État , soit dans des chambres étroites , dans des lieux habités par trop de monde , & où l'air ne circule point assez librement , soit dans l'exploitation des mines & des carrières. L'on voit tous les jours des fossoyeurs & des vidangeurs étouffés de cette manière. Ces accidens sont encore fréquens dans les lieux où l'on fait le vin , principalement dans la Guienne & le Languedoc.

Pour traiter cette question avec ordre , j'examinerai 1.^o les altérations qu'on trouve dans les corps des personnes qui sont mortes suffoquées :

2.^o J'exposerai les recherches que j'ai faites pour découvrir la cause qui les produit :

3.^o Je traiterai ensuite des moyens qu'il faut employer pour rappeler à la vie ceux qui ont été suffoqués par cette espèce de vapeur.

CHAPITRE PREMIER.

Observations faites à l'ouverture du corps des personnes suffoquées par la vapeur du charbon , par celle des liqueurs en fermentation , & par celle d'autres vapeurs méphitiques.

Nous avons peu d'observations en ce genre , mais celles qui ont été recueillies prouvent incontestablement que l'on trouve dans le corps des personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques :

1.^o Les vaisseaux du cerveau gorgés de sang , les ventricules de ce viscère quelquefois pleins d'une sérosité écumeuse , & quelquefois sanguinolente :

2.^o Le tronc de l'artère pulmonaire est très-distendu par le sang qu'il contient , les poumons paroissent dans l'état à peu près naturel :

3.^o Le ventricule droit & l'oreillette droite du cœur , les veines-caves & les veines jugulaires sont pleines d'un sang écumeux :

4.^o On trouve souvent de la sérosité sanguinolente dans les bronches :

5.^o Le tronc des veines pulmonaires & l'oreillette gauche vides, ou presque vides de sang ; on trouve aussi pour l'ordinaire le ventricule gauche & le tronc de l'aorte vides de sang :

6.^o Le sang que l'on trouve dans les endroits indiqués est fluide pour l'ordinaire & comme moussueux , il s'extravase aussi facilement , dans le tissu cellulaire de la tête principalement , parce que c'est dans cette partie que le sang abonde :

7.^o L'épiglotte des personnes mortes de suffocation est relevée, & la glotte ouverte & libre :

8.^o Mais leur langue est extraordinairement épaisse, à peine peut-elle contenir dans leur bouche; c'est ce que j'ai observé dans le cadavre d'un homme suffoqué par la vapeur d'un vin qui fermentoit; la langue noircit & se gonfle extraordinairement en très-peu de temps. Une blanchisseuse qui avoit été frappée par la vapeur du charbon & qu'on croyoit morte, étant revenue à la vie après avoir été exposée à l'air libre, se plaignit pendant long-temps d'une grande difficulté d'avalier; elle disoit que la langue étoit si grosse, qu'elle ne pouvoit la contenir dans la bouche.

Je la vis huit jours après l'accident, & je lui conseillai de se faire saigner à la veine ranine, & de se gargariser avec du vinaigre affoibli avec de l'eau; elle ne se fit point saigner, mais elle retira un si grand avantage de l'usage du vinaigre, qu'elle fut bientôt guérie du gonflement de la langue, & de la difficulté d'avalier qu'elle avoit éprouvée.

9.^o Les yeux des suffoqués par des vapeurs méphitiques sont saillans, & bien loin d'être ternes, ils conservent leur éclat jusqu'au deuxième & même jusqu'au troisième jour après la mort; souvent leurs yeux sont plus luisans alors qu'ils ne l'étoient naturellement: observation très-importante & contraire à l'opinion de M. Winslow, qui dit d'une manière trop générale, que les yeux des mourans se couvroient d'une pellicule qui en trouble la transparence, car cela n'a lieu que dans ceux qui meurent après une longue agonie.

On peut aussi avancer que les yeux de tous les sujets qui ont péri par un coup de sang dans la tête, sont saillans & plus luisans que de coutume; c'est ce que j'ai observé dans les apoplectiques que j'ai ouverts.

10.^o Les corps des personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques, conservent long-temps leur chaleur, elle est même quelquefois plus forte immédiatement après la mort que pendant la vie, & que dans la parfaite santé. Le célèbre de Haën,

de Haën (b) a fait cette observation sur des sujets morts de différentes maladies ; mais nous nous en sommes convaincus principalement dans quatre personnes mortes suffoquées, trois par la vapeur du charbon, & la quatrième par la vapeur du vin qui fermentoit.

La chaleur se conserve aussi très-long temps dans le corps des apoplectiques ; on a des exemples frappans de ce que j'avance. Je citerai, entr'autres, celui du Père Gardien des Capucins, mort subitement à Montpellier, il y a environ dix ans, & qu'on conserva très-long temps sans l'ensevelir, parce que son corps étoit très-chaud. Les papiers publics ont fait mention, il n'y a pas long temps, d'un évènement à peu-près semblable, arrivé à Vienne en Autriche. Enfin les Auteurs rapportent diverses observations qui prouvent que les corps des personnes mortes d'apoplexie, ou qui ont été tuées par des vapeurs méphitiques, conservent très-long temps la chaleur.

11.° Les membres sont flexibles long temps après la mort, & on peut leur faire tous leurs mouvemens avec la plus grande facilité ; par conséquent un homme peut être mort sans avoir de la rigidité dans les membres (c).

12.° Le visage des personnes suffoquées par la vapeur du charbon, ou autres vapeurs méphitiques, est plus gonflé & plus rouge qu'à l'ordinaire ; les vaisseaux sanguins qui s'y distribuent sont gorgés de sang.

13.° Le cou & les extrémités supérieures sont quelquefois si gonflées, que ces parties paroissent enflées, sans cependant conserver l'impression du doigt, comme cela arrive dans l'œdème.

Tel est le résultat des observations qui ont été faites par divers Anatomistes, & que j'ai faites moi-même sur le corps des personnes qui ont été suffoquées par la vapeur du charbon, des liqueurs en fermentation, de certains souterrains & de quelques mines. On pourra trouver plusieurs observations

(b) Voyez principalement *Rationis medendi*, tome II, édit. de Paris.

(c) Voyez aussi une Observation de M. Morgagni. *Epist.* 30, art. 2.

Mém. 1775.

qui justifient ce que j'ai avancé, dans les Ouvrages de M.^{rs} Lanfoni (*d*), Méad (*e*), Morgagni (*f*), & Lieutaud (*g*), Méferay (*h*), Sauvages (*i*), Hagenot (*k*), & dans divers autres qu'il seroit trop long de citer ici.

Divers animaux ont été soumis à des expériences. J'ai fait enfermer dans une caisse de bois, tantôt un chien, tantôt un chat, & quelquefois des oiseaux. J'avois fait pratiquer à cette caisse une ouverture, à laquelle étoit adaptée l'extrémité rétrécie d'un entonnoir; le pavillon de cet entonnoir étoit inférieur, & recouvroit un réchaud dans lequel on allumoit du charbon, ou dans lequel on brûloit du soufre & des matières arsénicales. Tous les animaux qui ont été soumis à ce genre d'expérience, ont péri en très-peu de temps: je les ai ouverts, & j'ai toujours trouvé les vaisseaux du cerveau gorgés de sang, le ventricule & l'oreillette droite du cœur, ainsi que les vaisseaux qui s'y abouchent, également pleins de sang; tandis que le ventricule gauche, l'oreillette & les veines pulmonaires qui lui correspondent, étoient vides ou ne contenoient presque point de sang; mais ce sang étoit si raréfié qu'il étoit moussieux: je ne l'ai jamais vu tel dans les hommes ni dans les animaux qui sont morts noyés; c'est cependant ce que le célèbre *Meckel* a avancé, mais ce qui ne se trouve point confirmé par nos observations ni par nos expériences.

CHAPITRE II.

Observations sur la cause de la mort des personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques.

PARMI toutes les altérations qu'on trouve dans les corps des suffoqués, n'y en a-t-il pas une de laquelle toutes les

(*d*) *De sedibus & causis morborum.*

(*e*) *Opera omnia de venenis.*

(*f*) *Expositio mechanica venenorum.*

(*g*) *Historia anatomico-medica.*

(*h*) *Maladies des armées.*

(*i*) *Nosologia method.*

(*k*) *Sur le danger des inhumations dans les églises.*

autres dépendent, & qu'on puisse regarder comme la cause immédiate de la mort; & n'est-ce pas dans le poumon qu'il faut la chercher? Il s'exhale des miasmes du charbon dans la première ignition des liqueurs en fermentation, des souterrains que l'on ouvre, ou des mines que l'on fouille; à peine l'air est-il chargé de ces miasmes, qu'il devient insuffisant pour la respiration; les hommes qui y sont soumis éprouvent d'abord une extrême difficulté de respirer; ils ouvrent la bouche pour recevoir une plus grande quantité d'air (1), mais c'est en vain qu'ils font des efforts pour éviter la mort; l'air ne peut plus distendre leur poumon, & le sang est forcé de s'arrêter & de s'accumuler dans les vaisseaux de la tête, comme nous le prouverons plus bas; ce qui les fait périr d'apoplexie.

Il seroit sans doute intéressant de découvrir la qualité des miasmes qui corrompent l'air, de savoir comment ils le rendent insuffisant à la respiration, & comment ils tuent si promptement les hommes & les animaux (m); mais c'est aux Physiciens à faire des recherches à ce sujet; il suffit de nous être convaincus, par l'observation & par l'expérience, que l'air infecté de pareils miasmes n'est plus propre à la respiration, & que les personnes qui y sont soumises périssent subitement, avec tous les symptômes de l'apoplexie.

On est aussi en droit de croire que les vapeurs méphitiques agissent sur les nerfs, & les affectent dangereusement, mais d'une manière inconnue; elles agissent encore sur le sang, & le raréfient si fort, qu'il force les vaisseaux qui devroient le

(1) A la faveur d'un verre adapté à une caisse dans laquelle des animaux avoient été renfermés, & dans laquelle on introduisoit des vapeurs méphitiques, j'ai examiné ces animaux au moment qu'ils expiroient, & je les ai vus ouvrir leur gueule ou leur bec, & faire des efforts impuissans pour respirer.

(m) Les oiseaux exposés aux

vapeurs du charbon, y résistent tant de temps, qu'on a de la peine de les suffoquer; les quadrupèdes y périssent plus vite: les chats résistent davantage que les chiens, nous en avons vu périr dans l'espace de 2 secondes; ils tombent dès que la vapeur méphitique les affecte, ne font plus aucun mouvement, & périssent dans l'assoupissement le plus profond.

contenir : le sang devient mouffeux (n) ; ce qui doit nécessairement troubler , arrêter même la circulation (o).

Maintenant , pour concevoir comment périt un animal suffoqué par des vapeurs méphitiques , il faut se rappeler la distribution des vaisseaux sanguins du poumon , & les usages non équivoques de ce viscère , relativement à la circulation. L'artère qui porte le sang au poumon , est à peu-près aussi grosse que l'aorte ; il est donc à présumer qu'elle reçoit autant de sang que l'aorte , ou au moins une quantité très-considérable : les rameaux des artères pulmonaires sont extrêmement tortueux dans les poumons affaîlés : cela est démontré.

L'injection la plus fine , poussée alors dans le tronc de l'artère pulmonaire , ne parvient point dans les dernières ramifications artérielles , & jamais ne pénètre dans les veines pulmonaires ; mais , si l'on pousse l'injection dans l'artère pulmonaire d'un poumon bien gonflé d'air , on la fera facilement passer jusque dans les veines pulmonaires.

C'est une expérience qui nous a réussi plusieurs fois , & qui a été faite par Ruysch , & par Kaau Boërhaave : elle prouve que les vaisseaux du poumon sont beaucoup plus perméables au sang lorsque ce viscère est distendu par un air élastique , que lorsqu'il est affaîlé , qu'il est vide d'air , ou qu'il est dans l'état d'expiration. L'air , en s'insinuant dans le poumon , en dilate le tissu lobulaire , & rend les vaisseaux , qui étoient auparavant tortueux , plus droits qu'ils ne le sont lorsque le poumon est affaîlé.

Le sang parcourt donc facilement le poumon pendant l'inspiration ; & la circulation est très-gênée , & même suspendue dans le poumon , pendant l'expiration.

C'est cependant dans cet état d'expiration que sont les poumons des personnes qui se trouvent dans un lieu infecté

(n) Voyez n.^o 6, page 495.

(o) Nous avons voulu imiter en quelque manière cette raréfaction du sang , en faisant souffler de l'air dans les vaisseaux des animaux vivans [Voy.

notre Mémoire sur les Maladies de l'Épiploon, Acad. des Sciences, année 1771] ; & cette seule cause a suffi pour exciter des palpitations de cœur, des assoupissemens , & enfin la mort.

par des vapeurs méphitiques; le sang donc ne peut passer du ventricule droit au ventricule gauche, par la résistance qu'il éprouve dans le poumon: s'il traverse ce viscère, ce n'est certainement qu'avec beaucoup de peine & en petite quantité; aussi s'accumule-t-il dans l'artère pulmonaire, laquelle ne peut plus recevoir le sang du ventricule droit; les veines-caves & les veines jugulaires se remplissent; les sinus du cerveau & les veines de ce viscère se dilatent par le sang qui s'y ramasse; & sans doute que la substance du cerveau souffre alors une telle compression, que l'apoplexie ne peut manquer de survenir; cette compression du sang sur le cerveau est d'autant plus grande que le sang est très-raréfié & écumeux (p).

M.^{rs} de Lamure & de Haller nous ont appris que, pendant l'expiration, le sang refluoit de la veine-cave dans les veines jugulaires, & de celles-ci dans le cerveau, en assez grande quantité, pour le gonfler & le soulever.

Or, supposez que cet état de violence subsiste, comme cela a lieu dans une personne suffoquée par des vapeurs méphitiques, & vous concevrez que la cause de la mort dépend nécessairement du sang qui se ramasse dans le cerveau, par la résistance invincible qu'il éprouve dans le poumon; & ce qui prouve bien cette résistance, c'est la vacuité des veines pulmonaires & du côté gauche du cœur; tandis que les vaisseaux du côté droit du cœur sont pleins de sang.

Je n'ignore pas que quelques Médecins ont pensé que le poumon des personnes suffoquées, étoit plutôt dans l'état d'une inspiration forcée, que dans celui où il se trouve pendant l'expiration; l'air, dit-on, qui s'y est insinué, est si élastique, que les forces motrices de la poitrine, & qui opèrent l'expiration, ne sont plus capables de chasser l'air renfermé dans les bronches; mais, outre qu'il est faux que l'élasticité de l'air soit augmentée, puisque le mercure d'un baromètre, exposé aux vapeurs méphitiques, ne monte pas d'un seul

(p) Voyez page 495, n.^o 6.

degré, comme Méad l'a observé, & supposé que l'élasticité de l'air fût augmentée, il faudroit qu'elle le fût extraordinairement, pour contre-balancer l'action des puissances qui opèrent l'expiration. Un animal à qui l'on injecte de l'eau dans les bronches, par une ouverture pratiquée à la trachée-artère, la rejette à deux pieds de haut, par une forte expiration. Personne n'ignore que par l'expiration, ou par le souffle, on peut distendre une vessie chargée d'un poids énorme; il faudroit donc que le ressort de l'air fût prodigieux, pour égaler & pour surpasser les puissances qui produisent l'expiration.

Mais les expériences du célèbre Desaguliers, prouvent évidemment qu'un animal peut vivre dans un lieu où l'air est huit fois plus condensé qu'il ne l'étoit primitivement.

Mais, quand bien même les suffoqués périroient par une inspiration forcée, il ne seroit pas moins vrai que la circulation du sang seroit arrêtée dans le poumon; car c'est par l'expiration qui succède à l'inspiration, que le sang est poussé des artères dans les veines pulmonaires; & alors dans l'inspiration, même forcée & trop long-temps continuée, le sang doit s'accumuler dans les parties supérieures, gonfler les vaisseaux du cerveau: on n'a, pour s'en convaincre, qu'à examiner les personnes qui, pour faire de grands efforts, retiennent long-temps leur haleine. Des enfans sont morts par l'effet de la colère; & l'on a trouvé, à l'ouverture de leur corps, les vaisseaux du cerveau gorgés de sang. J'ai ouvert, dans la rue Mazarine, le corps d'un homme dont la profession étoit de donner du cors-de-chasse; il étoit extraordinairement maigre, & il périt en jouant de cet instrument; je trouvai, à l'ouverture de son corps, les vaisseaux du cerveau gorgés de sang, ainsi que ceux du poumon. Camerarius (q) parle d'un homme qui, en suspendant sa respiration, diminueoit si fort les battemens du cœur & des artères, qu'on le croyoit mort.

Ces exemples, dont nous pourrions facilement augmenter

(q) Cité par M. Haller, *Elementa physiol.* tom. III, pag. 254.

le nombre, prouvent que la circulation ne se soutient que par la respiration, & qu'elle cesse dès que la respiration est arrêtée.

Chez les personnes qui périssent suffoquées par des vapeurs méphitiques, la respiration est la première fonction lésée; & par cette cause le cœur & les artères perdent leurs mouvemens, sans qu'on puisse pour cela certifier la mort du sujet.

Cependant ce n'est souvent que d'après cette absence des battemens du cœur & des pulsations des artères, qu'on ose assurer & certifier la mort d'une personne (r).

Mais ce signe est si illusoire, si incertain, que, dans beaucoup de cas, on ne sent aucun battement dans le cœur, ni aucune pulsation dans les artères, chez des personnes qui vivent (s), & qui recouvrent leur santé d'elles-mêmes, ou par des secours diversement administrés.

Mais il est certain que la circulation du sang peut être ralentie & même suspendue, du moins en apparence, pendant un temps plus ou moins long, sans pour cela que le principe de la vie soit éteint; & il suffit alors de ranimer cette circulation, ou d'attendre que la Nature elle-même la ranime, pour voir, pour ainsi dire, revivre le sujet; ce qui est arrivé plus d'une fois.

N'a-t-on pas vu des asphyxies (t) qui ont duré plus d'un jour? & combien de personnes n'a-t-on pas enterrées qui étoient encore en vie?

Mais si jamais on peut commettre des erreurs pareilles, & dont l'idée seule révolte la Nature, c'est à l'égard des personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques; & c'est pour

(r) Des animaux qui ont été soumis à nos expériences, plusieurs n'ont pas été rappelés à la vie, quoiqu'ils parussent moins dangereusement affectés que d'autres qui ont revu le jour; ce qui prouve combien les signes de la mort sont incertains, en cas de suffocation par des vapeurs méphitiques.

(s) Voyez Bruyer, *sur l'incertitude des signes de la mort*. Louis, *sur la certitude des signes de la mort*.

(t) C'est une privation subite du poulx, de la respiration, du sentiment & du mouvement, ou une mort apparente.

504 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
prévenir un tel malheur, que nous n'avons point craint de
communiquer nos idées sur un sujet aussi important.

CHAPITRE III.

*Des secours que l'on doit donner aux personnes qui ont été
suffoquées par des vapeurs méphitiques.*

LE premier objet qu'on doit se proposer pour rappeler à la vie les personnes suffoquées par les vapeurs méphitiques; c'est 1.^o de diminuer la pression que le sang fait sur le cerveau; & l'on y réussira par les saignées, principalement par celle de la jugulaire, qui dégorge plus directement les vaisseaux de la tête, que les saignées du bras & du pied; mais il faut évacuer par cette saignée une grande quantité de sang : l'indication est de désemplir les vaisseaux du cerveau, qui sont gorgés d'un sang très-raréfié; & l'on ne peut produire cet effet qu'en faisant une saignée très-copieuse; il faudroit même y recourir de nouveau, si la première ne paroïssoit pas suffisante.

2.^o L'expérience a prouvé que l'usage des acides étoit très-salutaire, c'est pourquoi l'on doit faire avaler au sujet, si on le peut, du vinaigre affoibli avec trois parties d'eau; on doit aussi le lui donner en lavement avec autant d'eau froide : les frictions faites avec le vinaigre ont été utiles à plusieurs. J'ai vu des personnes incommodées de vives douleurs de tête, pour s'être exposées à la vapeur du charbon, lesquelles se sont toujours bien trouvées de l'usage du vinaigre, pris de la manière que nous venons de le conseiller; & le célèbre M. Sauvages le recommande avec raison contre toutes les vapeurs méphitiques.

3.^o Il faut exposer les corps des suffoqués au grand air, leur ôter leurs vêtemens sans craindre le froid : l'observation prouve que la chaleur est alors plus préjudiciable qu'utile; elle n'est déjà que trop grande dans ces sujets, sans qu'il faille l'augmenter; ils ont besoin d'un air élastique & pur; c'est pourquoi il faut promptement les sortir de leur chambre,
pour

pour les porter dans la cour ou dans la rue, à moins qu'en ouvrant les fenêtres & les portes, on puisse établir dans cette chambre plusieurs courans d'air.

4.^o Bien loin de mettre les suffoqués dans des lits de cendre, comme on le fait à l'égard des noyés, il faut leur jeter de l'eau fraîche dessus; c'est ce que Borel ^a a fait avec ^a *Cent. 2.* succès, ce que M. Sauvages recommande dans sa Nosologie ^b, ^b *Tome I,* & ce qui est conforme à la bonne théorie & à l'observation. ^c *p. 814.*

En effet, les vaisseaux étant gorgés par le sang qui est très-raréfié, il est plus naturel de le condenser par une liqueur froide, que de l'agiter davantage par l'application des corps chauds; aussi n'y a-t-il rien de plus préjudiciable que l'administration des liqueurs spiritueuses, qu'on s'opiniâtre à faire prendre aux malheureux qui ont respiré des vapeurs méphitiques.

Un autre abus qu'on commet très-souvent, c'est de prescrire l'émétique dans ce cas; rien n'est plus propre à déterminer le sang vers le cerveau, que le vomissement; il faut donc l'éviter au lieu de l'exciter. Je n'ai vu aucun des suffoqués à qui l'on a prescrit l'émétique, revenir à la vie. Le célèbre Morgagni, qui blâme l'usage des vomitifs dans la plupart des apoplexies, & qui doute qu'on doive jamais y recourir dans cette maladie, se seroit bien récrié s'il eût vu prescrire l'émétique dans le cas d'une suffocation occasionnée par des vapeurs méphitiques. Il n'y a point d'évacuation à opérer; & l'irritation qu'on produit, & les mouvemens de l'estomac qu'on suscite, aggravent la cause de la maladie, au lieu de concourir à la dissiper.

Je ne comprends pas non plus sur quel principe on fonde l'usage d'introduire de la fumée de tabac par le fondement; pour quelques atomes de tabac qui s'insinuent dans le canal intestinal, il y pénètre une grande masse d'air qui se développe en se raréfiant; alors les intestins & l'estomac se distendent, & refoulent le diaphragme vers la poitrine; ce qui produit nécessairement une compression sur le poumon, augmente l'engorgement de ce viscère, & s'oppose à l'introduction de

l'air dans les bronches, & à l'expansion du poumon, sans laquelle le sang ne peut reprendre son cours, & sans laquelle le sujet ne peut être rappelé à la vie. On pourroit suppléer à la fumée de tabac par les lavemens irritans.

5.^o Mais enfin si tous ces secours sont inutiles, il faudra introduire de l'air dans la trachée-artère, pour gonfler les poumons. En effet, le principal objet qu'on doive se proposer pour rapeler à la vie les personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques, c'est de lever l'obstacle qui s'oppose à la circulation du sang dans le poumon.

Si l'on est assez heureux que d'y parvenir avant que le sang soit figé dans les vaisseaux, il s'insinuera dans les veines pulmonaires, parviendra dans le cœur, & l'irritera; car il est son véritable *stimulus* (u); le ventricule gauche recouvrera les mouvemens qu'il avoit perdus au moment qu'il avoit été vide, & de-là un commencement de circulation: c'est de cette manière que l'on a rappelé à la vie plusieurs personnes qu'on croyoit étouffées par des vapeurs méphitiques, & que l'on a ressuscité des noyés.

En effet, l'air qu'on introduit dans les bronches, distend le tissu lobulaire qui étoit affaissé; les vaisseaux, qui étoient tortueux, se déplient, & le sang n'éprouve plus autant de résistance; il est même déterminé, par la pression qu'il éprouve, à s'insinuer dans les veines pulmonaires.

C'est en soufflant dans la trachée-artère, que Vésale ranima les mouvemens du cœur d'un gentilhomme Espagnol; expérience cependant qui lui fut bien fatale, puisqu'elle manqua à lui coûter la vie. Plusieurs Anatomistes ont, depuis cette époque, éprouvé que le meilleur moyen de ranimer les mouvemens du cœur, étoit celui de souffler dans les poumons.

C'est par une telle méthode que Riolan les a ressuscités: bien plus, Wepfer ne craignoit pas d'assurer qu'il n'y avoit

(u) M.^{rs} de Sénac & Haller ont prouvé que l'influx du sang dans le cœur en ressuscitoit les mouvemens; ils ont aussi observé que le côté gauche du cœur, qui meurt le premier, étoit aussi le premier vide de sang.

pas de meilleur moyen de ranimer un homme mort depuis peu, & par diverses causes, que de souffler dans le poumon; c'est de quoi nous nous sommes convaincus par l'expérience sur des animaux suffoqués; & sur d'autres que nous avons noyés. M. Hopfenstock, Médecin de Prague, a aussi fait les mêmes expériences, & elles lui ont offert les mêmes résultats, principalement sur des animaux noyés.

Nous dirons ici en passant, que nous avons soufflé dans la bouche d'un enfant qui n'avoit pas encore donné de signes de vie, avec un tel succès, qu'à peine le souffle parvint-il dans le poumon de cet enfant, qu'on le vit mouvoir les yeux, & qu'on l'entendit tousser avec effort; il rendit par la toux & par le vomissement, des glaires qui remplissoient ses bronches (x), & il respira ensuite avec facilité. Cette observation mérite d'être discutée ailleurs plus au long, elle est de la plus grande importance.

Mais la méthode d'introduire de l'air dans les voies aériennes des personnes qui ont respiré des vapeurs méphitiques, est d'une telle utilité, que c'est sur elle qu'on peut principalement compter pour les rappeler à la vie.

Il est deux moyens d'introduire l'air dans les bronches; le premier, & qui est le plus sûr, c'est de faire une ouverture à la trachée-artère, & d'y introduire un tuyau à vent; mais, comme le peuple craint beaucoup cette opération, & que celui qui la pratique sur une personne suffoquée, pourroit passer pour son assassin, il ne faudra y recourir que lorsque le second moyen aura manqué; ce moyen consiste à introduire un tuyau recourbé dans une des narines, & de souffler dans ce tuyau; l'extrémité de ce tuyau tombe alors perpendiculairement sur la glotte, & l'air y passe avec autant de facilité, que si le canal dont on se sert pour porter l'air dans les poumons, & celui de la trachée-artère, étoient continus.

Par le moyen que nous proposons pour souffler les pou-

(x) Voyez l'Extrait d'un Cours de Physiologie expérimentale, que j'ai fait au Collège Royal en 1771, publié par M. Collomb, alors Étudiant en Médecine, à présent Docteur en Médecine de la Faculté de Montpellier.

mons, on ne risque point de baisser l'épiglotte, & de fermer l'ouverture qui conduit à la trachée-artère, ce qui arrive lorsqu'on introduit le tuyau à vent dans la bouche; parvenu vers la base de la langue, il abaisse l'épiglotte, laquelle bouche la glotte; & le vent ne peut alors s'insinuer en aucune manière dans les poumons, mais il parvient dans les voies alimentaires, qu'il gonfle & qu'il distend inutilement.

Ce moyen d'introduire l'air dans les poumons, à la faveur d'un tuyau insinué dans une des narines, est autant avantageux à tous égards, que l'usage d'introduire le même tuyau par la bouche est dangereux, puisqu'on risque d'étouffer le malade s'il respiroit encore un peu.

On doit observer de comprimer la narine ouverte, lorsqu'on pousse l'air dans le tuyau recourbé qu'on introduit dans l'autre narine; sans cette précaution, une partie de l'air pourroit refluer & sortir par la narine ouverte. Pour souffler dans la poitrine d'un homme suffoqué par la vapeur d'une mine de charbon, le Chirurgien Tossach ne craignit pas d'appliquer immédiatement sa bouche sur celle du sujet qu'il vouloit ranimer. Il avoit le soin en même temps de serrer ses narines, pour empêcher l'air de refluer au dehors, & par ce moyen il rappela à la vie un homme qui auroit inmanquablement péri suffoqué par la vapeur du charbon.

On pourroit suivre ce procédé, lorsqu'on n'auroit pas sous sa main un tuyau à vent, quoiqu'il soit aisé de s'en procurer un; on trouve par-tout une pipe, un morceau de roseau, une gaine de couteau dont on couperoit la pointe, &c.

Mais enfin si ces divers moyens de conduire l'air dans le poulmon ne réussissoient pas promptement, il faudra faire une ouverture longitudinale à la partie antérieure de la trachée-artère, à la faveur de laquelle on introduira l'extrémité d'un tuyau, à l'autre extrémité duquel le Chirurgien, ou quelqu'un des assistants, soufflera avec sa bouche, à diverses reprises, pour distendre les poumons.

Il n'est point inutile de dire qu'on doit mettre la plus grande célérité dans l'administration des secours que nous

proposons : le temps presse, & plus on retarde, plus on doit craindre qu'ils ne soient infructueux.

Si tous ces secours sont insuffisants, on peut, pour ne rien omettre, faire des scarifications à la plante des pieds ou des mains : on peut aussi appliquer les ventouses en divers endroits du corps ; mais on doit peu compter sur ce moyen, quand ceux que nous avons déjà conseillés n'ont point réussi.

Nota. Que l'un des aides qui ont été employés pour suffoquer des animaux, a été atteint d'un violent mal de tête, qui a été guéri par de fréquens gargarismes avec du vinaigre, adouci avec autant d'eau, & par la boisson de l'oxycrat. Nous recommandons à tous ceux qui éprouveront des maux de tête, causés par la vapeur du charbon, l'usage du vinaigre, pris de cette manière, & même en lavement mêlé avec autant d'eau : on en aideroit l'effet par une saignée s'il étoit nécessaire.

La plupart des expériences sur les animaux, dont il a été question ci-dessus, ont été faites par M. Andravi, Chirurgien très-instruit.



M É M O I R E
SUR LA DISPARITION DE L'ANNEAU
DE SATURNE.

Par M. L E G E N T I L.

25 Décemb.
1774.

M. CASSINI fils a donné à la fin de 1773, le Journal des Observations que nous avons faites sur l'anneau de Saturne, à l'Observatoire royal, de concert avec M.^{rs} l'abbé Rochon & du Vaucel.

Cet Académicien conclut de nos observations, que l'anneau de cette Planète a disparu le 7 Octobre 1774, à la lunette achromatique de M. le Prince de Conti, qui est celle dont nous nous sommes servis, & dont les Astronomes de l'Académie connoissent la bonté.

A l'Observatoire de Cadiz, M.^{rs} Tosiño & Varela ont observé Saturne régulièrement tous les jours qu'il a fait beau.

Ces Officiers, que je connois pour être très-bons Observateurs, étoient munis d'une excellente lunette achromatique pareille à celle de M. le Prince de Conti, & d'un très-bon télescope de M. Short, de 4 pieds de longueur; je les ai vus, & autant que la mémoire peut me servir, la lunette achromatique de l'Observatoire de Cadiz ne le cède guère à celle dont nous nous sommes servis à l'Observatoire royal; mais le télescope fait beaucoup plus d'effet que la lunette: or M.^{rs} Tosiño & Varela assurent que l'anneau de Saturne a disparu pour eux le 6 Octobre; c'est un jour plus tôt que M. Cassini n'a conclu de nos Observations à l'Observatoire royal, quoique le ciel, à Cadiz, soit infiniment plus beau qu'à Paris. Comme ces Observations m'ont paru faites avec beaucoup de soin, qu'elles s'accordent avec les nôtres, & qu'elles ont des circonstances curieuses; je vais les rapporter pour servir de comparaison à celles que nous avons faites.

Elles sont tirées du cahier d'observations que M.^{rs} Tosiño & Varela ont envoyé dernièrement à l'Académie, & que nous avons été chargés, M. Pingré & moi, d'examiner. Je mettrai, pour faire foi, le texte à côté de la traduction.

Le 1.^{er} Octobre.

A cinq heures du matin, on distinguoit très-bien l'anneau de Saturne. L'atmosphère étoit très-grasse; malgré cela on distinguoit les anses. L'anse occidentale paroissoit plus éclairée que l'autre.

A las cinco de la mañana, se percivía muy bien el anillo de Saturno. La atmósfera estaba muy densa, pero sin embargo se distinguían las asas, de las quales la occidental parecía mas bien iluminada.

Le 2.

A cinq heures du matin, on distinguoit foiblement l'anse occidentale de l'anneau de Saturne. Quant à l'anse orientale, je n'en pus voir qu'une petite partie, jointe au disque de la planète. L'atmosphère étoit très-épaisse: c'est peut-être la raison pour laquelle l'anse orientale ne se voyoit pas aussi bien que l'occidentale.

A las cinco de la mañana, se distinguía medianamente el asa occidental del anillo de Saturno. De la oriental solo pude ver una pequeña parte junto al disco del Planeta. La atmósfera estaba muy densa, y tal vez por esta razón no se descubría el asa oriental del mismo modo que la occidental. Me servi para esta observacion del antejo acromatico.

Le 3.

A cinq heures du matin, l'atmosphère étoit très-nette, & sans la moindre vapeur; ce qui nous a procuré l'avantage de voir Saturne comme nous le desirions. Nous avons distingué clairement ses deux anses, qui, à notre avis, promettent de se laisser voir quelques jours de plus encore, si le temps le permet; nous nous sommes assurés que l'anse occidentale est plus visible que l'orientale. Nous avons fait cette observation avec la lunette achromatique, & avec le télescope de Naire.

Este mismo día à 5^h 0' de la mañana, estaba la atmósfera muy limpia de vapores; por lo que conseguimos ver à Saturno à toda satisfaccion. Distinguimos claramente sus dos asas que a nuestro parecer prometen dejarse ver algunos días mas, si el tiempo lo permite; y nos aseguramos en que el asa occidental está mas visible que la oriental. Se hizo la observacion con el antejo, y con el telescopio de Naire.

Le 4 Octobre.

A 5^h o' de la mañana, vimos clara y distintamente el anillo de Saturno. El asa occidental nos pareció con mas luz que la oriental; y que en los extremos de una y otra se descubrían unos puntos luminosos que refleaban la luz con mas viveza que los otros. Distinguíamos tambien un filete en el disco del planeta algo mas al norte que el exe del anillo. Nos servimos para esta observacion del antejo acromatico, y del telescopio de quatro pies de Naire.

achromatique & du télescope de quatre pieds de Naire.

A cinq heures du matin, nous avons vu clairement & distinctement l'anneau de Saturne. L'anse occidentale nous a paru avoir plus de lumière que l'orientale; à l'extrémité des deux anses on decouvroit des points lumineux qui réfléchissoient la lumière avec plus de vivacité que le reste. Nous avons distingué aussi un filet ou trait noir sur le disque de la planète, un peu au nord de l'axe de l'anneau. Nous nous sommes servis de la lunette

Le 5.

Esta mañana, estava el cielo algo nublado a la parte del Este. Sin embargo en algunas claras me parecia aver distinguido bastante bien el asa occidental del anillo de Saturno. La oriental no pude ver la ó porque avia desaparecido, ó por la densidad de la atmosfera.

Ce matin, le ciel s'est trouvé un peu couvert dans la partie de l'Est. Malgré cela il m'a paru, dans certains éclaircis, avoir assez bien distingué l'anse occidentale de l'anneau de Saturne. Je n'ai pu voir l'orientale, soit parce qu'elle auroit disparu, soit à cause de la densité de l'atmosphère.

Le 6.

Estube observando a Saturno desde que salio de los vapores del horifonte, hasta que entro en la luz del crepusculo. La atmosfera estaba tan densa que no pude ver le bien terminado; ni con los telescopios, ni con el acromatico. Me pareció por dos veces aver percivido alguna vislumbre del asa occidental del anillo, pero esto habra sido tal ves una ilusion de mi vista, por cuyo motivo nõ me atrevo a asegurar si ha desaparecido; ó nõ el anillo. mais ce sera peut-être une illusion de ma vue; c'est pourquoi je n'ose assurer si l'anneau a disparu ou non.

J'ai observé Saturne depuis le moment qu'il est sorti des vapeurs de l'horizon, jusqu'à ce que la lumière du crépuscule me l'ait fait perdre de vue. L'atmosphère étoit si épaisse que je n'ai pu voir Saturne bien terminé, soit que je me servisse des télescopes, soit que j'employasse la lunette achromatique. Il m'a paru par deux fois avoir aperçu quelque lumière, comme des étincelles sorties de l'anse occidentale;

Le

Le 7 Octobre.

J'ai observé Saturne depuis le moment qu'il est sorti des vapeurs de l'horizon, jusqu'à ce que le jour me l'ait fait perdre de vue. Le limbe de cette planète étoit parfaitement bien terminé; & on distinguoit avec assez de clarté la ligne que jette sur le globe l'épaisseur de l'anneau. Les anses ont entièrement disparu, & la planète a pris sa phase ronde. Ce célèbre phénomène est arrivé hier, à mon avis; & cette détermination a toute l'exactitude dont ces sortes d'observations sont susceptibles. Les instrumens dont nous nous sommes servis étoient un télescope de *Short*, de quatre pieds; un autre de *Naire* aussi de quatre pieds, & notre lunette achromatique avec un oculaire des plus forts & des plus clairs. Les phénomènes les plus remarquables dans les observations ont été les suivans: 1.° l'anse occidentale s'est toujours vue plus éclairée que l'orientale. 2.° La ligne de l'ombre étoit plus au Nord que l'axe de l'anneau. 3.° A l'extrémité de l'anneau, il y avoit quelques points qui réfléchissoient la lumière avec plus de vivacité que les autres.

Le 8.

J'ai observé Saturne avec beaucoup de soin: je me suis assuré que l'anneau a disparu. Il m'a paru quelquefois avoir vu ces points lumineux qu'on remarquoit aux extrémités des anses; mais c'étoit assurément une illusion de ma vue. L'atmosphère étoit très-nette, la

Mém. 1775.

Estube observando a Saturno desde que salio de los vapores del horizonte hasta que los rayos del sol me le hicieron perder de vista. El margen del planeta estaba perfectamente terminado, y se distinguia con bastante claridad la linea de la sombra que proyecta en el disco el espesor del anillo. Las asas deste han desaparecido enteramente, y el planeta se halla ya en su phase redonda. Este celebre fenomeno sucedio ayer en mi concepto, y esta determinacion tiene toda aquella exactitud de que son susceptibles semejantes observaciones. Los instrumentos de que nos servimos, han sido un telescopio de Short de 4 pies, otro de Naire de 4; y nuestro antejo acromatico, con un ocular de los mas fuertes, y claros. Los fenomenos mas notables de la desaparicion, han sido los siguientes: 1.° El asa occidental se vió siempre mas iluminada que la oriental. 2.° La linea de la sombra estaba mas al norte que el exe del anillo. 3.° En los extremos de este havia unos puntos que reflectaban la luz con mas viveza que los otros.

Observé a Saturno con mucho cuidado, y me aseguré en que havia desaparecido el anillo, me parecio algunas veces haver visto aquellos puntos luminosos que se percivian en los extremos de las asas; pero esto era seguramente una ilusion de mi vista. La atmosfera estaba muy limpia, el planeta bien

Tt

terminado, y la linea de la sombra se distinguia con bastante claridad. Me parecio tambien haver visto quatro Satelites en el campo del anteojo.

planète bien terminée, & l'ombre de l'anneau sur le globe de Saturne se distinguoit avec assez de clarté. Il m'a paru aussi avoir vu quatre Satellites dans le champ de la lunette.

Il résulte des Observations de M.^{rs} Tosiño & Varela, comparées aux nôtres, que l'anneau de Saturne a cessé d'être visible du 6 au 7 Octobre, avec des lunettes de même longueur & à très-peu près de même force : c'est-là tout ce que nous pouvons assurer de notre côté.



CYCAS PROPOSITA.

A CAROLO LINNÉ.

PALMARUM familia, Indis frequentissima, a reliquis Plantis æquè facile dignoscitur, ac umquam Gramina; cum Palmis sit.

α *Caudex* simplicissimus absque ramis, perennans, qui tamen pro charactere non sufficit, cum *Carica*, *Cecropia*, *Polypodium* arboreum, spinosum, &c. ejusmodi caudice instruuntur.

β *Frondes* duriores ut ferè lignosæ, perennantes, semper virentes, instar ramorum in summitate tantum caudicis hærentes.

γ *Gemma* (cor dicta): terminalis, unica, maxima, e quâ fructificatio excrefcit.

δ *Fructificatio* in diversis diversa.

Spatha univalvis aut bivalvis, emittens *Spadicem* ramosum, rarius simplicem.

Corolla hexapetala, nisi tria inferiora petala pro Perianthio assumantur.

Stamina tria: *Elate*.

Sex: *Phænix*, *Cocos*, *Borassus*, *Corypha*, *Elais*.

Novem: *Areca*.

Plura: *Caryota*.

Pistilla germina 3: *Chamærops*.

Styli 3: *Cocos*, *Borassus*, *Elais*.

Stylus 1: *Phænix*, *Corypha*, *Caryota*, *Elate*.

Fructus monospermus: *Cocos*, *Phænix*.

Dispermus: *Caryota*.

Trispermus: *Borassus*.

Tres: *Chamærops*.

Sexus monoicus: *Areca*, *Elate*, *Caryota*.

Dioicus: *Phænix*, *Cocos*, *Borassus*, *Elais*.

Polygamus: *Chamærops*.

Obscuræ quoad partes fructificationis etiamnum persistunt Palmæ plurimæ, nec Botanicis satis notæ; præcipua enim,

quæ de his nobis innotuere, debemus Rheedio & Rumphio, partimque Kæmphero, Brownio, Jaquinio; nec hoc mirum videbitur, cum paucis contingat adire patrias Palmarum Indias; cum in hortis Botanicis sint rariores, nec intra clausa facile floreant, nec nisi admodum grandævæ; cum altissimas Palmas ascendere durissimis ipsis servis sit difficillimum; cum ob molem spadiceis florentis non commodè herbariis vivis inferantur.

GENERE sub uno eodemque omnes Palmas antecessores Botanici comprehendebant, at visa diversissima fructificatione in corollâ, staminibus, pistillis & fructu, non potui non eas in plura genera separare, unde etiam sequentia genera constituta fuere :

<i>Chamærops.</i>	<i>Phoenix.</i>	<i>Areca.</i>	<i>Caryota.</i>
<i>Borassus.</i>	<i>Cocos.</i>	<i>Elate.</i>	
<i>Caryota.</i>	<i>Cycas.</i>	<i>Elais.</i>	
		<i>Zamia.</i>	

Nihilominus hæc genera ad classes amandare ob fructificationem diversissimam, nullus facile audebat, quamdiu in plerisque speciebus propria autopsia deficiebat & plurimæ notæ mutuarentur a Botanicis minùs systematicis; sed in his, ut in aliis, longa dies tandem viam aperiat.

CYCAS in hortis Europæis, licet sat frequens, nullibi mihi florens visa fuit & ejus fructificationes, a Rheedeo & Rumphio datæ, non potuere a me cum reliquis Palmis conciliari, adeoque coactus fui characterem Cycades inter genera omittere; at felici casu nuper contigit mihi utriusque sexûs flores hujus Palmæ intueri, quos operæ pretium duco hîc describere.

* M A S.

CAL. *Spalha* nulla. *Spadix* (proprie dicendus) nullus. *Amentum* ovatum, imbricatum, squarrosum, magnitudine capitis, facie strobili Pini Pinæ: *Squamis* cuneato-lanceolatis, approximatis, carnosiss, purpureis, lævibus; supra planis; subtus carinatis; apice producto, acuminato, reflexo, a proximis distante, supra infraque carinato, pagina superior polline adpersa.

COR. nulla, pagina inferior carinata longitudine trium pollicum.

STAM. *Filamenta* nulla. *Antheræ* nullæ. *Pollen* densissimè adpersum squamis amenti paginæ superioris, sessile, subglobosum, uniloculare, dehiscens longitudinaliter altero latere favillamque exflans.

* FEMINA in *distincto individuo*.

CAL. *Spatha* nulla.

Spadix (minùs propriè) simplicissimus, pistillis instructus vix pedalis, carnosus, tomentosus, teretiufculus: subcompressus, acuminatus, apice magis compressus & ferè membranaceus.

Perianthium nullum.

COR. nulla.

PIST. *Germina* solitaria, subglobosa, remotissima, sessilia & immersa spadice angulis. *Stylus* filiformis, brevissimus. *Stigma* simplex.

PER. *Drupa* ovalis, monosperma.

SEM. *Nux* lignea, unilocularis.

FOLIATIO circinalis audit, dum stipes a paginâ anteriore frondis, ante ejus explicationem, existit spiraliter & longitudinaliter involutus, at foliola S. Pinnæ spiraliter & transversaliter involutæ.

Circinalis hæc foliatio est propria & communis omnibus filicibus, a maximis polypodiis arborecentibus usque in minimam pilulariam; quâ notâ filices primo intuitu dignoscuntur, & quidem ante earum fructificationem, uti acrostichum pectinatum, dichotomum, digitatum, filiquosum, quæ ob faciem a filicibus alienam, nullus ignarus citra fructificationem inter filices quæreret.

FLORESCENTIA *Dorsifera* dicta, propria filicibus est, quòd ferant fructificationem suam a paginâ posticâ frondi innatam & nudam & sessilem, quod herbis non competit, ne quidem propriè *Ruscis*, *Phyllanthis*, &c. *Spicata* quidem nonnullæ filices occurrunt, uti *onoclea*, *ophioglossum*, *osmunda*; at in his omnibus spica formatur ex revolutis frondis marginibus, ut fructificationes planè tegantur & occultentur; unde

etiam differentia inter omnundas & acrosticha sæpe difficillima evadit.

ORDINI NATURALI palmarum omnes Botanici unanimi consensu Cycadem intulere, idque ob speciosam staturam; ob caudicem simplicissimum apice foliosum; ob comam frondosam semper virentem, longissimam, diffusam, tenacem; nec olfecit ullus affinitatem Cycadis cum filicibus.

Quod verò Cycas a palmis exulare, & ad filices migrare debeat, jubet & foliatio & frondescentia ejus.

Foliatio circinali filicibus propria, a reliquis plantis aliena, nulli palmæ communi, convenit Cycas cum filicibus, quod alibi notari (a) tamquam quid singulare, uti quotidie in hortis videre est, ubi non tantum stipes, sed etiam ipsæ pinnæ frondis spiritaliter involvuntur.

Fructificatione Dorisferâ, itidem filicibus propriâ, & ab aliis plantis, etiam palmis diversa, convenit Cycas filicibus.

Notum enim est, quòd Amenta S. Strobili (quæ pari passu ambulant.) formentur a Naturâ ex foliorum rudimentis (futuri anni), quòdque optimè illucescet e strobilo Pini (b). Hisce datis, quòd Amenta sint *folia parva*, & his pulvis floridus inspersus, absque calyce & corollâ, ut in filicibus, præsertim in acrostichis, manifestè patebit, quòd Dycas sit e gente filicum.

PULVIS FLORIDUS in Cycade minimè pro Antheris agnoscendus est, sed pro nudo Polline, quòd unusquisque, quì umquam Pollen Antherarum in plantis examinavit, fatebitur; in herbis omnibus includitur pollen intrâ suas antheras, quemadmodum semina angiospermicarum intrâ suum pericarpium; nec in hunc usque diem novimus Pollen nudum absque Antherino tegumento, more seminum gymnospermicarum extitisse.

(a) *Spec. plant.* 2, p. 1652 in Cycade: foliatio circinalis more filicum peragitur.

(b) In Pini Abietis Strobilis florentibus, dum pistilla quocumque casu destruuntur, non modo squamæ

ejus purpureæ revirescunt & in folia acerola elongantur, verum etiam strobilus ipse ulterius apice excrescit in ramum foliatum continuatâ vegetatione, quæ alioquin fructificatione terminaretur.

Filicum pulverem floridum ob affinitatem, ob structuram, ob faciem, ob situm, *Cycadis* pollini simillimum, esse *Pollen nudum absque antheris* docet *Cycas*.

Illustrat hæc consideratio Pollinis *Cycadis* perplurimum rem herbariam & declarat characterem essentialem, quo *Filices* (& fortè aliæ cryptogamæ) ab herbis sic dictis perfectis dignoscantur; qui *constabit in Polline nudo absque Anthera*; & sic ulterius viam pandit naturalem ad cryptogamiæ obscurissimam classem.

Dorsiferarum S. *Filicum* pulverem, in aversâ frondis paginâ natum, plurimi cum *Morisono* (c) pro sessionibus assumere, qui asserit ex terræ mandato hoc pulvere succrevisse novas ejusmodi plantas; at vereor, imò certus sum, quòd fallat; adeoque mereretur plurimum iterare experimentum; nec me moveat, quod *Maratti*, in opusculo speciali, duas *Antheras*, supra squamam singulam, *Polypodii* pulverem tegentem, se armato oculo vidisse asserat.

Pilularia, observante illustrissimo Botanico B. *Jussieo*, gerit *Pollen* floridum a fructu remotissimum, si itaque maxima *Filix Cycas* & minima *Filix Pilularia* gerant ejusmodi pulverem floridum S. *Pollen nudum*, quod omnibus attributis convenit pulveri *Dorsiferarum*, ejusdem ordinis, quodque similiter dehiscit, debet pulvis floridus *Filicum* esse masculus, cum natura saltus numquam fecit.

Fortè dies detegat pilos Pistillares in Filicibus tenuissimos, vel ad radicem, vel in stipite, vel in fronde sterili vel inter moleculas pollinis, occultatas.

REMOTÂ CYCADE e Palmarum prosapie, restat *ZAMIA* cujus quidem fructificatio a me visa non fuit, sed, quatenus valeat figura *Trewii* seu *Ehretii*, a Palmis longè aliena evadat, & fortè *Equisetis* proxima; hanc tam ad foliationem, uàm fructificationem ulterius examinent autoptæ.

(c) *Morif. hist. 3, p. 565*. Asserit se experimenti causâ folia *lingue Cervine* veterascentia collegisse, & pulverem aversis foliis adhærentem solo humido & umbroso adpersisse, a quo, anno subsequente, plantæ ejusmodi succreverunt.



M É M O I R E

Sur la nature du Principe qui se combine avec les Métaux pendant leur calcination, & qui en augmente le poids (a).

Par M. L A V O I S I E R.

Lû
à la rentrée
publique
de Pâques
1775.

Relû
le 8 Août
1778.

EXISTE-T-IL différentes espèces d'air ? Suffit-il qu'un corps soit dans un état d'expansibilité (b), durable pour constituer une espèce d'air ? Enfin les différens airs que la Nature nous offre, ou que nous parvenons à former, sont-ils des substances à part, ou des modifications de l'air de l'atmosphère ? Telles sont les principales questions qu'embrasse le plan que je me suis formé, & dont je me propose de mettre successivement le développement sous les yeux de l'Académie ; mais le temps consacré à nos Séances publiques, ne me permettant pas de traiter aucune de ces questions dans toute son étendue, je me renfermerai aujourd'hui dans un seul cas particulier, & je me bornerai à faire voir que le principe qui s'unit aux métaux pendant leur calcination, qui en augmente le poids & qui les constitue dans l'état de chaux, n'est autre chose que la portion de l'air la plus salubre

(a) Les premières expériences relatives à ce Mémoire, ont été faites il y a plus d'un an ; celles sur le Mercure précipité *per se*, ont d'abord été tentées au verre ardent, dans le mois de Novembre 1774, & faites ensuite avec toutes les précautions & les soins nécessaires dans le Laboratoire de Montigny, conjointement avec M. Trudaine, les 28 Février, 1.^{er} & 2 Mars de cette année ; enfin elles ont été répétées de nouveau le 31 Mars dernier, en présence de M. le

Duc de la Rochefoucault, de M.^{rs} Trudaine, de Montigny, Macquer & Cadet.

(b) Le mot d'*expansibilité* que j'emploierai dans ce Mémoire, est aujourd'hui consacré pour les Physiciens & pour les Chimistes, depuis qu'un Auteur moderne en a fixé le sens dans un article très-étendu, rempli des vues les plus vastes & les plus neuves. Voyez *Encyclopédie*, tome VI, page 274, au mot *Expansibilité*.

& la

& la plus pure; de sorte que si l'air, après avoir été engagé dans une combinaison métallique, redevient libre, il en ressort dans un état éminemment respirable, & plus propre que l'air de l'atmosphère à entretenir l'inflammation & la combustion des corps.

La plupart des chaux métalliques ne se réduisent, c'est-à-dire, ne reviennent à l'état de métal, que par le contact immédiat d'une matière charbonneuse, ou d'une substance quelconque qui contienne ce qu'on nomme le *phlogistique*. Le charbon qu'on emploie, se détruit en entier dans cette opération, lorsque la dose en est bien proportionnée; d'où il suit que l'air qui se dégage des réductions métalliques par le charbon, n'est pas un être simple, qu'il est en quelque façon le résultat de la combinaison du fluide élastique dégagé du métal, & de celui dégagé du charbon; donc de ce qu'on obtient ce fluide dans l'état d'air fixe, on n'est point en droit d'en conclure qu'il existoit dans cet état dans la chaux métallique avant la combinaison avec le charbon.

Ces réflexions m'ont fait sentir combien il étoit essentiel pour débrouiller le mystère de la réduction des chaux métalliques, de diriger toutes mes expériences sur celles qui sont réductibles sans addition; les chaux de fer m'offroient cette propriété: en effet, de toutes celles, soit naturelles, soit artificielles, que nous avons exposées au foyer des grands verres ardents, soit de M. le Régent, soit de M. Trudaine, il n'en est aucune qui n'ait été réduite en totalité sans addition.

J'ai essayé en conséquence de réduire, à l'aide du verre ardent, plusieurs espèces de chaux de fer sous de grandes cloches de verre renversées dans du mercure, & je suis parvenu à en dégager par ce moyen une grande quantité de fluide élastique; mais, comme en même temps, ce fluide élastique se trouvoit mélangé avec l'air commun, contenu dans la capacité de la cloche, cette circonstance jetoit une grande incertitude sur mes résultats; aucune des épreuves auxquelles je soumettois cet air n'étoit parfaitement concluante, & il m'étoit impossible d'assurer si les phénomènes

que j'obtenois, dépendoient de l'air commun, de celui dégagé de la chaux de fer, ou de la combinaison des deux ensemble. Ces expériences n'ayant point rempli mon objet, j'en supprime ici le détail; elles trouveront d'ailleurs leur place naturelle dans d'autres Mémoires.

Comme ces difficultés tenoient à la nature même du fer, à la qualité réfractaire de ses chaux, & à la difficulté de les réduire sans addition, je les ai regardées comme insurmontables, & j'ai cru dès-lors devoir m'adresser à une autre espèce de chaux d'un traitement plus facile, & qui eût, comme les chaux de fer, la propriété de se réduire sans addition : le mercure précipité *per se*, qui n'est autre chose qu'une chaux de mercure, comme l'ont déjà avancé quelques Auteurs, & comme on en sera mieux convaincu encore par la lecture de ce Mémoire, le mercure précipité *per se*, dis-je, m'a paru propre à remplir complètement l'objet que j'avois en vue : personne en effet n'ignore plus aujourd'hui que cette substance est réductible sans addition à un degré de chaleur très-médiocre. Quoique j'aie répété un grand nombre de fois les expériences que je vais rapporter, je n'ai pas cru devoir donner ici le détail de chacune d'elles en particulier, dans la crainte de trop grossir ce Mémoire, & j'ai confondu en conséquence en un seul récit des circonstances qui appartiennent à plusieurs répétitions de la même expérience.

Pour m'assurer d'abord si le mercure précipité *per se* étoit une véritable chaux métallique, s'il donnoit les mêmes résultats, la même espèce d'air par la réduction, suivant la méthode ordinaire, c'est-à-dire, pour me servir de l'expression reçue, avec addition de phlogistique; j'ai mêlé une once de cette chaux avec quarante-huit grains de charbon en poudre, & j'ai introduit le tout dans une petite cornue de verre de deux pouces cubiques au plus de capacité, que j'ai placée dans un fourneau de réverbère proportionné à sa grandeur. Le col de cette cornue avoit environ un pied de longueur, & trois à quatre lignes de diamètre; il avoit été coudé en différens endroits à la lampe d'émailleur, & son extrémité

étoit disposée de manière à pouvoir s'engager sous une cloche de verre suffisamment grande, remplie d'eau & renversée dans un baquet également rempli d'eau : l'appareil qui est maintenant sous les yeux de l'Académie, suffira pour lui donner une idée de l'opération. Cet appareil, tout simple qu'il est, est d'autant plus exact, qu'il n'y a ni soudure, ni lut, ni enfin aucun passage à travers lequel l'air puisse s'introduire ou s'échapper.

Sitôt que le feu a été mis sous la cornue, & qu'elle a ressenti les premières impressions de la chaleur, l'air commun qu'elle contenoit s'est dilaté, & il en a passé quelque peu dans la cloche; mais vu la petitesse de la partie vide de la cornue, cet air ne pouvoit pas faire d'erreur sensible, & la quantité, en évaluant tout au plus haut, pouvoit à peine monter à un pouce cubique. A mesure que la cornue a commencé à s'échauffer davantage, l'air s'est dégagé avec beaucoup de rapidité, & a monté à travers de l'eau dans la cloche; l'opération n'a pas duré plus de trois quarts d'heure, encore le feu a-t-il été ménagé pendant cet intervalle. Lorsque la totalité de la chaux de mercure a été réduite, & que l'air a cessé de passer, j'ai marqué la hauteur où l'eau s'étoit arrêtée dans la cloche, & j'ai trouvé que la quantité d'air dégagé avoit été de 64⁰ pouces cubiques, sans compter la portion qui avoit dû nécessairement être absorbée par l'eau en la traversant.

J'ai soumis cet air à un grand nombre d'épreuves dont je supprime le détail, & il en a résulté, 1.^o qu'il étoit susceptible de se combiner avec l'eau par l'agitation, & de lui communiquer toutes les propriétés des eaux acidules, gazeuses ou aériennes, telles que sont celles de Seltz, de Pougues, de Bussang, de Pirmont, &c. 2.^o qu'il faisoit périr en quelques secondes les animaux qu'on y plongeait; 3.^o que les bougies, & généralement tous les corps combustibles, s'y éteignoient à l'instant; 4.^o qu'il précipitoit l'eau de chaux; 5.^o qu'il se combinait avec une grande facilité avec les alkalis soit fixes, soit volatils, qu'il leur ôtoit leur causticité, & leur donnoit la propriété de cristalliser. Toutes ces qualités sont précisément

celles de l'espèce d'air connue sous le nom d'*air fixe*, tel que je l'ai obtenu de la réduction du *minium* par la poudre de charbon, tel qu'il se dégage des terres calcaires & des alkalis effervescens par leur combinaison avec les acides, des matières végétales en fermentation, &c. Il étoit donc constant que le mercure précipité *per se* donnoit les mêmes produits que les autres chaux métalliques, par la réduction avec addition de phlogistique, & qu'il rentroit par conséquent dans la classe générale des chaux métalliques.

Il n'étoit plus question que d'examiner cette chaux seule, de la réduire sans addition, de voir s'il s'en dégageroit de même quelque fluide élastique, & en supposant qu'il s'en dégagât, d'en déterminer la nature. Pour remplir cet objet, j'ai mis dans une cornue, également de deux pouces cubiques de capacité, une once de mercure *précipité per se* seul; j'ai disposé l'appareil de la même manière que dans l'expérience précédente, & j'ai fait en sorte que toutes les circonstances fussent exactement les mêmes; la réduction s'est faite cette fois un peu plus difficilement que par l'addition du charbon; elle a exigé plus de chaleur, & il n'y a eu d'effet sensible, que lorsque la cornue a commencé légèrement à rougir; alors l'air s'est dégagé peu-à-peu, a passé dans la cloche, & en soutenant le même degré de feu pendant deux heures & demie, la totalité du mercure a été réduite.

L'opération achevée, il s'est trouvé d'une part, tant dans le col de la cornue que dans un vaisseau de verre, que j'avois disposé au-dessous de l'eau sous son bec, 7 gros 18 grains de mercure coulant; de l'autre, la quantité d'air passée dans la cloche s'est trouvée de 78 pouces cubiques; d'où il suit qu'en supposant que toute la perte de poids dût être attribuée à l'air, chaque pouce cubique devoit peser un peu moins de deux tiers de grains, ce qui ne s'écarte pas beaucoup de la pesanteur de l'air commun.

Après avoir ainsi fixé ces premiers résultats, je n'ai rien eu de plus pressé que de soumettre les 78 pouces cubiques d'air, que j'avois obtenus, à toutes les épreuves propres à en

déterminer la nature, & j'ai reconnu avec beaucoup de surprise :

1.^o Qu'il n'étoit pas susceptible de se combiner avec l'eau par l'agitation :

2.^o Qu'il ne précipitoit pas l'eau de chaux, mais qu'il la troubloit seulement d'une manière presque insensible :

3.^o Qu'il ne contractoit aucune union avec les alkalis fixes ou volatils :

4.^o Qu'il ne diminueoit en rien leur qualité caustique :

5.^o Qu'il pouvoit servir de nouveau à la calcination des métaux :

6.^o Enfin, qu'il n'avoit aucune des propriétés de l'air fixe; loin de faire périr, comme lui, les animaux, il sembloit au contraire plus propre à entretenir leur respiration; non-seulement les bougies & les corps embrasés ne s'y éteignoient pas, mais la flamme s'y élargissoit d'une manière très-remarquable; elle jetoit beaucoup plus de lumière & de clarté que dans l'air commun; le charbon y brûloit avec un éclat presque semblable à celui du phosphore, & tous les corps combustibles en général s'y consommoient avec une étonnante rapidité. Toutes ces circonstances m'ont pleinement convaincu que cet air, loin d'être de l'air fixe, étoit dans un état plus respirable, plus combustible, & par conséquent qu'il étoit plus pur que l'air même dans lequel nous vivons.

Il paroît prouvé d'après cela que le principe qui se combine avec les métaux pendant leur calcination & qui en augmente le poids, n'est autre chose que la portion la plus pure de l'air même qui nous environne, que nous respirons & qui passe dans cette opération de l'état d'expansibilité à celui de solidité; si donc on l'obtient dans l'état d'air fixe, dans toutes les réductions métalliques où l'on emploie le charbon, c'est à la combinaison de ce dernier, avec la portion pure de l'air qu'est dû cet effet, & il est très-vraisemblable que toutes les chaux métalliques ne donneroient, comme celles de mercure, que de l'air éminemment respirable, si l'on pouvoit toutes les réduire sans addition, comme on réduit le mercure *précipité per se*.

Tout ce qu'on vient de dire de l'air des chaux métalliques, peut s'appliquer naturellement à celui qu'on obtient du nitre par la détonation; on fait, par nombre d'expériences déjà publiées, & dont j'ai répété le plus grand nombre, que la plus grande partie de cet air est dans l'état d'air fixe, qu'il est mortel pour les animaux qui le respirent, qu'il a la propriété de s'unir facilement avec la chaux & les alkalis, de les adoucir & de les faire cristalliser; mais comme en même temps la détonation du nitre n'a lieu que par l'addition du charbon ou d'un corps quelconque qui contient du phlogistique, on ne peut guère douter qu'il ne s'opère encore dans cette circonstance une conversion d'air éminemment respirable en air fixe; d'où il suivroit que l'air combiné dans le nitre, & qui produit les explosions terribles de la poudre à canon, est la portion respirable de l'air de l'atmosphère privé de son expansibilité, & qui est un des principes constitutifs de l'acide nitreux.

Puisque le charbon disparaît en entier dans la revivification de la chaux de mercure, & qu'on ne retire dans cette opération que du mercure & de l'air fixe, on est forcé d'en conclure que le principe auquel on a donné jusqu'ici le nom d'*air fixe*, est le résultat de la combinaison de la portion éminemment respirable de l'air avec le charbon; & c'est ce que je me propose de développer d'une manière plus satisfaisante, dans la suite de Mémoires que je donnerai sur cet objet,



OBSERVATIONS
BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,
*Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers
en Gâtinois, pendant l'année 1774.*

Par M. D^U HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Observations météorologiques sont divisées en sept colonnes, de même que les années précédentes. On s'est toujours servi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-dessous de zéro; quand les degrés sont au-dessus, il n'y a point de barre; o désigne que la température de l'air étoit précisément au terme de la congélation.

Il est bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud plusieurs jours de suite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3. & quelquefois 4. degrés au-dessus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conservé une certaine chaleur; c'est pourquoi on a mis dans la septième colonne, *Gelée*.

Les Observations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du soir.

Nota. Les Observations du baromètre, à commencer du premier du mois de Janvier, ont été faites sur un baromètre callé sur celui de l'Observatoire, qui est 3 lignes plus haut que celui dont nous servions les années précédentes.

528 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
JANVIER.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	onces lignes	
1.	N. O.	— 2.	1 $\frac{1}{2}$.	— $\frac{1}{2}$.	27. 5	beau avec nuages.
2.	N.	— 1.	— $\frac{1}{2}$.	— 2 $\frac{1}{2}$.	27. 4 $\frac{1}{2}$.	beau avec vent & neige.
3.	N.	— 3.	— 2.	— 5.	27. 9	beau temps.
4.	S. O.	— 5 $\frac{1}{2}$.	— 2.	2.	27. 11	<i>idem.</i>
5.	O.	0.	1.	— 3 $\frac{1}{2}$.	28. $\frac{1}{2}$	variable avec brouillard.
6.	S. O.	— 1.	$\frac{1}{2}$.	— 1.	27. 9	brouillard & givre.
7.	S. O.	2.	3.	2.	27. 8	couvert & pluvieux.
8.	S.	— $\frac{1}{2}$.	4.	3 $\frac{1}{2}$.	27. 7 $\frac{1}{2}$.	couvert.
9.	S. O.	3.	7.	3 $\frac{1}{2}$.	27. 6	<i>idem.</i>
10.	E.	2.	3.	$\frac{1}{2}$.	27. 6	<i>idem.</i>
11.	E.	— 1.	1 $\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{2}$.	27. 4 $\frac{1}{2}$.	<i>idem.</i>
12.	N. E.	0.	3.	5.	27. 4 $\frac{1}{2}$.	couvert & beau.
13.	S.	3.	7.	4.	27. 2	brouillard, bruine & vent.
14.	S. O.	7.	8 $\frac{1}{2}$.	4.	27. 3	variable avec pluie & vent.
15.	O.	3 $\frac{1}{2}$.	7.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 5 $\frac{1}{2}$.	variable sans pluie.
16.	S. O.	9.	10 $\frac{1}{2}$.	9.	27. 5	pluvieux & venteux.
17.	S.	8 $\frac{1}{2}$.	8.	1.	27. 3	pluvieux & grand vent de tempête.
18.	S. O.	8.	2.	— 1 $\frac{1}{2}$.	27. 4	grand vent, pluie & grêle.
19.	N. O.	— 1.	1.	$\frac{1}{2}$.	27. 9	beau temps.
20.	E.	— 2.	2.	— 1 $\frac{1}{2}$.	27. 4	beau avec nuages & vent.
21.	E.	0.	2.	5 $\frac{1}{2}$.	27. 8	beau temps.
22.	S.	— 3.	8.	5 $\frac{1}{2}$.	27. 4	couvert, brouillard & pluie.
23.	S.	6 $\frac{1}{2}$.	5 $\frac{1}{2}$.	2.	27. 1	pluvieux & venteux.
24.	S. O.	3.	5 $\frac{1}{2}$.	1 $\frac{1}{2}$.	27. 3	le matin, 27 $\frac{1}{2}$, venteux & couvert.
25.	S. O.	0.	4 $\frac{1}{2}$.	2.	27. 6 $\frac{1}{2}$.	beau avec nuages.
26.	S. O.	2.	8.	3.	27. 7 $\frac{1}{2}$.	variable avec vent.
27.	S. O.	5.	7.	3.	27. 6	couvert, venteux & bruine.
28.	S. O.	4.	10.	8.	27. 8	variable avec pluie, vent & grêle.
29.	S. O.	5.	10 $\frac{1}{2}$.	3 $\frac{1}{2}$.	27. 6	variable avec vent.
30.	N.	3 $\frac{1}{2}$.	6.	3 $\frac{1}{2}$.	27. 10	beau avec nuages.
31.	N.	0.	2 $\frac{1}{2}$.	0.	28. 9	gelée & couvert.

Les derniers mois de l'année 1773 ayant été doux, on a vu au commencement de celui-ci, dans un jardin de Pithiviers, un amandier de Provence qui avoit des fleurs; ce mois a continué à être très-doux, il n'a presque pas gelé, mais il a plu considérablement, & il a régné beaucoup de vents. Lorsque la terre n'a pas été trop molle, on en a profité pour avancer les ouvrages de la saison, les Fermiers ont fait des entre-hivers, & les Vignerons ont travaillé à donner à leurs vignes la façon d'hiver.

Pendant le mois dernier & celui-ci, plusieurs Fermiers ayant perdu subitement quelques-unes de leurs vaches, on a jugé que ces accidens venoient de l'abondance du sang, on a pris le parti de les faire saigner, & depuis il n'en est point péri.

La levée des blés s'est bien faite, & ils étoient très-beaux, mais il y avoit beaucoup d'herbe; le blé se vendoit au Marché, de vingt-deux à vingt-quatre livres; l'avoine, de huit à neuf livres; l'un & l'autre le setier ou sac mesure de Paris, pesant environ deux cents quarante livres.

Il est tombé pendant ce mois, 1 pouce 8 lignes $\frac{12}{16}$ d'eau de pluie.

530 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
FÉVRIER.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		<i>Degrés.</i>	<i>Degrés.</i>	<i>Degrés.</i>	<i>poises lignes</i>	
1.	N.	— 1.	1 $\frac{1}{2}$.	— 1.	27. 8 $\frac{1}{2}$	variable sans pluie.
2.	N. E.	— 1.	— 1.	— 2 $\frac{1}{2}$.	27. 10	grand vent & neigeux.
3.	N. E.	— 4.	2.	— 2.	27. 11	beau avec vent.
4.	N. E.	— 4 $\frac{1}{2}$.	2.	— 1 $\frac{1}{2}$.	28.	<i>idem.</i>
5.	N.	— 2.	2 $\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{2}$.	28.	beau temps.
6.	N.	— $\frac{1}{2}$.	3.	0.	27. 11 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
7.	S. O.	1.	3 $\frac{1}{2}$.	2 $\frac{1}{2}$.	27. 9	couvert.
8.	O.	4.	4 $\frac{1}{2}$.	— $\frac{1}{2}$.	27. 8 $\frac{1}{2}$	le matin, 27 ^{me} 2', vent & pluie.
9.	O.	— $\frac{1}{2}$.	5.	— 1 $\frac{1}{2}$.	27. 9	beau temps.
10.	S. O.	— 2 $\frac{1}{2}$.	1 $\frac{1}{2}$.	1.	27. 10	beau avec nuages.
11.	S.	2.	3.	4.	27. 5 $\frac{1}{2}$	venteux & pluvieux.
12.	S. O.	1.	3.	6 $\frac{1}{2}$.	27. 9	gelée blanche, variable & bruine.
13.	S.	6.	6.	5 $\frac{1}{2}$.	27. 11	variable, couvert & bruine.
14.	S.	1.	9.	7.	27. 9	beau temps.
15.	S.	5 $\frac{1}{2}$.	11.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 7	variable & couvert avec vent.
16.	S. O.	7 $\frac{1}{2}$.	12.	9.	27. 5 $\frac{1}{2}$	grand vent & pluvieux.
17.	S. O.	6 $\frac{1}{2}$.	10.	4.	27. 9	variable avec vent & petite pluie.
18.	S. O.	1.	8 $\frac{1}{2}$.	4.	28.	gelée blanche, beau temps.
19.	S. O.	1.	9.	6.	27. 11 $\frac{1}{2}$	à 2 ^h mat. 28' 1", gel. bl. beau temps.
20.	O.	6.	10.	3 $\frac{1}{2}$.	28. $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
21.	S.	2.	8.	4.	27. 10	gelée blanche, couvert, pluie & vent.
22.	S.	1.	7.	5.	27. 7	gelée blanche, venteux.
23.	S. O.	6.	8.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 5 $\frac{1}{2}$	couvert, venteux & pluvieux.
24.	S. O.	8.	10 $\frac{1}{2}$.	5.	27. 8	grand vent avec ondées de pluie.
25.	S. O.	7.	9 $\frac{1}{2}$.	7.	27. 4	grand vent & pluvieux.
26.	N. E.	3.	9 $\frac{1}{2}$.	3.	27. 8	couvert.
27.	O.	$\frac{1}{2}$.	6.	1 $\frac{1}{2}$.	28. 2	gelée à glace, beau avec nuages.
28.	S. O.	1.	6 $\frac{1}{2}$.	6.	27. 9 $\frac{1}{2}$	gelée blanche, venteux & pluvieux.

Ce mois a été prodigieusement venteux & humide, ce qui a fait écrouler une quantité de murs & de vieilles maisons.

On a vu pendant la gelée, plusieurs Cygnes qui païssoient l'herbe avec les Oies sauvages; on soupçonnoit qu'ils venoient de l'étang de Loches en Touraine, qui étoit gelé, & où il y en a beaucoup.

Les blés étoient bien verts, mais il y avoit beaucoup d'herbe; on a commencé à labourer pour les Mars, quoique la terre fût très-molle, ce qui faisoit que les labours n'étoient pas bons.

Les Vignerons qui tailloient la vigne, trouvoient dans le sarment la moëlle noircie, ce qu'on attribuoit à ce que le bois de la vigne n'étoit pas parvenu à une parfaite maturité avant l'hiver; on se rappellera encore que le raisin n'avoit pas parfaitement mûri en 1773; aussi y a-t-il eu beaucoup de ce qu'on appelle la *Champlûre*: on nomme ainsi un raccourcissement du sarment qui se sépare à l'endroit des nœuds.

Vers la fin du mois, les boutons des jeunies épines blanches étoient verts; ceux de la charmille étoient alongés; ceux à fleurs des pêcheurs commençoient à rougir; la fleur de l'ellébore jaune, *Elleborus niger*, *ranunculi folio*, *tuberosâ radice*, étoit passée; la perce-neige & les primeveres blanches & rouge étoient en fleurs.

Il est tombé pendant ce mois, qu'on peut regarder comme humide, 2 pouces 4 lignes $\frac{43}{48}$ d'eau de pluie.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.		
1.	S. O.	3 $\frac{1}{2}$.	6.	2.	27. 9	variable avec nuages.
2.	S. O.	$\frac{3}{2}$.	7 $\frac{1}{2}$.	1.	27. 5	gelée à glace, pluie & neige.
3.	O.	$\frac{1}{2}$.	6.	2.	27. 7	beau avec nuages.
4.	S. O.	1.	7 $\frac{1}{2}$.	6.	27. 2	variable avec pluie & vent.
5.	S. O.	5.	10.	7 $\frac{1}{2}$.	27. 4	grand vent & pluvieux.
6.	S. O.	8 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	10.	27. 8	beau avec nuages, vent & pluie.
7.	S.	8.	13.	10.	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
8.	S. O.	8.	14 $\frac{1}{2}$.	10.	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau & couvert.
9.	S. O.	8.	12.	10.	27. 6	<i>idem.</i>
10.	N. E.	9.	9.	7.	27. 5	couvert, bruine, neige fondue.
11.	N. E.	4.	3 $\frac{1}{2}$.	3 $\frac{1}{2}$.	27. 5	<i>idem.</i>
12.	N.	2 $\frac{1}{2}$.	7.	2.	27. 7	beau & vent froid.
13.	E.	0.	7.	2.	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau temps.
14.	E.	— $\frac{1}{2}$.	10.	4.	27. 9	gelée blanche, beau temps.
15.	S. E.	1.	14.	7 $\frac{1}{2}$.	27. 7	beau & couvert.
16.	S. E.	4 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 5	variable sans pluie, tonnerre le soir.
17.	S.	8.	14.	9.	27. 6 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & tonnerre.
18.	S. E.	7 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	6.	27. 5	variable avec petite pluie.
19.	S.	6.	12.	7.	27. 6	nébuleux & pluvieux.
20.	S.	0.	11 $\frac{1}{2}$.	6.	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
21.	E.	3.	12.	8.	27. 11 $\frac{1}{2}$	gelée blanche, beau avec nuages.
22.	N.	5.	14 $\frac{1}{2}$.	8.	28.	beau temps & brumeux.
23.	N.	6.	12.	7.	28.	variable avec brouillard.
24.	N.	5.	13.	6 $\frac{1}{2}$.	28.	beau temps.
25.	S. E.	3 $\frac{1}{2}$.	14.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 11	gelée.
26.	S. E.	5.	14.	9.	27. 11	variable avec pluie & tonnerre.
27.	N. E.	6.	15.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 9	beau avec nuages; tonnerre au loin.
28.	S. E.	6.	13 $\frac{1}{2}$.	7.	27. 10	beau avec nuages & ondées.
29.	N.	4.	15 $\frac{1}{2}$.	7.	27. 10	beau avec nuages, il éclaire au Nord.
30.	N.	3 $\frac{1}{2}$.	13 $\frac{1}{2}$.	7.	27. 9	gelée blanche, beau temps.
31.	S.	4.	12.	9.	27. 7	beau temps.

Le 2, il est tombé pendant la nuit un pouce de neige; vers les 10 heures du matin, les abeilles alloient à la provision sur les fleurs des gazons.

Le 15, la sève de tous les arbres étoit en mouvement; le 20, on vit sur une treille un bourgeon de trois pouces de long avec des feuilles; le 23, les boutons de la vigne étoient en bourre, & dans plusieurs, on pouvoit compter les grapes.

Depuis quelques jours les abricotiers étoient déffleuris, & il y avoit quelques abricots de noués; il y avoit aussi des pêchers déffleuris, & quelques fruits noués, pendant que d'autres étoient en pleine fleur. Tous les pêchers en plein vent avoient fait de belles pousses en 1773; mais en 1774, il n'y avoit point d'yeux; les branches étoient chargées de gomme, & on prévoyoit qu'il faudroit les ravalier; il y en avoit même plusieurs dont tout le bois étoit mort au point qu'il y avoit apparence qu'on seroit obligé de les rabattre par le pied.

Vers le 20, on voyoit sur les blés les petits hannetons jaunes qui précèdent les autres; le 28, les tilleuls avoient de petites feuilles; les poiriers ainsi que les pommiers étoient prêts à fleurir.

Les blés en vert étoient très-beaux, sans être trop forts; il restoit peu d'avoine à semer; les premières faites étoient bien levées: comme la superficie de la terre étoit sèche, on desiroit un peu de pluie pour achever de semer les mars.

A la fin du mois, les pruniers étoient en pleine fleur; & en général les productions de la terre étoient aussi avancées qu'elles l'avoient été l'année précédente au 20 d'Avril.

Il est tombé pendant ce mois 10 lignes $\frac{13}{8}$ d'eau de pluie.

534 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
AVRIL.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	N. E.	5 $\frac{1}{2}$.	12.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 3	beau, vent froid, grêle.
2.	S. O.	7.	12.	7 $\frac{1}{2}$.	27. 6 $\frac{1}{2}$	variable avec giboulées.
3.	S. O.	5 $\frac{1}{2}$.	11.	6.	27. 6 $\frac{1}{8}$	vent forcé.
4.	S.	5 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	7 $\frac{1}{2}$.	27. 8	beau & nébuleux.
5.	S. O.	6 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	6 $\frac{1}{2}$.	27. 9	variable avec bruine.
6.	S.	5.	12.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 6	venteux & pluvieux.
7.	S. O.	7.	11 $\frac{1}{2}$.	7.	27. 6	variable avec vent & pluie.
8.	S.	6 $\frac{1}{2}$.	11.	5 $\frac{1}{2}$.	27. 5	variable sans pluie.
9.	N.	4 $\frac{1}{2}$.	7.	3.	27. 4	pluvieux & grand vent.
10.	N. O.	4 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	5 $\frac{1}{2}$.	27. 9	beau avec nuages.
11.	S. O.	5.	12.	7 $\frac{1}{2}$.	27. 10	variable & couvert sans pluie.
12.	S. E.	5.	12.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 10	beau avec nuages.
13.	S. E.	6.	18.	12.	27. 9 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
14.	N. E.	8.	18.	10.	27. 8	beau & venteux.
15.	E.	8.	12.	10.	27. 7	couvert, pluie, tonnerre au loin.
16.	S.	8.	18.	9.	27. 8	variable avec pluie & gros nuages.
17.	O.	7.	10 $\frac{1}{2}$.	6.	27. 9 $\frac{1}{2}$	variable sans pluie.
18.	S. O.	6.	9 $\frac{1}{2}$.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 6	couvert, venteux & bruine.
19.	N. O.	4.	8.	5 $\frac{1}{2}$.	27. 8 $\frac{1}{2}$	venteux & nébuleux.
20.	S.	5.	8.	3 $\frac{1}{2}$.	27. 7	pluie-toute la journée.
21.	N.	3.	9 $\frac{1}{2}$.	4 $\frac{1}{2}$.	28.	venteux & pluvieux.
22.	O.	4.	9.	9.	28.	gelée blanche, couvert & bruine.
23.	O.	7.	11 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	28. 1	couvert & venteux.
24.	S. O.	9.	16.	10.	28. $\frac{1}{3}$	beau avec nuages.
25.	S. O.	7 $\frac{1}{2}$.	15 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 9	gelée blanche, beau temps.
26.	S. O.	8 $\frac{1}{2}$.	10.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 6	variable avec pluie.
27.	N.	5.	7.	6.	27. 4 $\frac{1}{2}$	pluie froide & continue.
28.	S.	7.	13 $\frac{1}{2}$.	9.	27. 7	pluvieux.
29.	S. E.	8 $\frac{1}{2}$.	18.	12.	27. 10 $\frac{1}{2}$	variable, avec pluie & tonnerre.
30.	E.	12.	19.	14.	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau temps; le soir, éclairs.

Ce mois a été froid & variable ; la végétation, qui les premiers jours du mois étoit fort avancée, a été quinze jours sans faire aucun progrès : cependant les pluies qui sont venues depuis la mi-Avril ont fait grand bien aux blés qui, dans le commencement du mois, devenoient jaunies, & dont la feuille avoit été rouillée par des brouillards secs qui, sur la fin de Mars, avoient régné les matins ; & en général ils n'étoient pas beaux dans les terres légères.

Les abricots étoient gros comme des fèves de haricot.

Les pêches étoient de même, & il y en avoit en quantité. Les pruniers étoient déffleuris, ainsi que les poiriers. Les tilleuls étoient tout verts. Les charmillles avoient une teinte de vert naissant. Les boutons de la vigne étoient en bourre.

Le 9, on vit voler des hirondelles. Le 13, on entendit chanter le coucou. Le 15, il arriva encore beaucoup d'hirondelles qui voloient autour des bâtimens ; on travailloit à semer les orges, pois, vesces, &c.

Le 16, les pruniers étoient en pleine fleur ; ils promettoient plus de fruit que les poiriers.

Le 17, on entendit chanter le rossignol le long de la vallée ; mais depuis quelques jours qu'il faisoit un grand vent froid, on ne voyoit plus d'hirondelles : apparemment elles étoient allées chercher des abris le long des côtes.

Le 22 au matin, il gela blanc ; le Soleil parut en se levant, mais comme il étoit couvert de nuages, & que la rosée étoit fort grande, la gelée tourna en eau avant que le Soleil parût, & il n'y a pas eu grand dommage.

Le même jour, à 10 heures du soir, on entendit le rossignol dans le parc. Le 29, on vit un hanneton. Les pivoines, qui ordinairement ne fleurissent qu'à la mi-Mai ou au commencement de Juin, entroient en fleur. Depuis le 25, il a tonné tous les jours au loin.

Les pêches, les abricots, les prunes étoient nouées abondamment, ainsi que les cerises, à l'exception cependant de quelques espèces de ces dernières, qui étant en fleur pendant les vents froids, avoient été endommagées.

Il est tombé pendant ce mois 2 pouces 8 lignes $\frac{44}{8}$ d'eau.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	E.	12.	20.	11.	27. 7	orage, pluie & tonnerre.
2.	S. O.	10.	15.	11 $\frac{1}{2}$.	27. 4 $\frac{1}{2}$	venteux & pluvieux
3.	S.	8 $\frac{1}{2}$.	14.	8.	27. 5 $\frac{1}{2}$	variable sans pluie.
4.	E.	8.	14.	8.	27. 4	variable avec pluie & tonnerre.
5.	S. E.	8.	13.	8.	27. 5	venteux & pluvieux.
6.	S. O.	9.	12 $\frac{1}{2}$.	8.	27. 7	vent froid.
7.	O.	9.	14.	9.	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & vent.
8.	E.	8.	19.	11 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$	variable avec tonnerre.
9.	E.	10 $\frac{1}{2}$.	19 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	27. 9	couvert & bruine.
10.	E.	13.	17.	11 $\frac{1}{2}$.	27. 8	<i>idem.</i>
11.	E.	9.	11 $\frac{1}{2}$.	11.	27. 8 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine.
12.	N.	11.	12.	12.	27. 9 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
13.	N.	11.	18.	14.	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau temps.
14.	N.	11.	19 $\frac{1}{2}$.	13.	27. 9 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & tonnerre.
15.	N.	12 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	12.	27. 11	pluie & tonnerre.
16.	N.	8 $\frac{1}{2}$.	14.	7 $\frac{1}{2}$.	27. 11	beau avec nuages.
17.	N. E.	5.	14.	8.	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & vent froid.
18.	N. E.	6.	12.	6 $\frac{1}{2}$.	27. 11	beau, vent très-fr. gel. dans les bas.
19.	N. E.	5.	12 $\frac{1}{2}$.	7.	27. 8	beau & vent froid.
20.	E.	7.	15 $\frac{1}{2}$.	4.	27. 4 $\frac{1}{2}$	couvert, venteux & pluvieux.
21.	S. E.	13.	10 $\frac{1}{2}$.	13.	27. 5	couvert, pluie & tonnerre.
22.	S. O.	12.	11 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 5 $\frac{1}{2}$	couvert, pluie, vent & tonnerre.
23.	S.	10 $\frac{1}{2}$.	10.	10 $\frac{1}{2}$.	27. 7 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
24.	O.	9 $\frac{1}{2}$.	14.	9.	27. 8	variable avec pluie & vent.
25.	N. O.	10.	11 $\frac{1}{2}$.	9.	27. 9	variable sans pluie.
26.	N. O.	9.	13.	8.	27. 8	<i>idem.</i>
27.	N. O.	8.	9.	7.	27. 11	couvert & vent froid.
28.	N. O.	6.	12.	8.	27. 9	beau & vent froid.
29.	S. O.	8 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	9.	27. 9	<i>idem.</i>
30.	S. O.	8 $\frac{1}{2}$.	15.	10.	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
31.	S. O.	12.	14.	11.	27. 9	variable & couvert sans pluie.

En général, ce mois a été très-froid, il a souvent gelé dans les bas. La végétation a été engourdie, les raisins ont beaucoup souffert, mais les blés se sont un peu rétablis dans les bonnes terres; car dans les terres légères, il n'y avoit que peu à espérer. Les avoines & les menus grains faisoient très-bien; on faisoit encore tous les jours du feu dans les appartemens, & il y avoit des jours qu'on avoit peine à le quitter. Le vent & le froid empêchoient les abeilles d'aller faire leur récolte sur les sainfoins, & elles ont été plusieurs jours sans sortir de leurs ruches, ainsi elles souffroient beaucoup.

Vers la fin du mois, il a paru quantité de papillons de différentes couleurs, mais sur-tout de grands papillons blancs. Il n'y a presque pas eu de hannetons; mais on trouvoit en terre une prodigieuse quantité de ces vers blancs qui mangent les racines des arbres, & qui doivent produire des hannetons l'année suivante. Quoiqu'il n'y ait eu ni hannetons ni chenilles, en plusieurs endroits les arbres étoient sans feuilles, sans qu'on ait su quels insectes les avoient dévorés. On a commencé les derniers jours du mois à faucher, pour les vaches, des sainfoins en fleur.

Il a tonné très-fréquemment, souvent sans qu'il y eût de pluie; néanmoins en quelques endroits il est tombé des averse si considérables, que les digues de plusieurs étangs se sont rompues, & que les rivières ont débordé. Il est tombé pendant cemois 2 pouces 3 lignes $\frac{4}{8}$ d'eau.

Les belles espérances qu'on avoit conçues au commencement du mois, d'une année abondante en fruits, ont bien diminué dans le courant du mois. Les poires tomboient; il y avoit beaucoup de bouchons causés par les vers sur les pommiers; les cerisiers étoient brouis. Il y avoit, à la vérité, assez de pêches, d'abricots & de prunes; mais la vigne ne montrait pas la moitié tant de fruit que l'année dernière.

Le 1.^{er} il a fait un orage de tonnerre & de pluie, avec quelques grains de grêle.

Le 8, on entendit chanter le loriot.

Mém. 1775.

Y y y

§ 38 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Le 14, les péones ou pivoinés doubles, qui souvent ne sont en fleur qu'à la fin du mois ou au commencement de Juin, étoient en partie défléuries.

Le 15, on a servi une petite jatte de fraises écarlate.

Le 20, les sainfoins étoient en pleine fleur, mais très-bas.

Le 28, & les jours précédens, il faisoit si froid que les hirondelles qui ne trouvoient point de mouches pour se nourrir, avoient beaucoup de peine à subsister; elles étoient si foibles qu'elles se reposoient par terre dans la campagne.

J U I N.

Jours du Mois.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S. O.	10 $\frac{1}{2}$.	12.	12 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
2.	S.	12.	12 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages, pluie & vent.
3.	S. O.	12.	15 $\frac{1}{2}$.	12.	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
4.	O.	9 $\frac{1}{2}$.	14.	9.	27. 8	variable avec grand vent.
5.	S. O.	10.	15 $\frac{1}{2}$.	10.	27. 8	couvert.
6.	O.	11.	9.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 7	couvert & grande pluie.
7.	N.	10 $\frac{1}{2}$.	16.	10 $\frac{1}{2}$.	28. $\frac{1}{2}$	variable avec vent.
8.	N.	9 $\frac{1}{2}$.	18.	12.	28. 1	beau & venteux.
9.	N.	11.	18 $\frac{1}{2}$.	15.	28.	beau temps.
10.	E.	14.	20 $\frac{1}{2}$.	13.	27. 10	<i>idem.</i>
11.	E.	12.	18.	15.	27. 7	beau temps, il éclaire au Nord.
12.	S. O.	14.	19 $\frac{1}{2}$.	13.	27. 6 $\frac{1}{2}$	pluie & tonnerre.
13.	S. O.	12.	18.	15.	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau, nébuleux & orageux.
14.	S.	13 $\frac{1}{2}$.	20.	16.	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
15.	S.	15.	21.	18.	27. 9	beau temps.
16.	E.	15 $\frac{1}{2}$.	23.	18.	27. 9	<i>idem.</i>
17.	S.	15.	25.	18 $\frac{1}{2}$.	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau temps, tonnerre au loin.
18.	N.	14.	22.	16 $\frac{1}{2}$.	27. 11	variable avec pluie & tonnerre.
19.	O.	12 $\frac{1}{2}$.	18.	13.	27. 8	grand orage de pluie & tonnerre.
20.	S. O.	11 $\frac{1}{2}$.	15 $\frac{1}{2}$.	10 $\frac{1}{2}$.	27. 7	variable avec pluie & vent.
21.	S. O.	11.	15 $\frac{1}{2}$.	11.	27. 8 $\frac{1}{2}$	variable avec vent & pluie froide.
22.	S.	10 $\frac{1}{2}$.	17 $\frac{1}{2}$.	13.	27. 9 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & vent.
23.	S. O.	10 $\frac{1}{2}$.	15.	11.	27. 11	beau & couvert.
24.	S. O.	11.	13 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	27. 11	couvert.
25.	S. O.	14.	21 $\frac{1}{2}$.	15.	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau temps.
26.	S.	14.	25 $\frac{1}{2}$.	19.	27. 9	<i>idem.</i>
27.	S. O.	17.	24 $\frac{1}{2}$.	17 $\frac{1}{2}$.	27. 9	beau temps, le soir éclairs au Nord.
28.	S. O.	14 $\frac{1}{2}$.	18 $\frac{1}{2}$.	13 $\frac{1}{2}$.	27. 10	variable avec pluie & vent.
29.	S. O.	12 $\frac{1}{2}$.	18 $\frac{1}{2}$.	14.	27. 11	beau avec nuages.
30.	O.	13 $\frac{1}{2}$.	18 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	27. 11 $\frac{1}{2}$	variable sans pluie.

Ce mois a été fort variable; il est venu fréquemment de petites pluies qui ont été favorables aux menus grains; il y a eu quelques jours de beau temps, qui ont fait fleurir la vigne; il y a eu pendant ce mois beaucoup de papillons: on commençoit à voir sur les arbres des fourreaux, ce qui annonçoit des chenilles pour l'année prochaine. On trouvoit encore en terre de ces vers blancs du hanneton qui mangent les racines des arbres, & les font périr.

Les blés ayant été rouillés dans le Gâtinois, ils étoient fort bas; dans la Beauce, on n'espéroit pas une récolte avantageuse. Le froment après avoir diminué pendant deux marchés de trois livres & quatre livres par setier, a tout d'un coup augmenté de deux livres dix sous, & de trois livres par setier.

Le 6, on a commencé à faucher les sainfoins pour les chevaux; l'herbe étoit basse, mais bien fournie: on desiroit du beau temps pour les faner. Le 18, on a achevé de les ferrer; ils avoient été fauchés par la pluie, mais comme ils ont été mouillés étant encore verts, la pluie leur a fait peu de tort, & la récolte a été assez bonne, puisque le foin a diminué de moitié de ce qu'il étoit l'année dernière, & que de trente livres le cent, il étoit venu à ne valoir plus que quinze livres.

Le 20, la vigne étoit en fleur; les pluies n'étoient pas favorables pour faire réussir le peu de fruit qu'il y avoit sur le bas-plant, quoique ce fût celui qui promît le plus.

Le 24, on a servi des abricots précoces & des guignes, ainsi que des cerises; on voyoit encore des fraises.

Il est tombé pendant ce mois, 2 pouces 11 lignes $\frac{25}{48}$ d'eau de pluie.

JUILLET.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S. O.	13 $\frac{1}{2}$.	20.	15.	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau temps.
2.	E.	13 $\frac{1}{2}$.	24.	17 $\frac{1}{2}$.	27. 8	<i>idem.</i>
3.	S.	16.	20 $\frac{1}{2}$.	15 $\frac{1}{2}$.	27. 9	variable avec pluie & tonnerre.
4.	S. O.	13 $\frac{1}{2}$.	19.	12 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
5.	S. O.	11 $\frac{1}{2}$.	18.	13 $\frac{1}{2}$.	27. 10	beau avec nuages.
6.	S. O.	14 $\frac{1}{2}$.	18.	11.	27. 8 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & vent.
7.	S. O.	11 $\frac{1}{2}$.	18.	14.	27. 12 $\frac{1}{2}$	beau temps.
8.	S.	15.	22 $\frac{1}{2}$.	16.	27. 10	beau & couvert.
9.	O.	14.	18.	13.	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
10.	S. O.	13.	15 $\frac{1}{2}$.	10.	27. 11 $\frac{1}{2}$	variable & couvert sans pluie.
11.	O.	10 $\frac{1}{2}$.	18.	11.	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
12.	S. O.	10.	20.	13.	27. 10	variable & pluvieux.
13.	S. O.	11.	19.	12 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$	nébuleux.
14.	O.	12.	18.	12.	27. 10 $\frac{1}{2}$	nébuleux & venteux.
15.	O.	11.	18.	11.	28. $\frac{1}{2}$	variable avec pluie froide.
16.	N.	10.	19.	12.	28. 1	beau avec nuages.
17.	N. E.	11.	21.	15.	28. $\frac{1}{2}$	beau temps.
18.	N. O.	13 $\frac{1}{2}$.	19.	11.	28. $\frac{2}{2}$	couvert.
19.	S. O.	11.	19.	13 $\frac{1}{2}$.	27. 11	grand brouillard, beau & nébuleux.
20.	O.	12.	16 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & vent.
21.	S. O.	11 $\frac{1}{2}$.	18.	14 $\frac{1}{2}$.	27. 11 $\frac{1}{2}$	grand brouillard & nébuleux.
22.	N.	13.	19.	13.	28. 1 $\frac{1}{2}$	beau & nébuleux.
23.	E.	13.	20.	13.	28. 1	<i>idem.</i>
24.	N. E.	12.	22.	15.	27. 11	<i>idem.</i>
25.	E.	14.	25 $\frac{1}{2}$.	17.	27. 9 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
26.	S.	17.	25 $\frac{1}{2}$.	17.	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau avec vent.
27.	S. E.	15.	20.	13.	27. 10 $\frac{1}{2}$	nébuleux.
28.	S. O.	14.	18.	14.	27. 11	variable avec bruine.
29.	S. O.	11.	19.	16.	27. 11	beau & nébuleux.
30.	S. O.	15.	20.	15.	27. 10	variable avec bruine.
31.	E.	15.	17 $\frac{1}{2}$.	17.	27. 9 $\frac{1}{2}$	variable avec tonnerre & éclairs.

Quoiqu'il ait plu souvent pendant ce mois, comme il n'est point survenu d'orage, il n'est tombé que 10 lignes $\frac{46}{43}$ d'eau de pluie; ainsi ce mois a été fort sec, & la terre se fendoit.

Au commencement de ce mois on a cessé de manger des fraises, il y en a eu beaucoup & elles ont toujours été bonnes, parce qu'il est souvent venu de la pluie. Les cerises ont duré tout le mois, mais dès le 20, on n'en voyoit plus dans les marchés.

Le 13 Avril, on avoit entendu chanter, pour la première fois, dans le Parc, un coucou; il a chanté plusieurs fois dans le mois de Mai; on a cessé de l'entendre vers le milieu de Juin, & on n'en a point vu depuis: mais le 22 de ce mois, on en a apporté un jeune sortant du nid, & qui s'étoit élevé dans le Parc.

Le 18, on servit la prune jaune hâtive.

Le 23, on voyoit encore de l'avant-pêche blanche, & la double de Troies. On servoit aussi l'abricot dit du Pape; ce fruit, par sa figure ainsi que par sa couleur, ressemble à une prune de Monsieur bien mûre; sa chair approche de celle de la pêche sanguinolle, elle est d'un goût peu agréable, elle ne quitte pas le noyau.

A la fin du mois, on ne mangeoit plus de cerises, d'abricots précoces, d'avant-pêche blanche, ni de prune jaune hâtive, mais l'on voyoit encore la double de Troies & l'abricot ordinaire.

Dans ce même temps, les seigles étoient seychés & serrés; la paille étoit belle, mais il n'y avoit presque point de grains dans les épis.

On a commencé la moisson des fromens, les derniers jours du mois. Les brouillards avoient rouillé la paille, mais elle étoit à sa hauteur, & on espéroit que le grain n'en auroit pas souffert.

AOUST.

Jours du Mois.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	ponces lignes	
1.	E.	15.	18.	12 $\frac{1}{2}$.	28.	beau avec nuages.
2.	E.	13.	18.	13 $\frac{1}{2}$.	28.	beau & venteux.
3.	E.	12.	23.	17.	27. 10	beau avec nuages & vent.
4.	E.	16 $\frac{1}{2}$.	25 $\frac{1}{2}$.	15.	27. 9	orage de pluie, tonnerre & grêle.
5.	O.	12.	21 $\frac{1}{2}$.	15.	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau temps avec bruine le matin.
6.	S. O.	14.	18.	17.	28.	beau temps.
7.	S. E.	13.	25 $\frac{1}{2}$.	17.	27. 11 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
8.	E.	15.	26.	20.	27. 9	venteux, il éclaire le soir.
9.	S. O.	16.	19.	14.	27. 10	couvert & venteux.
10.	S. O.	14 $\frac{1}{2}$.	20 $\frac{1}{2}$.	13.	28. 1	variable avec pluie.
11.	N. O.	10.	18.	12.	28. 1	beau avec nuages.
12.	N. O.	11.	19.	13.	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau & vent frais.
13.	E.	10.	20.	14.	27. 9	beau avec nuages.
14.	S. E.	12.	23 $\frac{1}{2}$.	16.	27. 8	beau temps.
15.	S. O.	13.	18 $\frac{1}{2}$.	15 $\frac{1}{2}$.	27. 10	variable avec vent & bruine.
16.	S. O.	14.	20.	17.	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
17.	S. O.	15.	20 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	27. 11	<i>idem.</i>
18.	N. O.	12.	19.	13.	27. 8	beau temps.
19.	N. E.	11.	20 $\frac{1}{2}$.	13.	27. 9 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
20.	S. E.	11 $\frac{1}{2}$.	22.	15 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
21.	E.	12.	23.	15.	27. 11	<i>idem.</i>
22.	O.	12.	25.	17.	27. 8	beau avec brouillard.
23.	N. E.	15 $\frac{1}{2}$.	18 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	27. 8	variable avec pluie & tonnerre.
24.	N. O.	14.	19.	12 $\frac{1}{2}$.	27. 7	beau temps.
25.	S. E.	13.	22.	15.	27. 8 $\frac{1}{2}$	brouillard le matin; beau le soir.
26.	S. O.	14.	18.	14.	27. 7	grande pluie.
27.	S. O.	12.	17.	12.	27. 10	nébuleux & venteux.
28.	S. O.	12.	16.	11 $\frac{1}{2}$.	27 10 $\frac{1}{2}$.	à midi, 27 ^p 4 ^l , grand vent & pluie.
29.	O.	11.	16 $\frac{1}{2}$.	12.	27. 7	variable avec ondées.
30.	S. O.	11.	19 $\frac{1}{2}$.	15 $\frac{1}{2}$.	27. 11	grand vent avec ondées.
31.	S. O.	12.	20.	15 $\frac{1}{2}$.	28.	beau temps.

Comme il n'est tombé, pendant ce mois, que 2 pouces 6 lignes $\frac{37}{48}$ d'eau de pluie, il peut passer pour sec.

Le 1.^{er}, après midi & pendant la nuit, il a tonné au loin, & fait une petite pluie.

Le 7, quoiqu'il soit tombé fréquemment de petites pluies, la terre étoit fendue, & la sécheresse paroïtoit extrême, parce que ces pluies ne faisant qu'humecter la superficie de la terre, elle étoit desséchée tout de suite par le vent; car il n'y a point eu de chaleur, c'est cette sécheresse, dans l'intérieur de la terre, qui a fait tomber beaucoup de fruits.

Le 20, la moisson des blés étoit finie; ils ont été ferrés extrêmement secs: la qualité étoit excellente dans les bonnes terres, mais dans les terres légères, il y avoit beaucoup de grains retraits & échaudés; il y avoit aussi beaucoup moins de blé que l'année précédente, & moins de tas, parce que la paille étoit courte; le nombre des gerbes étoit augmenté par une prodigieuse quantité de chardons qui grossissoient la gerbe, mais comme elles contenoient peu de grain, elles étoient légères.

Les Fermiers attendoient de la pluie pour lever les avoïnes. Nous croyons cette méthode, quoique généralement établie, mauvaise, & nous ordonnons au contraire qu'on serre nos avoïnes presque aussi-tôt qu'elles sont fauchées, & nous remarquons que le fourrage en est meilleur pour les vaches, ainsi que le grain pour semer; d'ailleurs si la pluie fait renfler le grain, il perd cette humidité étrangère lorsqu'il est desséché, & on éprouve un déchet considérable par beaucoup de grains qui restent sur les ondains. Tout l'avantage donc qu'on peut obtenir de cette mauvaise pratique, est que le grain se détache plus aisément sous le fléau.

Les pêches ont généralement parlant été petites, le noyau étoit fort gros, suite nécessaire de la sécheresse de la terre, mais elles n'étoient pas pâteuses, & leur bon goût dédommageoit amplement de ce qui manquoit à leur grosseur :
depuis

depuis les pluies qui sont survenues à la fin du mois, les pêches tardives ont grossi à vue d'œil.

Les melons n'étoient pas aussi bons qu'on l'auroit espéré, vu le hâle qu'il faisoit, ce qu'on attribuoit à ce que les nuits étoient trop fraîches.

Les pluies de la fin du mois ayant été considérables & accompagnées de beaucoup de vent, ont fait tomber une grande partie des fruits qu'il y avoit sur les arbres en plein vent; cela a fait aussi sortir quantité de lièvres de la forêt, on en a vu tout d'un coup beaucoup dans les chaumes; aussi-tôt après la pluie, on a commencé à lever les avoines.

Il a régné pendant ce mois beaucoup de fièvres bilieuses, mais qui ont cédé aux vomitifs.

346 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
S E P T E M B R E.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S. O.	12 $\frac{1}{2}$.	23 $\frac{1}{2}$.	15 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$.	beau temps.
2.	S. O.	13 $\frac{1}{2}$.	26.	15.	27. 8 $\frac{1}{2}$.	<i>idem.</i>
3.	E.	13 $\frac{1}{2}$.	22.	15.	27. 10.	<i>idem.</i>
4.	S. O.	14.	24.	17 $\frac{1}{2}$.	27. 9.	variable avec tonn. & éclairs au loin.
5.	N. O.	14 $\frac{1}{2}$.	17.	11.	27. 11 $\frac{1}{2}$.	variable avec pluie.
6.	S. O.	10 $\frac{1}{2}$.	18.	14.	27. 11 $\frac{1}{2}$.	beau temps.
7.	S. O.	9 $\frac{1}{2}$.	20.	14 $\frac{1}{2}$.	27. 11.	variable avec brouillard.
8.	E.	10.	16.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 11 $\frac{1}{2}$.	beau & venteux.
9.	E.	8 $\frac{1}{2}$.	12.	11.	27. 10.	gelée le matin, beau temps.
10.	S. O.	10.	19.	13.	27. 11.	beau temps.
11.	S. O.	11.	12.	11.	27. 11.	<i>idem.</i>
12.	S.	10 $\frac{1}{2}$.	12.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 6.	pluie continue.
13.	S.	9 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	10.	27. 5 $\frac{1}{2}$.	variable & nébuleux.
14.	O.	8.	12.	12 $\frac{1}{2}$.	27. 5.	couvert, pluie continue.
15.	N. O.	12.	12 $\frac{1}{2}$.	11.	27. 8 $\frac{1}{2}$.	couvert & variable.
16.	N. O.	8 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	9.	27. 8 $\frac{1}{2}$.	variable sans pluie.
17.	N.	8.	11 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 8 $\frac{1}{2}$.	gelée, variable sans pluie.
18.	N.	9 $\frac{1}{2}$.	12.	8.	27. 10.	beau & couvert.
19.	O.	6 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	27. 11 $\frac{1}{2}$.	variable & pluvieux.
20.	S. O.	11.	14 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 9.	variable sans pluie.
21.	S. O.	9.	15.	11 $\frac{1}{2}$.	27. 7.	variable avec pluie.
22.	S.	10.	12 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	27. 8.	<i>idem.</i>
23.	S.	11.	15 $\frac{1}{2}$.	11.	27. 4 $\frac{1}{2}$.	beau avec nuages.
24.	S. E.	9 $\frac{1}{2}$.	15.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 4.	couvert.
25.	S. O.	9 $\frac{1}{2}$.	14.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 6.	variable sans pluie.
26.	O.	8 $\frac{1}{2}$.	14.	10.	27. 7.	beau avec nuages.
27.	N. E.	9.	15.	11.	27. 9 $\frac{1}{2}$.	<i>idem.</i>
28.	E.	7 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	27. 8.	couvert & pluvieux.
29.	S. E.	11 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	14.	27. 6.	pluvieux.
30.	S. O.	12.	12.	11.	27. 7.	beau temps.

Eau de pluie, 3^p 6' $\frac{4}{48}$.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S. O.	11.	13 $\frac{1}{2}$.	11.	27. 6 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
2.	S. O.	10.	14 $\frac{1}{2}$.	10.	27. 9	variable & venteux.
3.	O.	8 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	9.	28. 1	variable sans pluie.
4.	N.	5 $\frac{1}{2}$.	12.	7.	28. 2 $\frac{1}{2}$	beau temps.
5.	E.	4 $\frac{1}{2}$.	13.	7 $\frac{1}{2}$.	28. 2	<i>idem.</i>
6.	S. E.	5.	17.	12.	28. 1 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
7.	N. E.	8.	15.	11.	28. 3	beau & couvert.
8.	N. E.	8.	14.	10.	28. 3	brouillard, beau temps.
9.	N. E.	6.	14 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	28. 1	beau temps.
10.	N. E.	8.	15.	9.	28. $\frac{1}{2}$	brouillard, beau temps.
11.	E.	8.	12.	7.	28. 1	variable & bruine.
12.	N. O.	5.	14 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	28. 2	beau avec nuages.
13.	N. E.	5.	14.	11.	28. 2	beau & nébuleux.
14.	N. E.	8.	12.	5.	28. 1 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
15.	E.	3.	11.	5 $\frac{1}{2}$.	28. 1	beau temps.
16.	S. E.	2.	13.	6.	28.	<i>idem.</i>
17.	S.	3 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	7 $\frac{1}{2}$.	28. $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
18.	S. O.	6 $\frac{1}{2}$.	14.	7.	28. 1	brouillard & couvert.
19.	E.	3 $\frac{1}{2}$.	13.	6.	28. 1	beau temps.
20.	E.	3 $\frac{1}{2}$.	13.	7.	28. 1	brouillard, beau temps.
21.	S. E.	3.	14.	7 $\frac{1}{2}$.	28.	<i>idem.</i>
22.	S.	2 $\frac{1}{2}$.	14.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau & couvert.
23.	S. O.	3 $\frac{1}{2}$.	14.	11.	27. 9	variable sans pluie.
24.	S.	4.	12 $\frac{1}{2}$.	8.	27. 11	couvert & venteux.
25.	O.	4.	10 $\frac{1}{2}$.	4 $\frac{1}{2}$.	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
26.	O.	4.	9 $\frac{1}{2}$.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 10	nébuleux.
27.	N.	$\frac{1}{2}$.	8 $\frac{1}{2}$.	4.	27. 4	gelée blanche, beau avec nuages.
28.	N. E.	3.	9.	1 $\frac{1}{2}$.	27. 4 $\frac{1}{2}$	grand brouillard, couvert.
29.	E.	0.	7.	4 $\frac{1}{2}$.	27. 6	gelée blanche, beau avec nuages.
30.	S. E.	6 $\frac{1}{2}$.	14.	11 $\frac{1}{2}$.	27. 8	beau temps.
31.	S. E.	9.	14.	12 $\frac{1}{2}$.	27. 7	couvert.

Eau de pluie, 5 lignes $\frac{11}{48}$.

Zzz ij

548 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
NOVEMBRE.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S. E.	10 $\frac{1}{2}$.	16 $\frac{1}{2}$.	10.	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau temps.
2.	S.	9 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	8 $\frac{1}{2}$.	27. 10	beau avec nuages.
3.	S. E.	6.	13.	8.	27. 10	grand brouillard.
4.	S. E.	6.	13.	6.	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau temps.
5.	S. E.	7.	10 $\frac{1}{2}$.	8.	27. 4	couvert.
6.	S. O.	7.	10.	7 $\frac{1}{2}$.	27. 1	variable & pluvieux.
7.	S. O.	6 $\frac{1}{2}$.	7 $\frac{1}{2}$.	6 $\frac{1}{2}$.	27. 4 $\frac{1}{2}$	variable & couvert sans pluie.
8.	N. O.	6.	7.	6 $\frac{1}{2}$.	27. 4	pluvieux.
9.	S. O.	7.	9 $\frac{1}{2}$.	8.	27. 4	variable & pluvieux.
10.	N. E.	5.	5 $\frac{1}{2}$.	5 $\frac{1}{2}$.	28.	beau avec vent & nuages.
11.	S. E.	1 $\frac{1}{2}$.	2 $\frac{1}{2}$.	10.	27. 6 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
12.	N.	1.	3.	1 $\frac{1}{2}$.	27. 8	couvert.
13.	N.	1.	2.	— $\frac{1}{4}$.	28.	beau temps.
14.	N.	0.	5.	3.	28.	nébuleux.
15.	S. O.	4 $\frac{1}{2}$.	6 $\frac{1}{2}$.	5.	28.	couvert.
16.	S. O.	5 $\frac{1}{2}$.	7 $\frac{1}{2}$.	6.	28. 1 $\frac{1}{2}$	beau & couvert.
17.	S. O.	5 $\frac{1}{2}$.	8 $\frac{1}{2}$.	6 $\frac{1}{2}$.	27. 11	couvert.
18.	S.	6 $\frac{1}{2}$.	8 $\frac{1}{2}$.	3.	27. 8	variable & pluvieux.
19.	S. O.	1 $\frac{1}{2}$.	5 $\frac{1}{2}$.	0.	27. 8	beau avec nuages ; le soir, neige.
20.	N.	0.	5.	— $\frac{1}{4}$.	27. 9	beau avec nuages & vent.
21.	N.	3 $\frac{1}{2}$.	— $\frac{1}{2}$.	4.	26. 10	beau avec nuages.
22.	N.	4 $\frac{1}{2}$.	2.	3 $\frac{1}{2}$.	27. 8	<i>idem.</i>
23.	N. E.	3 $\frac{1}{2}$.	1 $\frac{1}{2}$.	4.	27. 8	beau & couvert.
24.	S. O.	2 $\frac{1}{2}$.	— 2 $\frac{1}{2}$.	— 1.	28. 1	neige la nuit.
25.	N.	2 $\frac{1}{2}$.	— 3.	3 $\frac{1}{2}$.	27. 5 $\frac{1}{2}$	grand vent avec petites vennoles de neige.
26.	N.	0.	1 $\frac{1}{2}$.	4.	27. 8	grand vent, neigeux.
27.	N.	5 $\frac{1}{2}$.	5 $\frac{1}{2}$.	4 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuag. & vennoles de neige.
28.	S. O.	5 $\frac{1}{2}$.	4 $\frac{1}{2}$.	2.	27. 5 $\frac{1}{2}$	grand vent avec neige.
29.	S.	— 1 $\frac{1}{2}$.	2 $\frac{1}{2}$.	1 $\frac{1}{2}$.	27. 2 $\frac{1}{2}$	couvert.
30.	S. O.	— $\frac{1}{4}$.	2 $\frac{1}{2}$.	0.	27. 5	beau avec nuages.

Eau de pluie, 2^p 2^l $\frac{27}{48}$.

D É C E M B R E.

Jours du MOIS.	VENTS.	THERMOMÈTRE.			BAROM.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S. O.	0.	2 $\frac{1}{2}$.	0.	27. 7	neige la nuit, beau le jour.
2.	S. O.	$\frac{1}{2}$.	3 $\frac{1}{2}$.	3 $\frac{1}{2}$.	27. 2 $\frac{1}{2}$.	variable avec pluie & vent.
3.	S. E.	6.	6 $\frac{1}{2}$.	6 $\frac{1}{2}$.	27. 3	variable avec pluie.
4.	S.	5 $\frac{1}{2}$.	7 $\frac{1}{2}$.	6 $\frac{1}{2}$.	27. 6 $\frac{1}{2}$.	pluvieux.
5.	S. E.	5.	9 $\frac{1}{2}$.	3.	27. 8 $\frac{1}{2}$.	beau avec nuages.
6.	E.	$\frac{1}{2}$.	2.	— 3.	27. 10	couvert & venteux.
7.	N.	5.	2 $\frac{1}{2}$.	4.	27. 11	nébuleux.
8.	S. O.	5 $\frac{1}{2}$.	3.	2 $\frac{1}{2}$.	27. 7 $\frac{1}{2}$.	couvert & nébuleux.
9.	S. E.	6 $\frac{1}{2}$.	1 $\frac{1}{2}$.	1 $\frac{1}{2}$.	27. 4	beau avec nuages & neige.
10.	S. E.	4 $\frac{1}{2}$.	6.	5.	27. 5	beau avec nuages.
11.	S.	6.	11.	8.	27. 8 $\frac{1}{2}$.	idem.
12.	S. E.	6 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	27. 10 $\frac{1}{2}$.	idem.
13.	S.	5 $\frac{1}{2}$.	11.	6 $\frac{1}{2}$.	28.	beau temps.
14.	S.	4 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	7.	27. 11	idem.
15.	S.	6.	8.	2 $\frac{1}{2}$.	28.	variable avec bruine.
16.	S. E.	1 $\frac{1}{2}$.	5 $\frac{1}{2}$.	2 $\frac{1}{2}$.	27. 10	beau avec nuages.
17.	S.	2 $\frac{1}{2}$.	7 $\frac{1}{2}$.	4 $\frac{1}{2}$.	27. 11 $\frac{1}{2}$.	bruine, couvert & brouillard.
18.	S.	4 $\frac{1}{2}$.	7.	6.	28. 1	couvert & bruine.
19.	N.	5 $\frac{1}{2}$.	5 $\frac{1}{2}$.	2 $\frac{1}{2}$.	28.	couvert & brouillard.
20.	N.	3 $\frac{1}{2}$.	5.	3.	27. 11	couvert.
21.	N. E.	— 2.	— 1.	— 2.	27. 11 $\frac{1}{2}$.	beau avec nuages.
22.	N.	2 $\frac{1}{2}$.	— 1.	0.	28. 2	brouillard & givre.
23.	N.	0.	2.	— 1.	28. 4	couvert.
24.	N.	— $\frac{1}{2}$.	— 2.	1.	28. 5	couvert & bruine.
25.	N.	1 $\frac{1}{2}$.	2 $\frac{1}{2}$.	2.	28. 3 $\frac{1}{2}$.	couvert.
26.	N. E.	2.	3.	3.	28. 3	idem.
27.	N. E.	2 $\frac{1}{2}$.	4.	1 $\frac{1}{2}$.	28. 3	beau avec nuages.
28.	N. E.	$\frac{1}{2}$.	1.	0.	28. 2	couvert & brouillard.
29.	N.	— 2.	3 $\frac{1}{2}$.	1.	28. 2 $\frac{1}{2}$.	couvert.
30.	N.	— 3 $\frac{1}{2}$.	— $\frac{1}{2}$.	4.	28. 2	idem.
31.	N. E.	6 $\frac{1}{2}$.	1.	2 $\frac{1}{2}$.	27. 11	beau temps.

Eau de pluie, 10 lignes $\frac{25}{32}$.

*IDÉE GÉNÉRALE des productions de la terre pendant
l'année 1774.**F R O M E N S.*

On a vu par le détail que nous avons donné pour l'année 1773, que la récolte des fromens a été médiocre pour la quantité & pour la qualité. A l'égard de 1774, on voit par ce que nous avons dit plus haut, que la levée a été belle, mais le printemps ayant été froid & humide, cela a produit une prodigieuse quantité d'herbe qui a fait que la récolte a été encore moindre que celle de 1773; il falloit vingt-deux gerbes pour faire une mine: néanmoins le prix du grain a diminué; car au lieu qu'en 1773, il a été plusieurs fois à trente livres le setier ou le sac; en 1774, il n'a pas passé vingt-huit livres.

Comme les brouillards avoient rouillé les fromens, la paille ne s'est pas fort élevée, il n'en a pas été de même des seigles, la paille étoit fort haute, mais les épis étoient peu fournis de grains.

M A R S.

Les orges & les avoines ont assez bien réussi, aussi-bien que l'herbe des prés, tant naturels qu'artificiels; car quoique l'herbe ne se soit pas fort élevée, elle étoit très-garnie dans le pied, ce qui a fourni honnêtement de foin, & de bonne qualité.

F R U I T S.

Il y a eu assez abondamment de fraises, de cerises, ainsi que d'abricots & de pêches; mais peu de poires, & encore moins de pommes: car quelques ondées qui sont survenues à la fin de Juillet accompagnées de grands vents, ont fait tomber beaucoup de fruits des arbres en plein vent.

G I B I E R.

Il y a eu assez abondamment de toute espèce de gibier.

MALADIES.

Il a régné vers la fin de Juillet, beaucoup de fièvres bilieuses qui cédoient aux remèdes ordinaires.

BESTIAUX.

Il n'y a point eu de maladie contagieuse sur les bestiaux.

VINS.

On a vu qu'au printemps la végétation a été prodigieusement hâtive, ce qui a duré jusqu'au commencement d'Avril; mais pendant ce mois & une partie du mois de Mai, toutes les productions de la terre n'ont fait aucuns progrès, ce qui donnoit beaucoup d'inquiétude, sur-tout pour les vignes; cependant elles sont entrées en fleur vers le 20 Mai, mais les pluies froides qui régnoient alors, n'étoient point favorables pour faire nouer le peu de raisin qui étoit aux vignes; je dis peu, car le bas-plant qui donne ordinairement du vin médiocre, mais en abondance, étoit considérablement moins fourni de grappes que le haut, qui, à la vérité, donne de bon vin, mais en petite quantité; pendant le mois de Juillet, il y a eu de petites pluies & point de chaleur, mais le vent qui régnoit, quoique frais, enlevoit promptement l'eau que fournissoient les petites pluies, de sorte que la terre étoit très-fendue & paroissoit fort sèche; comme il y a eu peu de chaleur pendant les mois d'Août & de Septembre, & que les nuits étoient toujours fraîches, les raisins ne mûrissoient pas, & on comptoit que le peu de vin qu'on récolteroît, ne seroit pas de bonne qualité; effectivement les raisins ont peu bouilli dans les cuves, la mousse qu'ils ont jetée étoit pâle, & les vins ont pris peu de couleur, néanmoins il a été meilleur que celui de la récolte de 1773, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la grande sécheresse de l'été & de l'automne; le vin s'est donc trouvé meilleur qu'on ne l'espéroit, quoique sa qualité fût médiocre: à l'égard de la quantité, on peut l'estimer le tiers d'une bonne année.

Observations des Bouffoles d'inclinaison & de déclinaison.

Nous avons dit dans les Mémoires de l'Académie, année 1772 ; seconde partie , qu'il y a à Denainvilliers , dans différens bosquets du Parc , six bouffoles désignées par les numéros *I, II, III, IV, V & VI*. Les numéros *I, II, III & IV* sont les bouffoles de déclinaison, ceux *V & VI* sont les bouffoles d'inclinaisons. Nous ferons observer ici, qu'on entend par le mot *déclinaison*, la position des bouffoles au moment de l'observation.

Ces observations ont commencé le 1.^{er} Janvier 1774, jusqu'au 31 Mai qu'elles ont été interrompues; elles ont repris leur cours le 13 Novembre jusqu'au 31 Décembre de la même année. Les moyennes déclinaisons ont été prises après avoir additionné les observations de chaque numéro, qui ont été faites tous les jours, & avoir divisé le total par les jours de chaque mois faisant le nombre des observations.

Bouffoles de déclinaison.

Janvier 1774.

- N.^o I.** Le 1.^{er} de ce mois, la plus grande déclinaison
a été de..... 20^d 11' 0".
Et le 29, la plus petite déclinaison étoit de.. 20. 1.
La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 5. 0.
- N.^o II.** La déclinaison a été, les deux tiers du mois, de 20. 35.
Et vers la fin du mois, faisant l'autre tiers,
elle étoit à..... 20. 30.
La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 31. 30.
- N.^o III.** La plus petite déclinaison, depuis le 1.^{er} du mois
jusqu'environ la moitié, a été de..... 20. 10.
Et les 28 & 29, faisant la plus grande
déclinaison, elle étoit de..... 20. 45.
La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 23. 0.
- N.^o IV.** La plus grande déclinaison, depuis le 1.^{er}
jusque vers le milieu du mois, a été de.. 19. 10.

Le 15,

Le 15 Janvier & jours suivans , la plus petite
déclinaison a été de 19^d 0' 0".
Et le 29 , elle a remonté à 19. 10.
La déclinaison moyenne étoit de 19. 6. 0.

Bouffoles d'inclinaison.

N.^o V. La plus petite déclinaison , depuis le 7 jusqu'au
11 , a été de 70. 45.
Et la plus grande déclinaison , depuis le 14
jusqu'au 18 , étoit de 72. 9.
La déclinaison moyenne étoit de 71. 31. 40.
N.^o VI. La déclinaison n'a point du tout varié , & a été
durant tout le mois , de 71. 0.

F É V R I E R.

N.^o I. La plus petite déclinaison , depuis le 1.^{er}
jusqu'au 4 , a été de 20. 2.
Et la plus grande déclinaison , depuis le 23
jusqu'au 28 , étoit de 20. 21.
La déclinaison moyenne étoit de 20. 7. 0.
N.^o II. Le 12 , la plus grande déclinaison a été de . . 20. 30.
Et la plus petite déclinaison , depuis le 24
jusqu'au 28 , étoit de 19. 30.
La déclinaison moyenne étoit de 20. 15. 0.
N.^o III. Le 1.^{er} , la plus petite déclinaison a été de . . 20. 10.
Le 11 , la plus grande déclinaison étoit de . . 20. 35.
La déclinaison moyenne étoit de 20. 25. 0.
N.^o IV. Les 11 , 17 & 18 , la plus grande déclinaison
a été de 19. 5.
Et le reste du mois , la plus petite déclinaison
étoit de 19. 0.
La déclinaison moyenne étoit de 19. 0. 32.
N.^o V. Le 1.^{er} , la plus petite déclinaison a été de . . 70. 20.
Depuis le 4 jusqu'au 11 , la plus grande déclinaison
étoit de 72. 45.
La déclinaison moyenne étoit de 72. 9.
N.^o VI. Elle a été , durant tout ce mois , de 71. 0.
Excepté les 24 & 25 , qu'elle étoit de 71. 45.

Mém. 1775.

Aaaa

MARS.

N.° I. Au commencement & à la fin du mois, la plus
petite déclinaison a été de 20^d 21' 0".
Et la plus grande déclinaison n'a pas passé . . . 20. 22.
La déclinaison moyenne étoit de 20. 21. 40.

N.° II. Depuis le 1.^{er} jusqu'au 4, la plus petite déclinaison a été de 19. 0.
Et les 25 & 26, la plus grande déclinaison a été de 20. 45.
La déclinaison moyenne étoit de 20. 37.

N.° III. Depuis le 1.^{er} jusqu'au 4, la plus petite déclinaison a été de 20. 30.
Le 5, la plus grande déclinaison étoit de . . . 20. 45.
Le 31, elle a été à 20. 30.
La déclinaison moyenne étoit de 20. 37. 0.

Il a paru une Aurore boréale, le 3, à 8 heures du soir; le *n.° I* a varié du Nord à l'Ouest de 1 degré, & le *n.° II* a varié de 1 degré & demi du Nord à l'Ouest; le *n.° V* a été du Sud au Nord de 30 minutes.

N.° IV. Depuis le 1.^{er} jusqu'au 27, la déclinaison a toujours été de 19^d 0' 0".
Et depuis le 27 jusqu'au 31, elle étoit de . . . 19. 10.
La déclinaison moyenne a été de 19. 1. 0.

Il a paru une autre Aurore boréale, le 14, à 8 heures du soir: il n'y a pas eu de variations dans les boussoles.

N.° V. Le 3, la plus grande déclinaison étoit de . . . 72^d 30' 0".
Le 22, la plus petite déclinaison, qui a beaucoup variée durant ce mois, a été de . . . 70. 30.
La déclinaison moyenne étoit de 71. 27.

N.° VI. Depuis le 1.^{er} jusqu'au 21, la déclinaison a été de 71. 0.
Et le reste du mois elle étoit de 70.
Excepté le 24, qu'elle a été de 70. 10.
La déclinaison moyenne étoit de 70. 38. 40.

AVRIL.

- N.° I.** Le 1.^{er}, la plus grande déclinaison a été de... 20^d 21' 0".
 Le 16, elle étoit de..... 20. 13.
 Le 7, la plus petite déclinaison a été de.... 20. 10.
 La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 12. 30.
- N.° II.** La plus grande déclinaison, qui a toujours été
 en diminuant, étoit de..... 20. 40.
 Depuis le 21 jusqu'au 30, la plus petite déclinaison a été de..... 20. 10.
 La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 22.
- N.° III.** Le 1.^{er}, la déclinaison moyenne a été de... 20. 45.
 Le 4, elle étoit de..... 21. 0.
 Le 7, la plus grande déclinaison a été de... 21. 5.
 Depuis le 18 jusqu'au 24, la plus petite
 déclinaison étoit de..... 20. 15.
 La déclinaison moyenne a été de..... 20. 37. 20.
- N.° IV.** Le 1.^{er} & le 15, la déclinaison a été de... 19. 10.
 Le 2, la plus grande déclinaison étoit de... 19. 0. 30.
 Les 6 & 30, la plus petite déclinaison a été de 19.
 La déclinaison moyenne étoit de..... 19. 4. 0.
- N.° V.** Le 1.^{er}, la plus grande déclinaison a été de.. 70. 30.
 Le 15, elle étoit de..... 70. 0.
 Le 30, la plus petite déclinaison a été de... 69. 30.
 La déclinaison moyenne étoit de..... 70. 3. 0.
- N.° VI.** Elle a été tous les jours du mois à..... 70. 0. 0.

M A I.

- N.° I.** Le 1.^{er}, la plus grande déclinaison a été de 20. 11.
 Le 16, elle étoit de..... 20. 9.
 Le 31, la plus petite déclinaison a été de 19. 56.
 La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 3.
- N.° II.** Le 1.^{er}, la déclinaison étoit de..... 20. 10.
 Le 16, elle a été de..... 20. 45.

Aaaa ij

556 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Le 25 Mai, la plus grande déclinaison étoit de 20° 55' 0".
 Le 28, la plus petite déclinaison a été de 20. 0.
 La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 39.

N.° III. Le 1.^{er}, la déclinaison étoit de..... 20. 45.
 Le 6, la plus petite déclinaison a été de.. 20. 30.
 Le 16, elle étoit de..... 20. 45.
 Le 25 jusqu'au 29, la plus grande déclinaison a été de..... 20. 55.
 La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 45. 30.

N.° IV. Le 1.^{er} jusqu'au 9, la plus petite déclinaison a été de..... 19. 0.
 Le 9, elle a été de..... 19. 10.
 Le 21, la plus grande déclinaison a été de 19. 30.
 Le 31, elle étoit de..... 19. 20.
 La déclinaison moyenne a été de..... 19. 14.

N.° V. Le 1.^{er} jusqu'au 4, la déclinaison a été de..... 69. 30.
 Le 4, la plus grande déclinaison étoit de 69. 45.
 Le 21, elle a été à..... 69. 20.
 Le 31, la plus petite déclinaison étoit de 69. 10.
 La déclinaison moyenne a été de..... 69. 27. 30.

N.° VI. Le 1.^{er} jusqu'au 16, la plus grande déclinaison a été de..... 70. 0.
 Le 21, elle étoit de..... 69. 0.
 Les 22 & 23, la plus petite déclinaison a été de..... 68. 50.
 La déclinaison moyenne étoit de..... 69. 10.

NOVEMBRE.

N.° I. Depuis le 13 jusqu'au 18, la déclinaison a été la même de..... 20. 9.
 Et le reste du mois à..... 20. 10.
 La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 9. 40.

N.° II. Le 13, la déclinaison étoit de..... 20. 10.
 Le 20, la plus petite déclinaison a été de 20. 0.

DES SCIENCES.

557

Les 21 & 22 Novembre, elle étoit de... 19^d 45' 0".

Le 30, la plus grande déclinaison a été de 20. 20.

La déclinaison moyenne étoit de..... 20. 6. 40.

N.^o III. Depuis le 19 jusqu'au 28, la déclinaison a été déplacée. Le 13 jusqu'au 17, elle étoit de..... 20. 15.

Les 17 & 18, elle étoit de..... 20. 10.

Et les 28, 29 & 30, elle a été de.... 19. 0.

La déclinaison moyenne des neuf jours qu'elle a resté en place, étoit de..... 19. 49.

N.^o IV. Le 13, la déclinaison étoit de..... 19. 15.

Depuis le 14 jusqu'au 20, la plus grande déclinaison a été de..... 19. 10.

Et depuis le 21 jusqu'au 30, la petite déclinaison a été de..... 19. 0.

La déclinaison moyenne étoit de..... 19. 4.

N.^o V. Depuis le 13 jusqu'au 20, la déclinaison a été la plus petite, elle étoit de..... 68. 45.

Depuis le 27 jusqu'au 30, la plus grande déclinaison a été de..... 69. 15.

La déclinaison moyenne étoit de..... 68. 59. 0.

N.^o VI. Depuis le 13 jusqu'au 21, la déclinaison a été la même de..... 70. 30.

Depuis le 22 jusqu'au 30, elle étoit de... 70. 35.

Excepté le 26, qu'elle a été de..... 70. 10.

La déclinaison moyenne étoit de..... 70. 32.

DÉCEMBRE.

N.^o I. La déclinaison la plus grande a été de..... 20. 10.

Les 5 & 6, la plus petite étoit de..... 19. 58.

Le 16, elle a été de..... 20. 9.

Et le 31, elle étoit de..... 20. 9.

La déclinaison moyenne a été de..... 20. 11. 40.

N.^o II. Le 1.^{er}, la déclinaison la plus grande étoit de..... 20. 20.

Le 17, la plus petite a été de..... 19. 45.

Le 31 Décembre, elle a été à..... 20^d 9' 0".

La déclinaison moyenne étoit de..... 19. 53. 30.

N.° III. A été ôtée & emportée à Paris, pour l'accorder.

N.° IV. Le 1.^{er}, la déclinaison étoit de..... 19. 0.

Les 14 & 15, la plus petite déclinaison a
été de..... 18. 45.

Et depuis le 21 jusqu'au 25, la plus grande
déclinaison étoit de..... 19. 0.

La déclinaison moyenne étoit de..... 19. 3.

N.° V. Depuis le 1.^{er} jusqu'au 31, la déclinaison a
été la même, de..... 69. 15.

Excepté, le 25, qu'elle a été de..... 69. 0.

La déclinaison moyenne étoit de..... 69. 14. 20;

N.° VI. Les 1.^{er}, 5 & 6, la plus grande déclinaison
a été de..... 70. 35.

Depuis le 13 jusqu'au 28, la plus petite
étoit de..... 70. 15.

Et le 31, elle a été à..... 70. 20.

La déclinaison moyenne étoit de..... 70. 19. 30.



M É M O I R E
SUR UNE PRODUCTION MONSTRUEUSE
DU POMMIER.

Par M. D U H A M E L.

ENTRE un nombre d'écussions, qu'un de nos Jardiniers 8 Février 1775.
 fit dans une pépinière en 1773, il y en eut un fait sur
 un pommier qui poussa avec une vigueur extrême : il s'ouvrit
 auprès de l'insertion de l'écusson, un bouton pareil à ceux
 d'où quelquefois il sort un nombre de feuilles ; mais toutes
 les queues de ces feuilles s'étoient gonflées & étoient devenues
 charnues, ayant la consistance, l'odeur & le goût des pommes
 qui ne sont point encore parvenues à leur maturité, l'écorce
 de la branche étoit aussi devenue charnue.

Toutes ces espèces de pommes groupées, comme on le
 voit *figure 1*, étoient soudées les unes aux autres, comme
 le sont les pommes qu'on nomme *jumelles*, se tenant par un
 côté, comme on le voit *figure 3* en *A*, étant chacune ter-
 minée par une feuille *B*, & on apercevoit dans l'intérieur
 de la substance charnue *A*, quelques fibres ligneuses qui
 répondoient à l'épanouissement de la feuille *B*. Ces espèces
 de pommes étoient aussi adhérentes à la partie charnue de
 l'écorce, comme on le voit à la *figure 2*, aux endroits mar-
 qués *a, a, a, a*.

Au reste, la partie ligneuse de la branche se prolongeoit de *b* en *c* sans interruption, & dans la dissection de cette monstruosité, je n'ai aperçu aucuns vestiges d'insectes; ainsi je ne crois pas qu'on puisse la regarder comme une galle.



MESSIEURS





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

*Royale des Sciences établie à Montpellier, ont
envoyé à l'Académie le Mémoire suivant, pour
entretenir l'union intime qui doit être entre
elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux
termes des Statuts accordés par le Roi au mois
de Février 1706.*

M É M O I R E

S U R L E S

ATTÉRISSEMENS DES CÔTES

D U L A N G U E D O C.

Par M. P O U G E T.

ON connoît depuis long-temps les attérissemens des côtes du Languedoc: on a souvent répété que la mer se retiroit des environs d'Aiguemortes; mais les Physiciens qui ont cité ces faits, pour établir ou pour combattre quelque théorie générale, n'ont pas été à portée d'examiner en quoi consistoient véritablement ces attérissemens, & quelles sont les causes de leur formation: ces recherches, très-curieuses en elles-mêmes, deviennent maintenant pour nous très-intéressantes, puisqu'elles peuvent nous conduire à trouver les moyens de conserver la santé & la vie de nos concitoyens. Depuis un grand nombre de siècles, la Nature prépare sur

Mém. 1775.

B b b b

ces côtes un changement qui va s'opérer sous nos yeux : les vastes lagunes que des bancs de sable séparent de la mer depuis plus de deux mille ans, deviendront bientôt des terres que nos travaux rendront fertiles ; mais les bienfaits que la Nature accorde à cette province, seroient payés trop cher, si on ne trouvoit les moyens de diminuer les maux que produisent les exhalaisons meurtrières de ces lagunes, devenues déjà des marais, & d'en hâter le desséchement.

Avant que de s'occuper de la résolution de ce problème important, il faut examiner l'état de ces lagunes ou étangs, chercher les causes de leur formation, connoître quels sont les moyens que la Nature emploie pour les dessécher, afin de la seconder, si nous pouvons y réussir, & de hâter ainsi l'époque de cette fermentation qui précède & prépare ces grandes opérations.

Presque tout le terrain du bas Languedoc, paroît être l'ouvrage de la mer. Dans toutes les plaines qui s'étendent des bords du Rhône au pied des Pyrénées, on trouve des bancs & des amas d'huîtres & de coquilles pétrifiées, de débris de corps marins de toute espèce, de sables, de pierres coquillères, qui démontrent que les dépôts de la mer ont formé ces plaines, recouvertes ensuite de la terre végétale qui les rend utiles (a) : bientôt une vaste étendue de terrain, formée aussi par la mer, va y être ajoutée. La cause de tous ces dépôts n'est pas difficile à reconnoître ; c'est au Rhône que nous les devons. Ce fleuve charie dans la mer une immense quantité de sable, de cailloux, de gravier, de limon ; il a, comme le Nil, formé, d'abord à son embouchure, de grands dépôts : on ne peut méconnoître l'origine des

(a) Il faut en excepter quelques parties des diocèses d'Agde & de Béziers, couvertes de lave & autres productions volcaniques. On doit désirer que les Naturalistes s'occupent de l'examen intéressant des plaines du

Languedoc, & qu'ils nous donnent une connoissance exacte & détaillée des pétrifications qu'elles contiennent, comme M. de Joubert l'a fait pour le territoire de Montpellier..

plaines de la Crau & de la Camargue; mais tous les corps qu'il entraîne, ne se sont pas arrêtés à son embouchure; une partie a été portée dans la mer, & rejetée sur les côtes par les courans.

Dans toute l'étendue de la Méditerranée, on reconnoît un courant constant & très-rapide, qui entre par le détroit de Gibraltar, fait le tour de cette mer, & ressort par le même détroit; il court de l'ouest à l'est sur les côtes d'Afrique, & de l'est à l'ouest sur celles d'Europe: sa direction varie dans quelques endroits, & il se tient en général presque parallèle aux côtes: la rapidité est très-grande dans le golfe de Lyon, à l'est duquel le Rhône est situé. Ce courant, après avoir parcouru les côtes de Provence, passe devant les embouchures de ce fleuve, se charge de tous les sables, graviers, cailloux, qu'il charie dans la mer, & les dépose successivement sur les côtes du golfe: elles sont en effet formées en entier du sable gris du Rhône, mêlé dans quelques endroits de cailloux & de galets. Ces dépôts sont plus considérables près des embouchures; mais en général, toute la côte en est couverte, à l'exception d'un petit nombre de falaises, comme, le cap Saint-Pierre, celui d'Agde, celui de Cette, où l'agitation de la mer est assez violente pour en empêcher l'amas: on trouve même du sable gris au-delà des Pyrénées, & jusque dans le golfe de Roses en Espagne.

C'est donc aux dépôts du Rhône, qu'on doit les attérissemens des côtes du Languedoc; & c'est vraisemblablement à une pareille cause, qu'il faut attribuer la formation de toutes les nouvelles terres qui ont reculé les bornes de la mer. Ces changemens sont une suite nécessaire du principe de la circulation des eaux sur la surface de notre globe: la chaleur du Soleil élève en vapeurs les eaux de la mer; elles retombent sous la forme de pluie & de neige, & des lieux les plus élevés, reviennent par un grand nombre de canaux se réunir dans les mers, ces grands réservoirs communs, d'où elles sont repompées par le Soleil, & où elles retombent encore.

Cette circulation dûe à la figure irrégulière de la surface de la Terre, y entretient, comme dans les corps animés, le mouvement & la vie; mais aussi, elle contient en elle-même, ainsi que la circulation du sang dans les animaux, un principe de destruction: l'une & l'autre usent les vaisseaux destinés au passage des fluides; l'eau entraîne avec elle des portions des corps solides sur lesquels elle passe, détache à chaque instant quelque petite partie des montagnes où sont les sources des rivières, ronge les bords & le fond du lit de ces rivières, des ruisseaux, des ravins, & entraîne tous ces débris dans la mer. Un des effets du mouvement des eaux dû à l'inégalité de la surface, est donc de détruire cette inégalité, & de réduire tout au niveau; après quoi, toute la circulation s'arrêteroit d'elle-même: mais il ne nous est pas permis de craindre pour les races futures, un effet que des millions de siècles suffiroient à peine pour amener. Sans doute quelque ressort secret, que nous ne connoissons pas, est destiné à remonter cette grande machine lorsqu'elle s'affaisse sur elle-même; & peut-être le feu des volcans qui de nos jours a élevé des montagnes, est ce ressort inconnu.

Mais il ne suffit pas de savoir que c'est des débris des Alpes, & des sables produits par le frottement des eaux, dans tous les lieux où paissent le Rhône & les rivières qui s'y jettent, que sont formées nos côtes; de connoître la cause générale de ces dépôts: il est bien plus intéressant & bien plus utile d'examiner de quelle manière ils se sont établis, & quelle est la marche que suit la Nature, pour parvenir à la formation de ces terres nouvelles.

Considérons ce qui doit arriver, lorsque dans une masse d'eau, souvent tranquille, telle que la Méditerranée, qui n'est pas agitée constamment d'une manière sensible par les marées, & qui ne l'est qu'accidentellement par les vents, un courant chargé de corps étrangers vient frapper sur une côte unie: les cailloux, le gravier & le sable entraînés par ce courant, étant d'une pesanteur spécifique beaucoup plus grande que

l'eau, ne peuvent y être soutenus que par le mouvement violent d'impulsion qui leur est imprimé, & que la force de la pesanteur ne peut vaincre : il se formera donc un dépôt dès que l'eau sera en repos, ou dès que son mouvement ne sera plus suffisant pour empêcher l'effet de la pesanteur des corps entraînés ; & même au moindre retardement, si le courant contient autant de sable ou de gravier qu'il peut en entraîner par la force de la vitesse actuelle, s'il en est pour ainsi dire chargé jusqu'à saturation (*b*). Lorsque le courant tombe sur la côte, la direction de son mouvement est changée, & il est réfléchi vers le large dans une nouvelle direction, déterminée par l'angle d'incidence. Ce changement ne détruit pas le mouvement, & même ne diminue pas assez pour produire un dépôt très-considérable sur la côte même ; mais les filets du courant réfléchi dirigés vers le large, sont croisés par ceux du courant direct, qui tombent sur la côte. Ces deux mouvemens opposés doivent se combattre, s'entre-détruire ; & l'effet de ce remous sera un dépôt qui s'établira sur la ligne, où le courant réfléchi est en équilibre avec le courant direct, comme on voit dans les ports ou dans les grands bassins lorsqu'il y a du mouvement, les petits corps flottans se disposer sur une ligne parallèle aux quais, à une petite distance.

Il se formera donc un banc de sable ou de gravier parallèle à la côte, qui sera d'autant plus rassemblé ou d'autant plus étendu en largeur, que la destruction du mouvement du courant sera plus ou moins rapide, & que la forme, l'inclinaison & la nature du terrain qui forme la côte, causera plus ou moins de frottement, ce qui déterminera aussi la distance du banc. Dans le golfe de Lyon, le courant est très-rapide, très-chargé de sable : en frappant avec violence sur une côte unie, il a dû former des bancs qui lui soient

(*b*) On peut présumer que le courant du golfe de Lyon est dans ce cas, au moins jusqu'à sept ou huit lieues à l'ouest des embouchures du Rhône, parce qu'on ne peut lui opposer le

moindre obstacle, ni entreprendre de changer la direction de quelqu'un de ses filets, sans produire un dépôt de sable, qui s'établit presque toujours à quelque distance de la digue.

parallèles: ces bancs, d'abord cachés sous l'eau, ont dû, après plusieurs siècles, s'élever, former une plage découverte, qui a séparé de la mer les étendues d'eau comprises entre les bancs & l'ancienne côte. C'est ce qui est arrivé en effet: une plage de sable, étroite & assez exactement parallèle à la côte, à une lieue de distance à peu-près, s'est étendue depuis les embouchures du Rhône, jusqu'au pied des Pyrénées, sur une longueur de vingt-cinq à trente lieues, en réunissant les pointes des caps & les îles qui se sont trouvées sur la direction, & qui ont d'ailleurs présenté des points d'attache. C'est ainsi qu'ont été formées les lagunes connues sous les noms d'étangs d'Aiguemortes, de l'Or, de Palavas, de Maguelone, de Grin, de Tau, de Vendres, de Sijean & de Leucate, toutes réunies entr'elles, ou séparées seulement par quelques plaines basses & marécageuses, de nouvelle formation. La théorie est ici d'accord avec l'observation, de la manière la plus satisfaisante; & si les bornes de ce Mémoire pouvoient le permettre, il seroit aisé d'expliquer toutes les irrégularités apparentes qui, loin de détruire cette théorie, la confirment & la prouvent (c).

Il n'est pas possible d'assigner l'époque de la formation

(c) La côte du Languedoc présente à chaque pas des objets d'observation; la formation de chaque lagune ou étang, mériteroit peut-être un Mémoire particulier. On ne peut point traiter ici en détail de la forme des plages, toujours dépendante de la figure de l'ancienne côte, des accidens que les îles, les caps & les rivières y ont produits; en général, on observera, que par-tout où la côte est unie, la plage l'est aussi, & lui est parallèle; qu'au-devant des caps peu avancés, elle forme aussi des pointes: que les caps très-faillans sont réunis aux plages. La montagne de Cette formoit une île qui couvroit une baie: les deux entrées à l'est & à l'ouest de la montagne ont été fermées par des plages; observons

encore, qu'au-devant des falaises escarpées, il n'y a point d'ensablement, mais il est d'autant plus considérable, à quelque distance à l'ouest, auprès des digues; les dépôts s'établissent toujours à l'ouest; enfin, par-tout où il y a du repos, il y a aussi ensablement. La pente de la côte extérieure, vers le large, est douce & uniforme, elle est d'autant moins rapide qu'on se rapproche des embouchures du Rhône: à six ou sept lieues de distance de ce fleuve, la profondeur augmente assez régulièrement d'une brassée par soixante-quinze ou quatre-vingts, jusqu'à une demi-lieue; cette pente uniforme est cependant interrompue par les saillans, dont nous parlerons ci-après.

des plages du Languedoc ; les descriptions que Strabon & les autres Géographes grecs & latins ont données de ces côtes, prouvent qu'elles existoient de leur temps, à peu-près de la même manière qu'aujourd'hui ; & puisque ces plages étoient aussi-bien formées alors vers le premier siècle de notre Ere, à quel temps devons nous faire remonter le moment de leur première apparition au-dessus du niveau de la mer ? L'opinion vulgaire, sur les attérissemens d'Aiguemortes, ne peut détruire ce fait constaté : il seroit aisé de prouver que la mer étoit aussi éloignée de cette ville, lors de sa construction, qu'aujourd'hui, mais que les marais qui l'en séparent, étoient alors des étangs profonds & navigables ; enfin, que Saint Louis s'est embarqué à Aiguemortes, comme on pourroit le faire maintenant, c'est-à-dire, en allant sur un canal de la ville à la mer (d).

Les plages qui séparent les étangs de la mer, existent depuis un grand nombre de siècles ; mais l'état des étangs a beaucoup changé ; ils ont été pendant long-temps très-profonds : les plages ne formoient pas une barrière continue ; elles étoient coupées en beaucoup d'endroits, par des graux qui établissoient une communication libre entre la mer & les lagunes : les masses d'eau qui entroient par ces graux, dans

(d) On ne peut pas rassembler dans une note les preuves de ce fait ; l'histoire des ensablemens d'Aiguemortes, & de tous les changemens qu'a éprouvés, depuis le XII.^e siècle, le terrain compris entre cette ville & la mer, pourroit être l'objet d'une dissertation intéressante ; on y indiqueroit la route, par laquelle les galères de Saint Louis alloient du pied des remparts à la mer, le canal nommé la *grande robine*, & qui va directement d'Aiguemortes à la mer, n'existoit pas alors en entier ; Saint Louis en fit construire seulement la

partie qui est la plus voisine de la ville : les navires passaient de-là dans l'étang du Repausset, qui étoit alors navigable, & qui communiquoit à la mer par le grau de la Croisade ou de la Crousète, situé à une assez grande distance à l'ouest du grau actuel, nommé le *grau de Roi* : celui de la Crousète a subsisté long-temps, parce qu'un banc de roche, caché sous l'eau, qui formoit une espèce de rade assez sûre pour de petits navires, le couvroit en partie, & y a retardé l'ensablement.

les tempêtes, ou lorsque les vents du sud élevoient le niveau de la mer, charioient de grandes quantités de sable qui s'y dépofoient. Les sables, amoncelés sur les plages, étoient auffi emportés dans les étangs par les vents & par les eaux de la mer, qui, dans les tempêtes, en couvroient de grandes parties, lorsqu'elles étoient moins relevées qu'aujourd'hui. Enfin, les rivières, ruisseaux & ravins qui tombent de la côte intérieure dans ces mêmes étangs, y entraînoient fans cesse du limon & de la terre : plusieurs bras du Rhône entroient dans ces lagunes, par l'extrémité orientale, en traversant ce qui forme aujourd'hui les étangs d'Aiguemortes, & y portoient immédiatement le limon, le sable & le gravier de ce fleuve. Toutes ces causes réunies ne pouvoient manquer dans cette longue suite de siècles, de les combler presque en entier, & de les réduire à l'état où nous les voyons.

Tous les étangs sont ensablés, sur-tout du côté de la mer; de grandes parties sont devenues marécageuses, & demeurent presque entièrement à sec en été : dans toutes les autres il y a fort peu d'eau, & on ne peut y naviguer même avec les petits bateaux à varangues plates, & sans quille, qu'on nomme *bettes*, sans risquer d'échouer à chaque instant. L'étang de Tau, dont l'étendue est considérable, & qui étoit beaucoup plus profond que tous les autres, est le seul qui ait conservé encore un grand fond d'eau, quoiqu'il s'y soit formé plusieurs bancs vers les bords du côté de la plage; mais les autres sont tous considérablement attéris; ceux d'Aiguemortes, & ceux qui bordent les côtes du diocèse de Montpellier, paroissent disposés à s'assécher bientôt, presque entièrement. Depuis plusieurs années les progrès journaliers de l'attérifement y sont très-sensibles; dans cet état, l'agitation causée par les vents ne peut pas être considérable; l'impression faite à une masse d'eau qui n'a que quelques pouces de profondeur, est presque aussitôt détruite par le frottement du fond; les bancs de vase & de sable interceptent la communication du mouvement, & les eaux sont presque stagnantes;

il est aisé de concevoir que les graux qui formoient la communication de la mer aux étangs, n'ont pu subsister plus long-temps. Dans ces canaux, autrefois larges & profonds, capables même de recevoir des Navires, tels que le grau de Maguelone, connu dans nos histoires sous le nom de *Port-sarazin*, passaient des masses d'eau considérables, qui formoient des courans rapides, dès que le niveau de la mer s'élevoit ou s'abaissoit, ou que les vents de Nord & de Sud, chassoient alternativement les eaux à la côte & au large. Les courans entrant dans les étangs, ne trouvoient pas d'obstacle qui les arrêtât & qui détruisit leur mouvement dans ces bassins vastes & profonds, dont les eaux étoient agitées elles-mêmes par l'impression directe du vent, & par la communication de l'agitation de la mer. Ils alloient porter très-loin du grau, les sables dont ils étoient chargés, & bien loin d'enlâbler les graux eux-mêmes, ils les recreusoient. Les bancs formés par les dépôts de ces courans se sont successivement rapprochés des graux; le mouvement des eaux qui entroient dans les étangs a été plutôt détruit ou retardé; les dépôts se sont établis autour de l'embouchure intérieure des graux, & enfin dans ces canaux même qu'ils ont comblés. Il n'existe plus dans ces lagunes que les graux par lesquels les eaux d'une rivière passent pour se jeter à la mer, que ce courant recreuse, ou au moins conserve en repoussant les sables & empêchant les dépôts; tels sont ceux de l'étang de Sijan & de Vendres, le grau de Palavar & celui d'Aiguemortes. Le port de Cette est un grau à beaucoup d'égards, mais les courans du lac assez profond, qu'on nomme *étang de Tau*, y produisent du mouvement, & il y a lieu d'espérer qu'au moins pendant plusieurs siècles, on n'y verra pas accumuler les dépôts, & qu'on le conservera, en continuant à en enlever tous les ans, comme on le fait maintenant, une assez médiocre quantité de sable. Tous les autres graux sont comblés, & si la violence des tempêtes & l'élévation extraordinaire de la mer les recreuse quelquefois, ce

n'est que pour quelques instans; celui de Peroles ouvert dans les circonstances les plus favorables, entretenu avec soin, avantageusement situé, existe, à la vérité, depuis dix ou douze ans; mais un canal étroit & tortueux, si peu profond qu'aucun bateau n'y peut naviguer, embarrassé de barres & de bancs de sable, ne ressemble guère à nos anciens graux qui servoient d'asyle aux navires, qui même par-là devenoient dangereux, dans ce temps où la foiblesse, la non-existence de notre Marine, assuroit l'empire des mers aux petites galiotes mal armées des pirates Sarazins. On travailloit alors à barrer ces graux, devenus les retraites des escadres de ces ennemis; on n'y parvenoit que par des travaux & des dépenses considérables; aujourd'hui les mêmes travaux, & toutes les ressources que peut donner une science, alors presque inconnue, portée maintenant à un haut degré de perfection, suffisent à peine pour conserver quelques traces de ces graux. La barrière qui sépare à jamais ces étangs de la mer est donc enfin établie: la Nature avoit déjà tracé & circonscrit depuis long-temps l'espace qu'elle devoit changer en terre; mais nous touchons à la dernière époque de cette révolution. Nous pouvons prévoir que bientôt des plaines fertiles, remplaceront ces marais; qu'une nouvelle côte relevée, raffermie par les temps, repoussera dans la mer les courans & les sables dont ils sont chargés; produira une nouvelle plage, de nouvelles lagunes, qui deviendront des terres à leur tour: déjà du ferraillon, des bancs cachés sous les eaux, mais peu considérables encore, indiquent la formation des nouvelles plages, & en assurent l'existence. C'est ainsi qu'ont été formées apparemment les plaines du bas Languedoc; c'est ainsi qu'elles vont être augmentées, & qu'après une longue période de siècles, il y en sera encore ajouté de nouvelles.

Cette théorie de l'atterrissement de ces côtes, qui paroît simple, & à laquelle l'accord avec l'observation, semblent donner le plus grand degré de probabilité, auquel on puisse

atteindre en Physique, peut être très-utile dans la recherche importante des moyens d'accélérer le dessèchement, & de le rendre en même temps moins nuisible aux habitans des côtes. Dans l'état actuel, ces vastes marais, ces eaux stagnantes reçoivent une grande quantité de corps étrangers qui y fermentent, la chaleur du soleil pendant les étés longs & brûlans de ces provinces, élève des vapeurs mal-faisantes; des miasmes putrides & meurtriers, qui se répandent sur les campagnes voisines & les lieux habités, infectent l'air, & portent le germe des maladies; des accès de fièvre sur-tout, qui deviennent tous les jours plus dangereux, & qui dépeuplent cette côte : tout se réunit pour accabler les malheureux habitans. Un des plus grands bienfaits que la Nature ait accordés aux pays chauds, leur devient funeste, ces vents légers & périodiques, qui tempèrent la chaleur, éloignent de nous & renouvellent l'air brûlant, épaissi par des vapeurs grossières : ces vents d'Est & de Sud, connus dans cette province sous le nom de *garbin*, dont la direction suit le cours du Soleil, & qui soufflent assez régulièrement tous les jours pendant les grandes chaleurs, n'arrivent sur la côte habitée, qu'après avoir passé sur les marais. Ils entraînent & portent sur la terre les miasmes putrides qui s'en élèvent; & ce souffle rafraîchissant & sain sur la plage, devient empoisonné & mal-faisant en traversant les étangs : l'élévation de la côte intérieure, bordée de montagnes en plusieurs endroits, arrête au contraire les vents de Nord, & les empêche de chasser dans la mer ces vapeurs meurtrières. Déjà un grand nombre de villes & de bourgs, autrefois considérables, ne contiennent plus qu'un petit nombre d'habitans, presque tous attequés de ces cruelles maladies qui abrègent leur vie, & en empoisonnent le cours. La dépopulation rend les travaux de la campagne plus difficiles; les terres sont négligées ou abandonnées; les richesses du pays diminuent, & le défaut de moyens de subsister, de ressources, lorsqu'elles deviennent plus nécessaires, rend la situation de nos concitoyens plus affreuse. Les États de la province sont disposés à leur

accorder tous les secours que l'humanité réclame, & dont la politique prouve la nécessité. Mais il est impossible de rendre aux étangs leur ancienne profondeur, ou d'arrêter le desséchement; il faut donc tâcher de le hâter, & en même temps de le rendre moins dangereux, de diminuer la production ou de corriger les funestes effets des exhalaisons de ces marais. On ne peut se flatter d'y réussir par une seule méthode, également applicable à toutes les parties de ces vastes lagunes. Il faut donc examiner avec soin l'état des lieux, & adopter les remèdes locaux les plus convenables.

Nous avons établi que les sables de la mer & les dépôts formés par des rivières & des pluies, contribuoient au desséchement des étangs: on peut donc y distinguer l'ensablement de l'attérissement. Les eaux de la mer ne portent sur cette côte que des sables purs, & qui ne contiennent aucun principe de fermentation; à la vérité ils ne produiront pas des terres aisées à fertiliser: au contraire, presque tous les corps que les rivières & les eaux des pluies entraînent des terres, sont disposés à fermenter ou à favoriser la fermentation. C'est donc aux attérissemens qu'on doit attribuer tous les maux que produit le desséchement des étangs; ils formeront un jour des terres très-fertiles, mais cet avantage éloigné ne peut balancer leurs inconvéniens, & lorsque les Gouvernemens ne sont pas aveuglés par la funeste passion des conquêtes, ils ne peuvent sacrifier la vie d'un grand nombre d'hommes, à l'espérance d'une augmentation de territoire. Il ne faut donc pas hésiter à favoriser, à augmenter l'ensablement des étangs, & à diminuer, s'il est possible, l'attérissement. L'ouverture des grâces est presque le seul moyen qu'on puisse employer pour remplir le premier objet, on parviendra à donner ainsi aux eaux tout le mouvement dont elles sont susceptibles dans l'état actuel; elles cesseront d'être dans cet état de stagnation dangereux; on hâtera le desséchement des marais, en y faisant porter par les eaux de la mer de grandes quantités de sable, & on rendra ce desséchement bien moins fâcheux, puisqu'il sera produit par

des sables purs (e). On ne peut se dissimuler la difficulté de la construction de ces graux (dont j'ai tâché de donner la théorie dans le Mémoire, que la Société royale, dont je n'avois pas l'honneur d'être Membre alors, jugea digne du Prix en 1768). Le peu de profondeur des étangs ne permet pas d'en donner beaucoup à ces canaux, qui s'ensableront très-aisément; mais en renonçant à l'espoir de former des graux durables, on peut en construire de très-utiles à peu de frais, des canaux peu larges, peu profonds, presque de simples fossés, creusés au commencement de l'hiver, dans les endroits de la plage qui paroîtront les plus convenables, deviendront des graux lorsque les eaux de la mer, chassées par les vents du large, y auront passé & les auront creusés. Ces graux périront bientôt à la vérité, mais pendant leur courte durée ils auront mis les eaux des étangs en mouvement, & y auront fait entrer des sables qui les dessèchent sans danger pour les habitans de la côte. On pourra, lorsqu'ils seront comblés, les remplir par d'autres, & la formation d'un grand nombre de ces graux passagers, coûtera bien moins que la construction d'un seul dont on tâcheroit peut-être inutilement d'assurer la durée.

Il seroit utile aussi de faire bêcher quelquefois les sommets des dunes les plus élevées sur la plage, & de faire arracher les joncs qui y croissent; les vents d'Est & de Sud, pourroient alors emporter dans les étangs de grandes quantités du sable fin qui compose ces dunes, dès qu'on l'empêchera de se réunir & de former des masses solides.

(e) Cette vérité est prouvée par l'expérience. Lorsque la violence des tempêtes a formé, pendant l'hiver, un grand nombre de petits graux, & qu'il est entré dans les étangs des quantités considérables de sable, dont le fond est recouvert, l'air est beaucoup moins mal-faisant pendant l'été suivant, & les maladies sont moins de ravages; mais l'année d'après, ce fond est

rempli de varech & d'autres plantes, qui, en pourrissant, en changent la nature, & l'air redevient aussi mal-sain qu'auparavant; cela pourroit n'être pas également vrai sur toutes les côtes, si le sable, dont les courans de la mer sont chargés, n'étoit pas pur, comme dans le golfe de Lyon, & s'il étoit mêlé de vase, ou des débris de végétaux.

Il faudroit en même-temps examiner les miasmes qui s'élèvent de ces étangs, tâcher de connoître leur nature, & de découvrir si c'est à un air fixe ou à un air inflammable qu'on doit attribuer la qualité mal-faisante de ces exhalaisons : on trouveroit peut-être le moyen d'absorber ou de neutraliser le fluide qui cause tous ces maux. Si on découvroit que c'est un air fixe qui peut être corrigé & réduit par la végétation à l'état d'air pur respirable & sain ; il seroit aisé d'y parvenir, en plantant sur les bords des étangs un grand nombre d'arbres, qui non-seulement corrigeroient les miasmes par la végétation, mais encore opposeroient une barrière au garbin qui les transporte, & les répand sur les terres. Enfin on assureroit ainsi l'existence de ces terrains nouveaux, & on les disposeroit à devenir utiles, puisqu'on a reconnu que la culture des plantes qui peuvent y exister, est le moyen le plus sûr qu'on puisse employer pour les rendre fertiles, sans doute, parce qu'on parvient ainsi à les recouvrir d'une terre végétale. On a réussi de cette manière, & par la culture du kali, à changer sur nos côtes des sables secs & arides, en champs & en vignes fertiles ; mais il ne faudroit essayer la plantation d'arbres qu'après avoir bien reconnu la nature de l'air, & s'être assuré qu'il peut être corrigé de cette manière.

Tous ces moyens physiques ne suffiroient peut-être pas encore ; on sait que les préservatifs les plus sûrs des maladies du genre de celles que causent ces marais, sont une nourriture saine, de bonnes eaux, des logemens secs & aérés : la sagesse & l'humanité de ceux qui sont chargés du gouvernement de cette province, leur inspirera sans doute les moyens de procurer aux habitans des côtes, les secours que leur situation exige, soit en diminuant les impôts, soit en favorisant l'industrie & le commerce, par les encouragemens, & surtout par la liberté entière ; en permettant, en ordonnant même la destruction des murs d'enceinte, & des maisons devenues inutiles par la diminution de la population, qui ne servent aujourd'hui qu'à arrêter la circulation de l'air dans ces anciennes villes, y enfermer & y concentrer les vapeurs

putrides ; en faisant réparer les fontaines & en construire de nouvelles ; soit enfin en donnant aux habitans, lorsque la maladie commencera les ravages, les remèdes les plus propres à la calmer : tout ce qui peut être utile doit être essayé lorsqu'un aussi grand intérêt l'exige. Il s'agit de conserver la vie & la santé d'un grand nombre de nos concitoyens, sur-tout de ces hommes précieux, qui, livrés aux pénibles travaux de la pêche, contribuent à notre subsistance, & augmentent la masse des productions utiles ; qui n'abandonnent leur demeure que pour aller défendre l'État, lorsqu'il a besoin de leurs bras, & dont les familles peuvent seules fournir les Matelots nécessaires à la Marine commerçante de cette province, qui commence à peine à se former.







